اختبار 1

الاختبار الفصلي الثالث

منصة الرياضيات — الأستاذ عدلي أسعد

⏱️ المدة: ساعتان ونصف 📅 جوان 2027 🎓 علوم تجريبية / رياضيات / تقني رياضي

المادة:	الرياضيات — السنة الثالثة ثانوي
النوع:	اختبار رقم 1
الفصل الدراسي:	الفصل 3
المدة:	ساعتان ونصف
عدد التمارين:	5 تمارين شاملة

📝 **التمرين 1 (4 نقاط) — دراسة دالة شاملة — لتكن $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$ معرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.**

احسب حدود f عند -1 (يمين و يسار) و عند $\pm\infty$.

استنتج المستقيمات المقاربة و عيّنها.

احسب $f'(x)$ و ادرس إشارها.

أنشئ جدول تغيرات f.

بيّن أن $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مركز تناظر I, حدد إحداثياته.

احسب المسافة من I إلى أي نقطة M على $(\mathcal{C}_f)$ و بيّن أن I منتصف $[MM']$ حيث M' مناظر M.

ارسم $(\mathcal{C}_f)$ مع المقاربتين في معلم متعامد.

لتكن $g(x) = f(x) - \ln(x + 2)$ على $(-1, +\infty)$. بيّن أن $g(x) = 0$ يقبل حلاً وحيدًا على $(-1, +\infty)$.

📝 **التمرين 2 (4 نقاط) — متتالية + متتالية مساعدة + نهاية — نعتبر (u_n) معرفة بـ $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n+1}$.**

احسب u_1, u_2, u_3 .

بيّن بالتراجع أن $u_n > 0$ لكل n.

لتكن $(v_n) = \frac{1}{u_n}$. اكتب v_{n+1} بدلالة v_n .

بيّن أن (v_n) حسابية, حدد أساسها و حدّها الأول.

اكتب v_n ثم u_n بدلالة n.

احسب $\lim_n u_n$.

ادرس رتابة (u_n) مباشرة (دون (v_n)) و علّق.

احسب $\sum_{k=0}^{n} v_k$ ثم استنتج $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{u_k}$.

📝 التمرين 3 (4 نقاط) — أعداد مركبة شاملة — لتكن $z = \sqrt{3} - i$.

احسب $|z|$ و $\arg(z)$.

اكتب z على الشكل الأسي.

احسب z^6 على الشكل الأسي ثم الجبري.

حل في $\mathbb{C}$: $z^3 = -8i$.

لتكن $Z = z^6$. اكتب $\bar{Z}$ على الشكل الجبري.

في المستوي المركب, لتكن A النقطة من التمثيل الهندسي لـ z. احسب المسافة OA و الزاوية $\widehat{(\vec{OA}, \vec{u})}$.

لتكن B نقطة التمثيل لـ z^2. احسب AB.

بيّن أن النقاط O, A, B, C (حيث C تمثل z^3) تشكل مثلثًا متساوي الأضلاع حول O.

📝 التمرين 4 (4 نقاط) — تكامل و متتالية

احسب $\int_0^1 x^2 e^{-x^3}\,dx$ (تغيير متغير $u = -x^3$).

احسب $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x \sin x\,dx$ (تغيير متغير $\cos x = u$).

برهن بالتجزئة أن $\int_0^{\pi/2} \sin^n x\,dx = \frac{n-1}{n}\int_0^{\pi/2} \sin^{n-2} x\,dx$ لـ $n \geq 2$.

احسب $I_0 = \int_0^{\pi/2} \sin^0 x\,dx$ و $I_1 = \int_0^{\pi/2} \sin x\,dx$.

احسب I_2, I_3, I_4, I_5.

بيّن أن (I_n) متناقصة لـ $n \geq 1$ و استنتج $\lim_n I$.

لتكن $J_n = (1+n)I_n I_{n+1}$. احسب J_0, J_1 و بيّن أن J_n ثابتة (مسألة واليس).

استنتج صيغة واليس: $\lim_{n\to+\infty} \frac{I_{n+1}}{I_n} = 1$.

📝 التمرين 5 (4 نقاط) — احتمالات + برهنة إحصائية — نموذج بنك فيه 1% من العملات مزيفة.

لتكن X عدد العملات المزيفة في عينة من 100. ما نوع توزيع X؟

بتقريب بواسون بـ $\lambda = 1$، احسب $P(X = 0)$، $P(X = 1)$، $P(X = 2)$.

احسب $P(X \geq 2)$ بتقريب بواسون.

احسب الأمل الرياضي $E(X)$ و التباين $V(X)$ بتقريب بواسون.

بيّن أن $(1 + 1/n)^n$ متزايدة و نهايتها e.

لتكن $(u_n) = (1 + 1/n)^n$. برهن أن (u_n) متزايدة و محدودة.

احسب $\lim_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$.

برهن أن $(1 + 1/n)^{n+1}$ متناقية و نهايتها e.

منصة الرياضيات

منصة تعليمية لطلبة السنة الثالثة ثانوي — الجزائر 🇩🇿

📧 asaadadli9393@gmail.com | بإشراف الأستاذ عدلي أسعد