الاختبار الفصلي الأول — الفصل الأول (تنسيق بكالوريا)

الأستاذ عدلي أسعد — منصة الرياضيات

السنة: 2027 | **الشعبة:** شعبة العلوم التجريبية | **المدة:** ساعتان ونصف | **المعامل:** 5 | **المجموع:** 20/20

⚠️ يُمنع استعمال الآلة الحاسبة في بعض المواضيع. اقرأ التعليمات بعناية. ساعة الرسم المعتمدة هي CTM-991ES.

التمرين الأول (5 نقاط) — دراسة دالة + مقارب مائل

السؤال 1) 1 نقطة

لتكن $f(x) = x + 1 + \frac{2}{x-1}$ المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

أحسب النهايات عند 1 (يميناً و يساراً) و عند $\pm\infty$.

السؤال 2) 0.5 نقطة

استنتج المقاربات لمنحنى f.

السؤال 3) 1.5 نقطة

أحسب $f'(x)$, أدرس إشارها, وأنشئ جدول تغيّرات f.

السؤال 4) 1 نقطة

أدرس الوضع النسبي لـ $(\mathcal{C}_f)$ و المقارب المائل عند $+\infty$.

السؤال 5) 1 نقطة

أوجد نقطة التناظر لمنحنى f.

التمرين الثاني (5 نقاط) — متتالية + برهنة بالتراجع

السؤال 1) 0.75 نقطة

لتكن (u_n) المعرفة بـ $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{u_n+3}$.

احسب u_1, u_2, u_3 .

السؤال 2) 1 نقطة

برهن بالتراجع أنّ $1 > u_n > 0$ لكل n.

السؤال 3) 1 نقطة

أدرس رتابة (u_n).

السؤال 4) 1 نقطة

بيّن أنّ (u_n) متقاربة و أحسب نهايتها ℓ.

السؤال 5) 1.25 نقطة

لتكن $(v_n) = \frac{u_n-1}{u_n+1}$. بيّن أنّ (v_n) هندسية وحدد أساسها.

التمرين الثالث (5 نقاط) — نهايات مركبة + نهايات شهيرة

السؤال 1) 1.25 نقطة

احسب: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$ (استعمل تaylor).

السؤال 2) 1 نقطة

احسب: $\lim_{n\to+\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{2n+1}$.

السؤال 3) 1.25 نقطة

احسب: $\lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{n^n}$.

السؤال 4) 0.75 نقطة

احسب: $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+3x} - x\right)$.

السؤال 5) 0.75 نقطة

بيّن أنّ $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$.

التمرين الرابع (5 نقاط) — احتمالات + توزيع ذي الحدين

السؤال 1) 1 نقطة

في صندوق 4 كرات حمراء و 6 كرات بيضاء. نسحب 3 كرات دفعة واحدة.

أحسب احتمال الحصول على 3 كرات حمراء.

السؤال 2) 1 نقطة

أحسب احتمال الحصول على كرة حمراء واحدة على الأقل.

السؤال 3) 1.75 نقطة

تُعيد السحب مع إعادة 3 مرات. لتكن X عدد الكرات الحمراء.

أ) ما نوع توزيع X؟

ب) أحسب $P(X = 3)$.

ج) أحسب $E(X)$ و $V(X)$.

السؤال 4) 0.75 نقطة

أحسب $P(X \leq 2)$.

السؤال 5) 0.5 نقطة

أحسب $P(X \leq 1 | 2)$.