✅ الحل النموذجي — بكالوريا 2021 — شعبة التقني رياضي

الحل النموذجي الرسمي المفصّل — الأستاذ عدلي أسعد

السنة: 2021 | **الشعبة:** شعبة التقني رياضي | **المدة:** 3 ساعات

الجزء الأول: الدوال الأسية واللوغاريتم (12 نقطة)

السؤال 1) 0 نقطة

تغيير المتغير: نضع $X = e^x$ $(X > 0)$.

$$0 = 6 + 5X - X^2$$

حل التربيعية:

$$\Delta = 25 - 24 = 1$$

$$X_1 = 3 \text{ ,} X_2 = 2 \implies X = \frac{1 \pm 5}{2}$$

كلاهما موجب ✓.

العودة إلى x:

- $e^x = 3 \implies x = \ln 3$
- $e^x = 2 \implies x = \ln 2$

النتيجة: $S = \{\ln 2, \ln 3\}$

السؤال 2) 0 نقطة

1. مجال التعريف: $x > 0$ و $2 - x > 0 \implies x < 2$.

$D =]-\infty, 2[$

2. على D:

$$x(x - \ln(2)) \geq \ln 8 \iff x(x - 2) \geq 8 \iff x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

3. حل التربيعية:

$$\Delta = 4 + 32 = 36 \text{ ,} \quad x_1 = -2 \text{ ,} x_2 = 4 \implies x = \frac{6 \pm 2}{2}$$

إشارة $x^2 - 2x - 8$: سالبة بين الجذرين، أي على $[-2, 4]$.

4. تقاطع مع D:

$$[-2, 4] \cap]-\infty, 2[= [4, 2[$$

النتيجة: $S = [4, 2[$

السؤال 3)

0 نقطة

تغيير المتغير: نضع $\ln x = u$, إذن $dx\,\frac{1}{x} = du$.

عند $x = 1$: $u = 0$

عند $x = e$: $u = 1$

$$\frac{1}{2} = 0 - \frac{1}{2} = {}_0^1\left[\frac{u^2}{2}\right] = u\,du\,{}_0^1\int = dx\,\frac{\ln x}{x}\,{}_1^e\int$$

النتيجة: $\frac{1}{2} = dx\,\frac{\ln x}{x}\,{}_1^e\int$

الجزء الثاني: الهندسة في الفضاء (8 نقاط)

السؤال 1) 0 نقطة

$$\sqrt{2} = \sqrt{0+1+1} = \sqrt{^2(0-0)+^2(0-1)+^2(1-0)} = AB$$

النتيجة: $\sqrt{2} = AB$

السؤال 2) 0 نقطة

الشعاعان: $\overrightarrow{AB}(1,1,-0)$ و $\overrightarrow{AC}(1,0,-1)$

الشعاع الناظم: $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 0\cdot 0 - 1\cdot 1 \\ 1\cdot(-1) - (-1)\cdot 0 \\ (-1)\cdot 1 - 0\cdot(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

معادلة المستوي: يمر من $A(1,0,0)$ بشعاع ناظم $(1,1,1)$:

$$0 = (0-z)\cdot 1 + (0-y)\cdot 1 + (1-x)\cdot 1$$

$$1 = z + y + x$$

النتيجة: معادلة المستوي (ABC): $1 = z + y + x$

السؤال 3) 0 نقطة

صيغة المسافة من نقطة إلى مستوي:

المستوي $0 = 1 - z + y + x$ $(a = 1, b = 1, c = 1, d = -1)$.

$$d(O,(ABC)) = \frac{|1 - 0\cdot 1 + 0\cdot 1 + 0\cdot 1|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

النتيجة: $d(O,(ABC)) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}577$