فرض 2

الفرض الثاني — الفصل الأول

منصة الرياضيات — الأستاذ عدلي أسعد

⏱️ المدة: ساعتان 📅 نوفمبر 2026 🎓 علوم تجريبية / رياضيات / تقني رياضي

المادة:	الرياضيات — السنة الثالثة ثانوي
النوع:	فرض رقم 2
الفصل الدراسي:	الفصل 1
المدة:	ساعتان
عدد التمارين:	4 تمارين شاملة

📝 التمرين الأول (5 نقاط) — أجب بـ صحيح أو خطأ مع التعليل:

المعادلة $\ln 4 = (2 + \ln(x + (1 - \ln(x$ تقبل حلاً وحيدًا في $\mathbb{R}$.

إذا كانت $f(x) = \frac{x_e}{x}$ معرفة على $\mathbb{R}^*$، فإن f تقبل قيمة حدّية عظمى عند $x = 1$.

من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$، $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$.

المعادلة $2 + x = {}^{x}e$ لا يقبل حلًّا في $\mathbb{R}$.

📝 **التمرين الثاني (7 نقاط) — لتكن f دالة عددية معرفة بـ $f(x) = ax + b + e^{-x}$ حيث a, b عددان حقيقيان. معلم المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.**

أوجد علاقة بين $f'(x)$, $f(x)$ و الثوابت a, b.

إذا علمنا أن المنحنى $(\mathcal{C})$ الممثل لـ f يمر من $A(0;3)$ و المماس في A يوازي محور الفواصل، استنتج قيمتي a و b.

عيّن دالة f صراحة و احسب نهاياتها عند $\pm\infty$.

بيّن أن $(\mathcal{C})$ يقبل مقاربة مائلًا، عيّنه.

أدرس تغيرات f و أنشئ جدول التغيرات.

أدرس الوضع النسبي لـ $(\mathcal{C})$ و المقارب المائل.

ارسم $(\mathcal{C})$ و المقاربات في المعلم.

بيّن أن المعادلة $f(x) = 4$ يقبل حلاً وحيدًا، عيّن إشارة ثم أعطِ تقريبًا.

📝 التمرين الثالث (4 نقاط) — متتاليات + براهين بالتراجع

برهن بالتراجع أنّ $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ لكل $1 \leq n$.

برهن بالتراجع أنّ $2^n < n^2$ لكل $5 \leq n$.

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بـ $u_n = \frac{n^2+1}{n+1}$ لـ $0 \leq n$. احسب u_0, u_1, u_2 .

ادرس رتابة (u_n) و احسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

برهن أنّ $\sqrt{2} \leq u_n$ لكل $1 \leq n$ (نستعمل $u_n^2 - 2$).

لنضع $v_n = u_n - \sqrt{2}$. ادرس قابلية تقارب (v_n).

📝 التمرين الرابع (4 نقاط) — احسب النهايات التالية (عندما توجد):

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3-2x+1}{x^2+x}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x}-1-2x}{x^2}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2+3x} - x$$

$$\lim_{x \to +\infty} \left(1+\frac{1}{x}\right)^x \text{ (شهيرة)}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{2^n}{n!}$$

$$\lim_{n \to +\infty} \left(1-\frac{1}{n^2}\right)^n$$

منصة الرياضيات

منصة تعليمية لطلبة السنة الثالثة ثانوي — الجزائر 🇩🇿

📧 asaadadli9393@gmail.com | بإشراف الأستاذ عدلي أسعد