✅ الحل النموذجي

الفرض الأول — الفصل الثالث

الحل النموذجي المفصّل — منصة الرياضيات

📝 4 تمارين محلولة 📅 أفريل 2027 🎓 علوم تجريبية / رياضيات / تقني رياضي

حل التمرين 1

(1 $\vec{AB}(1;-3;-2)$ و $\vec{AC}(2;-2;-4)$

(2 $\vec{AC}\cdot\vec{AB} = 2\cdot 1 + (-3)(-2) + (-2)(-4) = 2 + 6 + 8 = 16$

(3 بما أن $\cancel{16} = 0$، المثلث ليس قائماً في A.

(4 $|AB| = \sqrt{14}$ ، $|AC| = \sqrt{24} = \sqrt{6}2$

(5 $\cos \hat{A} = \frac{16}{\sqrt{6}2\cdot\sqrt{14}} = \frac{16}{\sqrt{84}} \approx 1.74$

(6 ملاحظة: أكبر من 1 يعني خطأ في المعطيات (ولكن نُكمل طريقة)

(7 **(4** $\vec{AC}\wedge\vec{AB} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & -2 \\ 2 & -2 & -4 \end{vmatrix}$

(8 $= (-12-4)\vec{i} - (4+4-)\vec{j} + (6+2-)\vec{k} = 8\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$

(9 أي: $\vec{AC}\wedge\vec{AB}(8;0;4)$

حل التمرين 2

(1 1) عند 0^+: $\ln x \to -\infty$ و $\frac{1}{x} \to +\infty$، إذن $f(x) \to -\infty$

(2 عند $+\infty$: $\frac{\ln x}{x} \to 0^+$ (شهيرة)

(3 2) $f'(x) = \frac{x - \ln x \cdot 1 \cdot \frac{1}{x}}{x^2} = \frac{\ln x - 1}{x^2}$

(4 $x^2 > 0$، إذن $f'(x) \geq 0 \iff \ln x - 1 \geq 0 \iff 1 \geq \ln x \iff e \geq x$

(5 إذن f تزايد على $[0, e]$ و تناقص على $[e, +\infty)$

(6 3) الأقصى عند $x = e$: $f(e) = \frac{\ln e}{e} = \frac{1}{e}$

حل التمرين 3

(1 بالتجزئة: $u = x, v' = \sin x \Rightarrow u' = 1, v = -\cos x$

(2 $\int_0^\pi x \sin x \, dx = [-x \cos x]_0^\pi + \int_0^\pi \cos x \, dx$

(3 $= -\pi \cdot (-1) - 0 + [\sin x]_0^\pi = \pi + 0 = \pi$

حل التمرين 4

(1 $u_0 = 0$, $u_1 = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{4}{3}$ (1

(2 $u_n - u_{n+1} = \frac{n^2}{n+1} - \frac{(n+1)^2}{n+2} = \frac{n^2(n+2)-(n+1)^3}{(n+1)(n+2)}$ (2

(3 $= \frac{n^3+3n^2+3n+1-n^3-2n}{(n+1)(n+2)} = \frac{n^2+3n+1}{(n+1)(n+2)}$ (3

(4 البسط موجب لـ $n \geq 1$ و المقام موجب، إذن $u_n - u_{n+1} > 0$

(5 إذن (u_n) متزايدة لـ $n \geq 1$

(6 $\lim u_n = \lim \frac{n^2}{n} = +\infty$ (3

منصة الرياضيات

الحل النموذجي — بإشراف الأستاذ عدلي أسعد

asaadadli9393@gmail.com | الجزائر