Самостоятельная работа № 4.

Тема: **Аксиомы теории вероятностей. Свойства вероятности. Условные вероятности. Независимость событий**

**Теоретический материал**

Пусть Ω – пространство элементарных событий.

Класс ℑ подмножеств Ωназывается σ*-алгеброй*, если удовлетворяет следующим аксиомам:

*а*1)Ω∈ℑ;

*а*2)если *A* ∈ℑ , то ∈ℑ ;

*а*3)если *А*1, *А*2, *А*3,... ∈ℑ, то ∈ℑ.

Множества из ℑ называются случайными событиями.

Вещественная функция *Р*, определенная на ℑ, называется *вероятностной*, если удовлетворяет следующим аксиомам:

*b*1) *Р(А)≥0* для любого *А*∈ℑ;

*b*2)Р (Ω) = 1;

*b*3) если *А*1, *А*2, *А*3,... ∈ℑ и *Аi Аj ≠ 0* при *i*≠*j*, то

.

Число Р(*A*), поставленное в соответствие вероятностной функцией множеству *А* из ℑ, называется *вероятностью случайного события А.*

Утверждения *а*1, *а*2, *а*3, *b*1, *b2*, *b3* составляют систему аксиом теории вероятностей, сформулированную А.Н.Колмогоровым.

Из системы аксиом теории вероятностей вытекают следующие свойства вероятности:

1. *Р*() *= 1*– *Р*(*А*);
2. *Р*(∅)= 0;
3. Если *A⊂ В*, то *Р*(*В - А*)*=Р*(*В*) *- Р*(*А*);
4. Если *А⊂ В*,то *Р*(*А*)< *Р*(*В*).

Теорема сложения. Пусть *A* и *B* – случайные события. Тогда

*Р*(*А***+***В*)*=Р*(*А*) **+***Р*(*В*)– *Р*(*АВ*).

Теорема сложения для трех событий. Пусть *А*, *В* и С – случайные события. Тогда

*Р*(*А+В+С*)*=*

*=**Р*(*А*)**+***Р*(*В*)***+****Р*(*С*)– *Р*(*АВ*)– *Р*(*АС*) –*P*(*B*)**+***Р*(*АВС*).

Свойство непрерывности вероятности.

Если {*Ап*}–монотонно неубывающая последовательность случайных событий, т.е. *А*1⊂*А*2⊂…⊂А*n* ⊂A*n*+1⊂ ...., то

.

Если {*Ап*}–монотонно невозрастающая последовательность случайных событий, т.е. *А*1⊃*А*2⊃…⊃А*n* ⊃A*n*+1⊃ ...., то

.

Пусть *А* и *В* – случайные события и *Р*(*В*)>0. Условной вероятностью события *А* при условии, что событие *В* произошло, называют

.

Теорема умножения. Если *Р*(*А*)>0, *Р*(*В*)*>*0, то имеют место равенства

.

События *А* и *В* называются независимыми, если

;

в этом случае

и *.*

События *А*1, *А*2,…, А*n* называются независимыми в совокупности, если для любого *k≤n* и для любых 1 *≤* *i*1 *< ... < ik ≤* *п*

*.*

Если события *А*1, *А*2, …, А*n* независимы в совокупности, то любые два события *Аi* и *Aj* (*i*≠*j*)независимы. Из попарной независимости независимость в совокупности не следует.

**Пример С**.**Н.Бернштейна.** На плоскость бросают тетраэдр, три грани которого окрашены соответственно в красный, зеленый, голубой цвета, а на четвертую грань нанесены все три цвета. Пусть событие *К* состоит в том, что при бросании тетраэдра на плоскость выпала грань красного цвета, и пусть аналогично определены события *3* и *Г*. Поскольку каждый из этих трех цветов нанесен на две грани, то

Р(*К*) = P(*3*) = Р(*Г*) =2/4=1/2.

Далее,

*Р*(*КЗ*) *= Р*(*ЗГ*)*=*Р(*ГК*)*=*1/4.

