Estadística: estadística
Grado en Relaciones Laborales | Curso 2019-2020

Tema 4. Números índices.

Alejandro Saavedra Nieves

Números índices: introducción

- Un número índice para una magnitud (precios, cantidades, etc.) de un bien mide la evolución de la misma a lo largo del tiempo.
- En concreto se obtendrá como el cociente entre su valor en un instante cualquiera y su valor en un instante inicial de referencia.
- Se distinguen dos tipos, en función del número de bienes involucrados:
    - índice simples, para medir la evolución de magnitudes un único producto.
    - índice agregado, que combina los índices de diferentes bienes a la vez.
- Los números índice son un procedimiento muy general para describir la evolución de una realidad compleja a lo largo del tiempo.
- Aunque originalmente se utilizan en el ámbito de la Economía, su aplicación en Ciencias Sociales es cada vez mayor.

Números índices: conceptos

Los números índices son una medida estadística que permiten comparar una magnitud simple o compleja en dos situaciones diferentes respecto al tiempo o al espacio tomando una de ellas como referencia.

Al periodo inicial se le denomina base del índice o referencia y la situación a comparar se denomina periodo actual o corriente. A la base del índice se le asigna el valor 100.

Para estas comparaciones tenemos que:

- Fijar la situación inicial con la que comparar, que condiciona el resultado de la comparación.
- Determinar la naturaleza de las magnitudes. Serán simples o complejas en función del número de bienes a comparar.

Los números índice son adimensionales.

Números índices simples

Son aquellos índices que proporcionan la variación que ha sufrido una única magnitud o concepto entre dos períodos o lugares distintos.

Precios de un litro de leche entre 1990 y 1995 (en pesetas)

	Leche (l)
1990	70
1991	75
1992	77
1993	77
1994	85
1995	90

Según si se mantiene fija o no la base del índice distinguimos dos tipos de números índice simples:

- índices en serie, si la referencia es constante.
- índices en cadena, si la referencia es variable.

Números índices simples en serie

Sea X una variable y sean x_0 y x_t el valor referencia de la variable y el valor de la variable en el instante t, respectivamente.

Si fijamos como referencia x_0, el número índice simple en serie se define por

$$I_0^t(X) = \frac{x_t}{x_0} \cdot 100$$

Precios de un litro de leche entre 1990 y 1995 (en pesetas)

	Leche (l)	Índice en serie
1990	70	100
1991	75	107.1
1992	77	110
1993	77	110
1994	85	121.4
1995	90	128.6

Por ejemplo, para $X =$ "precio de la leche" en 1991:

$$I_0^1(X) = \frac{x_1}{x_0} \cdot 100 = \frac{75}{70} \cdot 100.$$

Números índices simples en cadena

Sea X una variable y sean x_{t-1} y x_t los valores de una variable X en dos instantes consecutivos.

El número índice simple en cadena se define por

$$IC^t(X) = \frac{x_t}{x_{t-1}} \cdot 100$$

Para series de observaciones temporales, estos índices indican la variación porcentual de la variable entre dos observaciones consecutivas.

Precios de un litro de leche entre 1990 y 1995 (en pesetas)

	Leche (l)	Índice en cadena
1990	70	100
1991	75	107.1
1992	77	102.6
1993	77	100
1994	85	110.4
1995	90	105.9

Por ejemplo, para $X =$ "precio de la leche" en 1995:

$$IC^5(X) = \frac{x_5}{x_4} \cdot 100 = \frac{90}{85} \cdot 100.$$

Relación entre números índices simples en serie y en cadena

Sea X una variable y sea t un instante en el tiempo.

- Los números índices en cadena se pueden obtener de los índices en serie:

$$IC^t(X) = \frac{x_t}{x_{t-1}} \cdot 100 = \frac{\frac{x_t}{x_0}}{\frac{x_{t-1}}{x_0}} \cdot 100 = \frac{I_0^t(X)}{I_0^{t-1}(X)} \cdot 100$$

- Los números índices en serie se pueden obtener a partir de los índices en cadena:

$$I_0^t(X) = \frac{x_t}{x_0} \cdot 100 = \frac{IC^t(X)}{100} \cdot \frac{IC^{t-1}(X)}{100} \cdot \ldots \cdot \frac{IC^2(X)}{100} \cdot \frac{IC^1(X)}{100}$$

Relación entre números índices simples en serie y en cadena

Sea X una variable y sea t un instante en el tiempo.

- La cantidad
$$\frac{x_t - x_0}{x_0} \cdot 100$$
determina el crecimiento relativo, en tanto por ciento, del año t con relación al año base.
En términos de números índice, dicha cantidad se corresponde con
$$I_0^t(X) - 100$$

- La cantidad
$$\frac{x_t - x_{t-1}}{x_{t-1}} \cdot 100$$
determina el crecimiento relativo, en tanto por ciento, del año t con relación al año anterior.
En términos de números índice, dicha cantidad se corresponde con
$$IC^t(X) - 100$$

Números índices simples más utilizados

Precio relativo

Relación entre el precio de un bien en el período actual p_{it} y el precio en el instante inicial p_{i0}:

$$p_0^t = \frac{p_{it}}{p_{i0}} \cdot 100$$

Cantidad relativa

Razón entre la cantidad de un bien en el período actual q_{it} y la base q_{i0}:

$$q_0^t = \frac{q_{it}}{q_{i0}} \cdot 100$$

Valor relativo* El valor relativo será la razón entre los valores de ese bien en el período actual y el período base:

$$V_0^t = \frac{V_t}{V_0} = \frac{p_{it} q_{it}}{p_{i0} q_{i0}} \cdot 100.$$

*Valor de un bien en un período cualquiera es el precio de cada unidad del mismo multiplicado por la cantidad vendida.

