فرض 2

# الفرض الثاني — الفصل الثالث

منصة الرياضيات — الأستاذ عدلي أسعد

⏱️ المدة: ساعتان  📅 ماي 2027  🎓 علوم تجريبية / رياضيات / تقني رياضي

| | |
|---|---|
| **المادة:** | الرياضيات — السنة الثالثة ثانوي |
| **النوع:** | فرض رقم 2 |
| **الفصل الدراسي:** | الفصل 3 |
| **المدة:** | ساعتان |
| **عدد التمارين:** | 4 تمارين شاملة |

## 📝 التمرين الأول (5 نقاط) — أعداد مركبة + هندسة

لتكن $z = \sqrt{3} + i$. احسب $|z|$ و $\arg(z)$.

اكتب $z$ على الشكل الأسي.

احسب $z^2$ على الشكل الأسي ثم الجبري.

احسب $z^{12}$ (استعمل صيغة موافري).

لتكن $A$ نقطة التمثيل لـ $z$ في المستوي المركب. أوجد إحداثيات $A$.

حل في $\mathbb{C}$: $z^2 = -4i$.

لتكن $Z = z^3$. احسب $Z + \bar{Z}$.

بيّن أن $z, z^2, z^3$ تقع على دوائر متحدة المركز بنصف أقطار مختلفة.

## 📝 التمرين الثاني (5 نقاط) — دالة + تكامل + متتالية

لتكن $f(x) = x^2 e^{-x}$ معرفة على $\mathbb{R}$. احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

احسب $f'(x)$ و ادرس إشارها.

أنشئ جدول تغيرات $f$.

بيّن أن $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مقارب أفقي, عيّنه.

لتكن $I_n = \int_0^{+\infty} x^n e^{-x}\, dx$. برهن بالتجزئة أن $I_n = nI_{n-1}$ لـ $1 \leq n$.

احسب $I_0, I_1, I_2$.

بيّن أن $I_n = n!$ لكل $0 \leq n$ (بالتعبير).

احسب $I_5$.

## 📝 التمرين الثالث (5 نقاط) — احتمالات

في علبة 5 كرات حمراء, 3 بيضاء, 2 خضراء (10 كرات). نسحب 4 كرات دفعة واحدة. كم عدد السحوبات الممكنة؟

احسب احتمال الحصول على 4 كرات حمراء.

احسب احتمال الحصول على 4 كرات من نفس اللون.

احسب احتمال الحصول على كرة من كل لون (3 ألوان).

احسب احتمال عدم وجود كرة بيضاء.

لتكن $X$ عدد الكرات البيضاء المسحوبة. حدد توزيع $X$.

احسب $E(X)$ و $V(X)$.

احسب $P(X \leq 1)$.

## 📝 التمرين الرابع (5 نقاط) — براهين + متتاليات

برهن بالتراجع أن $2^n > n^2$ لـ $n \geq 5$.

برهن بالتراجع أن $\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$ لـ $q \neq 1$.

لتكن $(u_n)$ معرفة بـ $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$ . برهن بالتراجع أن $0 < u_n < 2$.

ادرس رتابة $(u_n)$ و حدد نهايتها.

لتكن $v_n = 2 - u_n$. بيّن أن $|v_{n+1}| \leq \frac{1}{2}|v_n|$.

استنتج $\lim_{n} v$ و $\lim_{n} u$ .

احسب $\lim \frac{u_n - \ell}{u_{n-1} - \ell}$ حيث $\ell$ نهاية $(u_n)$.

برهن أن $|2 - u_n| \leq \frac{1}{2^n}$ لكل $n$.


**منصة الرياضيات**

منصة تعليمية لطلبة السنة الثالثة ثانوي — الجزائر 🇩🇿

📧 asaadadli9393@gmail.com | بإشراف الأستاذ عدلي أسعد