Следовательно, события *К*, *3* и *Г* независимы попарно. Но эти события не являются независимыми в совокупности, так как

*P*(*КЗГ*)=1/4≠*P*(*К*)*Р*(3)*Р*(*Г*) =1/8.

**Образец выполнения**

**Задача** 1. Завод выпускает доброкачественные приборы с вероятностью 0,95. Найти вероятности событий *А=*{Хотя бы один из грех наудачу выбранных приборов доброкачественный}, *В =* {Все из трех наудачу выбранных приборов доброкачественные}.

*Решение*. Пусть событие *Di* означает, что выбранный наудачу *i*-ый прибор доброкачественный. По условию задачи *P*(*Di*) = 0,95, тогда по свойству вероятности . Найдем вероятность события ={Все из трех наудачу выбранных приборов недоброкачественные}. Поскольку события *Di*, *i* = 1, 2, 3, независимы, то

.

Тогда

*Р*(*А*)= 1 – (0,05)3 = 0,999875.

Далее,

*Р*(*В*)*=P*(*D*1*D*2*D*3) *=* (0,95)3 = 0,857375.

**Задача 2.** Из таблицы случайных чисел наудачу взяты пять чисел. Найти вероятности событий *А=*{Хотя бы одно из выбранных чисел делится на 5}, *В=*{Второе и третье выбранные числа оканчиваются нулем}.

*Решение.* Пусть событие *Di* означает, что выбранное наудачу *i*-ое число делится на 5. Все числа оканчиваю тся одним из десяти цифр. Тогда *P*(*Di*) *=* 0,2. По свойству вероятности . Найдем вероятность события {Все из пяти наудачу взятых чисел не делятся на 5}. Поскольку события *Di* , *i*=1,2, 3, Независимы, то . Тогда *Р*(*А*)*=*1– 0,33=0,67. Далее, пусть событие *Ci* означает, что выбранное наудачу *i*-ое число оканчивается нулем, тогда Р (*Ci* ) = 0,1. Поскольку в событии *В* первое, четвертое и пятое числа могут быть любым и, то *Р*(*В*)*=Р*(*С*2*С*3)**=**(0,1)2 =0,01.

**Задача 3.** Стрелок ведет огонь по цели, движущейся на него. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0,4 и увеличивается на 0,1 при каждом последующем выстреле. Какова вероятность получить два попадания при трех независимых выстрелах?

*Решение.* Пусть событие *Пi* означает, что стрелок попал в цель при *i*-ом выстреле, соответственно *Нi* – непопадание. По условию задачи

*P*(*Пi*)=0,4+(*i –* 1)∙0,1=0,3+0,1*i*,

тогда вероятность непопадания в цель при *i*-ом выстреле равна

*P*(*Нi*)=0,7 – 0,1*i*.

Пусть событие *А* = {Два попадания в цель при трех независимых выстрелах}, тогда

*Р*(*А*)*=Р*(*Н*1*П*2П3 + П1 *Н*2 П3+ П1 П2Н3).

Поскольку суммируемые события несовместны, то

*Р*(*А*)*=Р*(*Н*1*П*2П3) + *Р*(П1 *Н*2 П3)+ *Р*(П1 П2Н3).

В силу независимости выстрелов

*Р*(*А*)*=Р*(*Н*1)*Р*(*П*2)*Р*(П3) + *Р*(П1) *Р*(*Н*2) *Р*(П3)+ *Р*(П1) *Р*(П2) *Р*(Н3)=

=0,6∙0,5∙0,6+0,4∙0,5∙0,6+0,4∙0,5∙0,4=0,38.

**Задача 4.** На колышек набрасывается кольцо до первого попадания. Вероятность попадания кольца на колышек при одном броске равна 0,56. Найти вероятность того, что придется сделать от пяти до семи бросков.

*Решение.* В качестве пространства элементарных событий в данном эксперименте можно рассматривать множество

,

где П означает попадание кольца на колышек, а Н – непопадание. Согласно предположению независимости испытаний

.