Números índices simples. Aplicación

Precios de una barra de pan (en euros)

Año	Precio barra pan	$X =$ "Variación precio"
2005	25	100
2006	30	$I_0^1(X) = 30/25 \cdot 100 = 120$
2007	32	$I_0^2(X) = 32/25 \cdot 100 = 128$
2008	38	$I_0^3(X) = 38/25 \cdot 100 = 152$
2009	44	$I_0^4(X) = 44/25 \cdot 100 = 176$
2010	48	$I_0^5(X) = 48/25 \cdot 100 = 192$

Números índices agregados

Son aquellos índices que proporcionan la variación que han sufrido varias magnitudes entre dos períodos o lugares distintos. Cuantifican la evolución del precio de un conjunto de bienes o servicios.

El objetivo es proporcionar un número índice sencillo que reúna la mayor cantidad de información.

Clasificación de los números índices agregados

- no ponderados, los más sencillos.
- ponderados, que incluyen mayor cantidad de información (importancia relativa de cada producto).

Números índices agregados no ponderados

Un planteamiento inicial es sumar el precio de todos los productos para formar una serie única y aplicar los índices simples estudiados anteriormente.

Tiempo / Artículos	1	2	$\cdots$	n
0	p_{10}	p_{20}	$\cdots$	p_{n0}
1	p_{11}	p_{21}	$\cdots$	p_{n1}
2	p_{12}	p_{22}	$\cdots$	p_{n2}
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
t	p_{1t}	p_{2t}	$\cdots$	p_{nt}

Tiempo / Artículos	1	2	$\cdots$	n
Índices simples	$p_{1t}/p_{10} \cdot 100$	$p_{2t}/p_{20} \cdot 100$	$\cdots$	$p_{nt}/p_{n0} \cdot 100$

Algunos números índices agregados no ponderados

Índice de Sauerbeck para precios

Considerando los precios relativos p_{it}/p_{i0} en el instante t, este índice es la media aritmética no ponderada de los índices simples.

$$IS_p^t = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{p_{it}}{p_{i0}}\cdot 100.$$

Media Geométrica

$$IMG_p^t = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}\frac{p_{it}}{p_{i0}}}\cdot 100.$$

Números índices agregados ponderados

Reflejan la importancia relativa en el presupuesto de los consumidores.

Se incluye una ponderación para cada uno de los productos en términos de su consumo.

Algunas nociones previas

- $p_{i0}q_{i0}$ es el valor de la cantidad de bien i consumido en el instante inicial, a precios iniciales.
- $p_{i0}q_{it}$ es el valor de la cantidad de bien i consumido en el instante t, a precios iniciales.

Números índices agregados ponderados: índice de Laspeyres

Analizan las variaciones debidas a los cambios en los precios de un conjunto de artículos, ponderándolos por las mismas cantidades.

El índice de Laspeyres se define como la media aritmética ponderada de los índices simples de los precios:

$$IL_p^t = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i0}} \cdot 100$$

- El principal inconveniente del índice de Laspeyres está en asumir que se adquieren siempre las mismas cantidades que en el periodo inicial (o base).

Es una alternativa al índice de Laspeyres.

El índice de Paasche se define como la media aritmética ponderada de los índices simples de los precios:

$$IL_p^t = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{it}} \cdot 100$$

- El principal inconveniente del índice de Laspeyres está en las dificultades de su cálculo.
- Sólo compara el índice de precios con el del año base.

Otros índices de precios: Edgeworth, Fisher,...

Una aplicación: el índice de precios al consumo

El Índice de Precios de Consumo (IPC) es una medida estadística de la evolución de los precios de los bienes y servicios que consume la población residente en viviendas familiares en España.

- El conjunto de bienes y servicios, que conforman la cesta de la compra, se obtiene básicamente del consumo de las familias y la importancia de cada uno de ellos en el cálculo del IPC está determinada por dicho consumo.
- La información de lo que se consume se obtiene a través de la Encuesta Continua de Presupuestos Familiares (trimestral).
- Se seleccionan los artículos que pertenecen a la cesta de la compra y su ponderación en el I.P.C., correspondiente al gasto realizado en la parcela de gasto que dicho artículo representa.
- Recogidos los precios, se calcula el índice con ponderaciones fijas durante el año (Laspeyres).
- El IPC está diseñado para actualizar cada cierto tiempo tanto las ponderaciones como los artículos de la cesta de la compra, incorporando los cambios en el consumo de los individuos.

Ejercicio Una empresa estudia la evolución de los precios (en euros) de tres componentes (A, B, C) para una pieza en los último 5 años.

Año	A	B	C
1	3	4	1
2	4	6	1.5
3	5	6.5	2
4	4.5	7	2.5
5	7	4	3

1. Calcular un índice simple para estudiar la evolución de los precios del componente A tomando como período de referencia el año 1.
2. Calcular un índice conjunto de la evolución de precios utilizando el índice de Sauerbeck.
3. Analizar cómo varían los resultados si escoge otros promedios como la media geométrica.
4. Sabiendo que en cada pieza hay 5 unidades de A, 10 de B, y 15 de C, calcula el índice de Laspeyres.