الفرض الأول — الفصل الثاني (تنسيق بكالوريا)

الأستاذ عدلي أسعد — منصة الرياضيات

السنة: 2027 | **الشعبة:** شعبة العلوم التجريبية | **المدة:** ساعتان | **المعامل:** 5 | **المجموع:** 20/20

⚠️ يُمنع استعمال الآلة الحاسبة في بعض المواضيع. اقرأ التعليمات بعناية. ساعة الرسم المعتمدة هي CTM-991ES.

التمرين الأول (5 نقاط) — دراسة دالة أسية

السؤال 1) 1 نقطة

لتكن $f(x) = e(1-x)^{x-2}$ على $\mathbb{R}$.

أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

السؤال 2) 1 نقطة

أحسب $f'(x)$ و ادرس إشارها.

السؤال 3) 1 نقطة

أنشئ جدول تغيّرات f و أحسب القيمة الصغرى.

السؤال 4) 1 نقطة

أوجد معادلة المماس T في النقطة A ذات الفاصلة $x = 1$.

السؤال 5) 1 نقطة

بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ يقبل حلًّا وحيدًا α في $\mathbb{R}$ و عيّنه.

التمرين الثاني (5 نقاط) — معادلات أسية ولوغاريتمية

السؤال 1) 1 نقطة

أحلّ في $\mathbb{R}$: $e^{2x} - 5e^{x} + 6 = 0$.

السؤال 2) 1.5 نقطة

أحلّ في $\mathbb{R}$: $\ln(x + (1 + \ln(x - 2)) = \ln 6$ (مع شروط الوجود).

السؤال 3) 1 نقطة

أحلّ في $\mathbb{R}$: $\ln^2 x - 4\ln x + 3 = 0$.

السؤال 4) 1 نقطة

أحلّ في $\mathbb{R}$: $e^{x} + e^{-x} = 3$.

السؤال 5) 0.5 نقطة

باستعمال ln, احسب $\ln 6 + \ln 4 - \ln 8$.

التمرين الثالث (5 نقاط) — متتالية هندسية ذات أساس e

السؤال 1) 1.5 نقطة

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بـ $u_n = e^{2n}$.

أ) بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية, حدد أساسها.

ب) احسب u_0, u_1, u_2 .

السؤال 2) 1 نقطة

احسب $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

السؤال 3) 0.75 نقطة

احسب $\lim_{n \to +\infty} S_n$.

السؤال 4) 1 نقطة

لتكن (v_n) المعرفة بـ $v_n = \ln u_n$. بيّن أنّ (v_n) حسابية.

السؤال 5) 0.75 نقطة

احسب $v_0 + v_1 + \cdots + v_n = \sum_{k=0}^{n} v_k$.

التمرين الرابع (5 نقاط) — تكاليل الدالة الأسية

السؤال 1) **0.75 نقطة**

احسب $\int_0^1 e^{2x}\,dx$.

السؤال 2) **1.25 نقطة**

احسب $\int_0^1 xe^x\,dx$ بالتجزئة.

السؤال 3) **1.5 نقطة**

احسب $\int_0^1 x^2e^x\,dx$ بالتجزئة المتكررة.

السؤال 4) **1 نقطة**

احسب $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+1}\,dx$ (باستعمال تغيير المتغير).

السؤال 5) **0.5 نقطة**

احسب $\int_0^1 e^{-x^2}\cdot x\,dx$.