Пусть событие *А* означает, что сделано от пяти до семи бросков, т е. кольцо попало на колышек либо при пятом броске, либо при шестом, либо при седьмом. Тогда

*P*(*A*)=*Р*(ННННП+НННННП+ННННННП) =

= (0,44)4 ∙0,56 + (0,44)5 ∙0,56 + (0,44)6 ∙0,56≈0,0343.

**Задача 5.** Из группы, состоящей из четырех юношей возраста 17, 18, 19 и 20 лет и четырех девушек тех же лет, наудачу выбирают двух человек. Какова вероятность того, что оба окажутся юношами, если известно, что один из них юноша 17 лет?

*Решение.* Пусть событие *Ai* означает, что *i*-ым выбран юноша, а событие *В* –из двух выбранных один юноша семнадцати лет. По условию задачи необходимо найти вероятность *Р(А*1*А*2*|В*).По определению

.

Поскольку собы тие *А*1*А*2*В* означает, что выбраны двое юношей, причем один из них юноша семнадцати лет. Данному событию благоприятствует  элементарных события. В данном эксперименте всего  исходов, поэтому *Р*(*А*1*А*2*В*)=3/28. Далее, . Тогда .

Искомые вероятности *Р*(*А*1*А*2*В*)и *Р*(*В*)можно найти иным способом. Пусть событие *Ai* означает, что *i*-ым выбран юноша не семнадцати лет, а событие *Bi – i*-ым выбран юноша семнадцати лет. Тогда *А*1*А*2*В = А*1*B*2*+B*1*А*2.События *А*1*B*2и *B*1*А*2 несовместны, потому

P(*А*1*B*2*+B*1*А*2)= P(*А*1*B*2)*+* P(*B*1*А*2)=P(*А*1) P(*B*2|*A*1)+ P(*B*1)P(*A*2|(*B*1).

По условию задачи *Р*(*А*1)=3/8*.* Если событие *А*1произошло, то из оставшихся семи человек юношу семнадцати лет можно выбрать с вероятностью P(*B*2|*A*1)=1/7. Аналогично, P(*B*1)=1/8, P(*A*2|(*B*1)=3/7. Тогда

**.

Далее, так как *В=В*1+*В*2и события *В*1и *В*2 несовместны, то

**.

**Задача 6.** Из 100 студентов, находящихся в аудитории, 50 человек знает английский язык, 40 – французский и 35 – немецкий. Английский и французский языки знают 20 студентов, английский и немецкий – 8, французский и немецкий – 10. Все три языка знают 5 человек. Один из студентов вышел из аудитории. Найти вероятность события *F=*{Вышедший знает ровно два иностранных языка}, *G=*{Вышедший знает хотя бы один иностранных язык}.

*Решение.* Пусть событие *А* означает, что вышедший знает английский язык, *В* –французский язык, С – немецкий язык, тогда *А∙ В* означает, что вышедший знает английский и французский языки, **–английский и немецкий языки, **–французский и немецкий языки, а ** –вышедший знает все три языка. По условию задачи *Р*(*A*)**=**0,5;*Р*(*В*)*=*0,4;*Р*(*С*)*=*0,35;*Р*(*АВ*)*=*0,2; *Р*(*АС*)*=*0,08;*Р*(*ВС*)*=*0,1;*Р*(*АВС*)*=*0,05.Необходимо найти

** и *.*

Исходя из известных вероятностей, имеем

**

**;

**

**.

**Задача 7.** Из урны, содержащей четыре белых и пять черных шаров, наудачу последовательно извлекаю тся три шара. Найти вероятности событий *А=*{Все шары черные}, *B*={Хотя бы один шар черный}.

*Решение.* П усть событие *Ai* ={*i*-ый шар оказался черным}, *i* =1,2,3. Вероятность события *А*1 найдем из условия задачи: **. Если событие *А*1произошло, то в урне осталось восемь шаров, из них четыре белых и четыре черных шара, поэтом у **. Далее, если произошло событие ,т.е. из урны уже извлечены два черных шара, то вероятность извлечь третьим также черный шар равна **.

