بكالوريا 2022 — شعبة العلوم التجريبية

الأستاذ عدلي أسعد — منصة الرياضيات

السنة: 2022 | **الشعبة:** شعبة العلوم التجريبية | **المدة:** 3 ساعات | **المعامل:** 5 | **المجموع:** 20/20

⚠️ يُمنع استعمال الآلة الحاسبة في بعض المواضيع. اقرأ التعليمات بعناية. ساعة الرسم المعتمدة هي CTM-991ES.

الجزء الأول: الدالة اللوغاريتمية (8 نقاط)

السؤال 1) — 1.5 نقطة

لتكن g الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ $g(x) = \ln x - x$.

أحسب $\lim_{x \to 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} g(x)$.

السؤال 2) — 2 نقطة

أحسب $g'(x)$, أدرس إشارها, وأنشئ جدول تغيّرات g.

السؤال 3) — 2.5 نقطة

بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ يقبل حلًّا وحيدًا α على $]1,+\infty[$, ثم أعطِ تقريبًا لـ α بدقّة 10^{-1}.

السؤال 4) — 2 نقطة

لتكن f الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ $f(x) = \ln^2 x - \ln x + x$.

استعمل إشارة g لإثبات أن f تقبل قيمة عظمى عند $x = 1$.

الجزء الثاني: المتتاليات (6 نقاط)

السؤال 1) 1.5 نقطة

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بـ $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \frac{1}{u_n})$.

برهن بالتراجع أنّ $u_n > 0$ لكل $n \in \mathbb{N}$.

السؤال 2) 2 نقطة

بيّن أنّ $\frac{1}{4}\left(u_n - \frac{1}{u_n}\right)^2 = 1 - u_{n+1}^2$, ثم استنتج أنّ $u_{n+1} \geq 1$.

السؤال 3) 1.5 نقطة

ادرس رتابة المتتالية (u_n), ثم استنتج أنها متقاربة.

السؤال 4) 1 نقطة

حدّد $\lim_{n \to +\infty} u_n = \ell$.

الجزء الثالث: التكامل (6 نقاط)

السؤال 1) 3 نقطة

احسب $I = \int_1^e x \ln x \, dx$ بطريقة التكامل بالتجزئة.

السؤال 2) 1.5 نقطة

استعمل النتيجة السابقة لاحتساب $J = \int_1^e (1 + x \ln x) \, dx$.

السؤال 3) 1.5 نقطة

احسب $K = \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1} \, dx$ (باستعمال تغيير متغير).