الفرض الثاني — الفصل الثاني

المؤسسة: منصة الرياضيات — الأستاذ عدلي أسعد | **السنة الدراسية:** 2026/2027

المستوى: علوم تجريبية / رياضيات / تقني رياضي | **المدة:** ساعتان | **التاريخ:** مارس 2027

التمرين الأول (6 نقاط) — مسألة مع قراءة بيانية

المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$. المنحنى $(\mathcal{C})$ المعطى في الشكل هو لدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = (ax + e)(x - b)^{-x}$ حيث a, b عددان حقيقيان.

بقراءة بيانية: عيّن $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$. فسّر.

المنحنى يمر من $A(0;2)$ و المماس في A يمر من $B(1;3)$. اكتب نظام معادلتين لتحديد a, b.

حُلّ النظام و استنتج عبارة $f(x)$ صراحة.

احسب $f'(x)$, أدرس إشارها, أنشئ جدول التغيرات.

بيّن أنّ $(\Delta) : y = 0$ مقارب أفقي, ادرس الوضع النسبي.

أوجد معادلة المماس في النقطة ذات الفاصلة $x = 1$.

ارسم $(\mathcal{C})$ في المعلم.

التمرين الثاني (5 نقاط) — أعداد مركبة + هندسة

لتكن $z = \sqrt{3} - i$. احسب $|z|$ و $\arg(z)$.

اكتب z على الشكل الأسي.

احسب z^6 على الشكل الأسي ثم الجبري.

لتكن A نقطة التمثيل الهندسي لـ z في المستوي المركب. احسب OA.

حل في $\mathbb{C}$: $z^3 = -8i$.

لتكن $Z = z^2$. احسب Z على الشكل الجبري.

بيّن أن $|Z|^2 = Z \cdot \bar{Z} = 16$.

احسب $\arg(z) + \arg(z)$. ماذا تلاحظ؟

التمرين الثالث (5 نقاط) — احتمالات + توزيع ذي الحدين

في صندوق 4 كرات حمراء و 6 كرات بيضاء (10 كرات). نسحب 3 كرات مع إعادة. لتكن X عدد الكرات الحمراء المسحوبة. ما نوع توزيع X؟

احسب $P(X = 0)$, $P(X = 3)$.

احسب $E(X)$ و $V(X)$.

احسب $P(X \leq 2)$.

بيّن أن $P(X = k) = \binom{3}{k} (0,4)^k (0,6)^{3-k}$.

ما أصغر n بحيث $P(Y \geq 1) \geq 0.95$ حيث $Y \sim \mathcal{B}(n, 0,4)$؟

احسب $P(X = 2 | X \geq 1)$.

احسب $P(X = 0)$ إذا أزلنا الإعادة (3 كرات بدون إعادة).

التمرين الرابع (4 نقاط) — متتالية + برهنة بالتراجع

برهن بالتراجع أن $\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$ لـ $q \neq 1$ و $n \geq 0$.

استنتج $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k}$ ثم احسب نهايتها.

لتكن (u_n) معرفة بـ $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{u_n+1}{2}$. احسب u_1, u_2, u_3 .

برهن بالتراجع أن $1 < u_n \leq 2$ لكل n.

ادرس رتابة (u_n), حدد نهايتها.

لتكن $v_n = u_n - 1$. بيّن أن (v_n) هندسية و اكتب v_n بدلالة n.

احسب $\sum_{k=0}^{n} v_k$ و استنتج $\sum_{k=0}^{n} u_k$.

احسب $\lim \sum_{k=0}^{n} v_k$.