✅ الحل النموذجي

# الاختبار الفصلي الثاني

الحل النموذجي المفصّل — منصة الرياضيات

📝 5 تمارين محلولة  📅 مارس 2027  🎓 علوم تجريبية / رياضيات / تقني رياضي

## حل التمرين 1

(1 $f(-x) = e^{x-}\sin(-x) = e^{x-}\sin x- = f(x)$ لأن $f(x)- = f(x)$ (1

(2 إذن $f$ ليست زوجية ولا فردية.

(3 $f'(x) = e^x\sin x + e^x\cos x = e^x(\sin x + \cos x)$ (2

(4 $f''(x) = e^x(\sin x + \cos x) + e^x(\cos x - \sin x) = 2e^x\cos x$

(5 $f'' - 2f' + 2f = 2e^x\cos x - 2e^x(\sin x + \cos x) + 2e^x\sin x - 2e^x(\cos x - \sin x) = 0$ ✓

## حل التمرين 2

(1 $z^2 = (i-1)^2 = i^2 + 2i - 1 = -2i$ (1

(2 $|z| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

(3 $\arg(z) = \arctan(-1) = -\frac{\pi}{4}$ (2

(4 الشكل الأسي: $z = \sqrt{2}\, e^{-i\pi/4}$

(5 $z^{10} = (\sqrt{2})^{10} e^{-i10\pi/4} = 32e^{-i5\pi/2}$ (3

(6 $5\pi/2 \equiv \pi/2 \pmod{2\pi}$، إذن $z^{10} = 32e^{-i\pi/2} = -32i$

## حل التمرين 3

(1 نضع $u = 1 + e^x$, $du = e^x\, dx$ (1

(2 $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+1}\, dx = [\ln(1+e^x)]_0^{\ln 2} = \ln 3 - \ln 2$

(3 نضع $u = x^3$, $du = 3x^2\, dx$ (2

(4 $\int_0^1 x^2 e^{x^3}\, dx = \frac{1}{3}\int_0^1 3x^2 e^{x^3}\, dx = \frac{1}{3}\left[e^{x^3}\right]_0^1 = \frac{1}{3}(1-e)$

## حل التمرين 4

(1 عدد النتائج: 36. نتائج بمجموع 7: (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) = 6 نتائج

(2 $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(3 $P(\text{وجه} \geq 2) = P(\text{وجه}2) + P(\text{وجه}3) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}\cdot\binom{3}{2} = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ (2

## حل التمرين 5

(1) **التهيئة:** $n = 1$: $\sum_{k=1}^{1} k^2 = 1$ و $1 = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{6}$ ✓

(2) **الفرضية:** نفرض $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) **النتيجة:** $\sum_{k=1}^{n+1} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (1+n)^2 = \left[(n+1) + \frac{n(2n+1)}{6}\right](1+n)$

(4) $= \frac{2n^2+n+6n+6}{6} \cdot (1+n) = \frac{(n+2)(2n+3)}{6} \cdot (1+n) = \frac{(2n+3)(n+2)(n+1)}{6}$ ✓

(5) **الخلاصة:** بالتراجع، الصيغة صحيحة لكل $n \geq 1$.


**منصة الرياضيات**

الحل النموذجي — بإشراف الأستاذ عدلي أسعد

📧 asaadadli9393@gmail.com | الجزائر 🇩🇿