اختبار 1

الاختبار الفصلي الثاني

منصة الرياضيات — الأستاذ عدلي أسعد

⏱️ المدة: ساعتان ونصف 📅 مارس 2027 🎓 علوم تجريبية / رياضيات / تقني رياضي

المادة:	الرياضيات — السنة الثالثة ثانوي
النوع:	اختبار رقم 1
الفصل الدراسي:	الفصل 2
المدة:	ساعتان ونصف
عدد التمارين:	5 تمارين شاملة

📝 **التمرين 1 (4 نقاط) — دالة أسية + معادلة تفاضلية — لتكن $f(x) = e^x \sin x$ معرفة على $\mathbb{R}$.**

ادرس زوجية f.

احسب $f'(x)$ ثم $f''(x)$.

أثبت أن f حل لمعادلة تفاضلية من الشكل $y'' - 2y' + 2y = 0$.

حل المعادلة التفاضلية العامة $y'' + 4y' + 4y = 0$.

بيّن أن $g(x) = e^x \cos x$ هو أيضًا حل لـ $y'' - 2y' + 2y = 0$.

احسب $\int_0^{\pi/4} e^x \sin x \, dx$ (بالتجزئة مرتين أو صيغة أويلر).

احسب $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{e^x}$ و علّل.

بيّن أن المعادلة $f(x) = 1$ يقبل عددًا منتهيًا من الحلول على $[0, 2\pi]$.

📝 التمرين 2 (4 نقاط) — أعداد مركبة + هندسة — لتكن $z = \sqrt{3} - i$.

احسب $|z|$, $\arg(z)$.

اكتب z على الشكل الأسي.

احسب z^2 على الشكل الأسي ثم الجبري.

احسب z^{12} (استعمل صيغة موافري).

لتكن A النقطة من التمثيل الهندسي لـ z في المستوي المركب. أوجد إحداثياتها.

نضع $Z = z^2$. أوجد $Z + \bar{Z}$ و $Z - \bar{Z}$.

حل في $\mathbb{C}$: $z^2 = -8i$ (تعطى الحلول على الشكل الأسي).

بيّن أن $z, z^2, z^3, \ldots, z^6$ تقع على دائرة مركزها O, احسب نصف قطرها.

📝 التمرين 3 (4 نقاط) — تكامل + متتالية + برهنة بالتراجع

برهن بالتراجع أن $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ لكل $n \geq 1$.

استنتج $\sum_{k=1}^{n} (k + k^2)$ بدلالة n.

احسب $\int_0^1 (1 - x^2)^n \, dx$ (x بدلالة n (ثابت).

بيّن بالتراجع أن $\int_0^1 (1 - x^n) \, dx = \frac{1}{(n+2)(n+1)}$ لكل $n \geq 0$.

لتكن $I_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n x \, dx$. برهن بالتجزئة أن $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$ لـ $n \geq 2$.

احسب I_0 و I_1.

احسب I_2 و I_4.

بيّن أن (I_n) متناقصة لـ $n \geq 1$ و استنتج $\lim I_n$.

📝 **التمرين 4 (4 نقاط) — احتمالات + توزيع ذو الحدين — نموذج بنك فيه 60% من العملات سليمة و 40% معيبة. نسحب 5 عملات عشوائيًا مع إعادة.**

لتكن X المتغيرة العشوائية "عدد العملات السليمة". ما نوع توزيع X؟ حدد بارامتراته.

احسب $P(X = 0)$, $P(X = 5)$.

احسب $P(X = 3)$.

احسب $P(X \leq 3)$.

احسب الأمل الرياضي $E(X)$ و التباين $V(X)$.

احسب $P(X \leq 4 | X \geq 3)$ (احتمال شرطي).

ما أصغر n بحيث $P(X \geq 1) \geq 0.95$ (نغير عدد السحوبات)؟

بيّن أن $P(X = k) = \binom{5}{k}(0.6)(0.4)^{k-5}$.

📝 **التمرين 5 (4 نقاط) — مسألة شاملة (دالة + تكامل + متتالية + برهان) — لتكن $f(x) = x - x\ln x$ معرفة على $(0, +\infty)$.**

احسب $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ (استعمل $x \ln x \to 0$).

احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

احسب $f'(x)$ و ادرس إشارها.

أنشئ جدول تغيرات f.

احسب $\int_1^e f(x)\,dx$.

لتكن (u_n) = $f\left(1 + \frac{1}{n}\right)$. احسب $\lim u_n$.

بيّن أن $f(x) \geq -1$ لكل $x \in (0, +\infty)$. في أي نقطة يتحقق المساواة؟

بيّن أن f تقبل دالة عكسية على $[1, +\infty)$ و اكتب $f^{-1}(y)$ ضمنيًا.

منصة الرياضيات

منصة تعليمية لطلبة السنة الثالثة ثانوي — الجزائر 🇩🇿

📧 asaadadli9393@gmail.com | بإشراف الأستاذ عدلي أسعد