الاختبار الفصلي الثاني — الفصل الثاني (تنسيق بكالوريا)

الأستاذ عدلي أسعد — منصة الرياضيات

السنة: 2027 | **الشعبة:** شعبة العلوم التجريبية | **المدة:** ساعتان ونصف | **المعامل:** 5 | **المجموع:** 20/20

⚠️ يُمنع استعمال الآلة الحاسبة في بعض المواضيع. اقرأ التعليمات بعناية. ساعة الرسم المعتمدة هي CTM-991ES.

التمرين الأول (5 نقاط) — دراسة دالة لوغاريتمية

السؤال 1) 1 نقطة

لتكن $f(x) = x - x\ln x$ على $(0,+\infty)$.

أحسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim_{x\to +\infty} f(x)$.

السؤال 2) 1.5 نقطة

أحسب $f'(x)$, ادرس إشارها, وأنشئ جدول تغيّرات f.

السؤال 3) 0.75 نقطة

ارسم $(\mathcal{C}_f)$ بإعطاء النقاط المميزة.

السؤال 4) 1.25 نقطة

أحسب $\int_1^e f(x)\,dx$.

السؤال 5) 0.5 نقطة

بيّن أنّ $f(x) \geq 0$ على $(0,+\infty)$؟ علّل.

التمرين الثاني (5 نقاط) — متتالية عودية

السؤال 1) 0.5 نقطة

لتكن (u_n) معرفة بـ $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \frac{1}{u_n})$.

احسب u_1, u_2 .

السؤال 2) 1 نقطة

برهن بالتراجع أنّ $u_n > 0$ لكل n.

السؤال 3) 1.5 نقطة

بيّن أنّ $u_{n+1}^2 - 1 = \frac{(u_n^2-1)^2}{4u_n^2}$, ثم استنتج أنّ $u_{n+1} \geq 1$.

السؤال 4) 1.25 نقطة

ادرس رتابة (u_n), ثم بيّن أنها متقاربة. حدد نهايتها ℓ.

السؤال 5) 0.75 نقطة

احسب $\lim \frac{u_{n+1}-1}{u_n-1}$.

التمرين الثالث (5 نقاط) — أعداد مركبة + هندسة

السؤال 1) 1.25 نقطة

ليكن $z = \sqrt{3} + i$.

أ) أحسب $|z|$ و $\arg(z)$.

ب) اكتب z على الشكل الأسي.

السؤال 2) 1 نقطة

احسب z^6 على الشكل الأسي ثم الجبري.

السؤال 3) 1 نقطة

حلّ في $\mathbb{C}$: $z^2 = -4$.

السؤال 4) 1.75 نقطة

في المستوي المركّب, ليكن A تمثيل z و B تمثيل z^2.

أ) أوجد إحداثيات A و B.

ب) احسب AB و الزاوية $\widehat{AOB}$.

التمرين الرابع (5 نقاط) — احتمالات + توزيع ذي الحدين

السؤال 1) 0.5 نقطة

في علبة 5 كرات حمراء و 5 كرات بيضاء. نسحب 4 كرات دفعة واحدة.

أحسب عدد السحوبات الممكنة.

السؤال 2) 1.25 نقطة

أحسب $P(4$حمراء) و $P(2$حمراء و 2 بيضاء).

السؤال 3) 0.75 نقطة

نُعيد السحب 4 مرات (مع إعادة). لتكن X عدد الكرات الحمراء. ما نوع توزيع X؟

السؤال 4) 1.25 نقطة

أحسب $E(X)$, $V(X)$, و $P(X = 2)$.

السؤال 5) 1.25 نقطة

أحسب $P(X \leq 3)$.