Итак,

**.

Аналогично найдем вероятность события, означающего, что все извлеченные шары белые, *.* Тогда

*.*

**Задания для самостоятельного решения**

**Вариант 1**

1. Экзаменационные работы по математике, которые писали абитуриенты при поступлении в университет, зашифрованы целыми числами от 1 до 990 включительно. Какова вероятность того, что номер наудачу взятой работы кратен 10 или 11?

2. Из двух полных наборов шахмат наудачу извлекают по одной фигуре или пешке. Какова вероятность того, что обе фигуры окажутся слонами?

3. Производится три независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность двух попаданий в мишень.

4. Из урны, содержащей 6 красных и 3 белых шара, наудачу извлекаются последовательно три шара. Найти вероятность появления первыми двух белых шаров.

5. Один раз подбрасывается правильная игральная кость. Даны события *А=*{Выпало простое число} и *В=*{Выпало четное число очков}. Вычислить *Р*(*А|B*).

6. Жюри состоит из трех судей. Первый и второй судьи принимают правильное решение независимо друг от друга с вероятностью 0,75, а третий судья для принятия решения бросает правильную монету. Окончательное решение жюри принимает по большинству голосов. Какова вероятность того, что жюри примет правильное решение?

7. В очереди три человека. Вероятности событий *Ai* = {*i* -ым в очереди стоит мужчина}, *i*= 1, 2, 3, равны 0,6. Найти вероятности событий *А =* {В очереди все женщины}, *В =* {В очереди более одного мужчины}, С = {В очереди хотя бы один мужчина}, D = {B очереди только один мужчина}.

**Вариант 2**

1. Производится три независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания в миш ень при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность хотя бы двух попаданий в мишень.

2. Из урны, содержащей 6 красных и 3 белых шара, наудачу извлекаются последовательно три шара. Найти вероятность появления первым белого, а вторым красного шара.

3. Ученик отвечает на пять вопросов словами «Да» или «Нет». Вероятность верного ответа на любой из вопросов равна 0,4. Найти вероятность трех верных ответов.

4. Вероятность того, что початки кукурузы имеют 12 рядов, равна 0,49, 14 рядов – 0,37, и 16 – 18 рядов – 0,14. Какова вероятность того, что наудачу выбранный початок будет иметь 12 или 14 рядов?

5. Вероятность попасть в самолет равна 0,4, а вероятность его сбить равна 0,1. Найти вероятность того, что при попадании в самолет он будет сбит.

6. Жюри состоит из трех судей. П ервый и второй судьи принимают правильное решение независимо друг от друга с вероятностью 0,75, а третий судья для принятия решения поступает следующим образом: если двое первых судей принимают одинаковые решения, то он к ним присоединяется, если же решения двух первых судей разные, то третий судья бросает правильную монету. Окончательное решение жюри принимает по большинству голосов. Какова вероятность того, что жюри примет правильное решение?

7. Студент сдал три экзамена. Вероятности событий *Аi=*{Студент сдал *i*-ый экзамен на отлично}, *i*= 1, 2, 3, равны 0,6. Найти вероятности событий *А=*{Один экзамен сдан на отлично}, *В =* {Не менее одного экзамена студент сдал на отлично}, С={По крайней мере два экзамена студент сдал на отлично}, *D=*{Первый экзамен сдан на отлично}.

**Вариант 3**

1. Из 30 учащихся спортивной школы 12 человек занимаются баскетболом, 15 – волейболом, 5 – волейболом и баскетболом, а остальные – другими видами спорта. Какова вероятность того, что наудачу выбранный спортсмен занимается только волейболом или только баскетболом?

2. Библиотечка состоит из десяти различных книг, причем 5 книг стоят по 400 ден.ед. каждая, 3 книги – по 200 ден.ед. и 2 книги – по 100 ден.ед. Найти вероятность того, что взятая наудачу книга стоит не дороже 200 ден.ед.

3. Буквы слова ЗАДАЧА записаны на одинаковых карточках. Из них наудачу последовательно извлекаются две карточки. Найти вероятность того, что извлечены гласные буквы.

4. Производятся независимые выстрелы до попадания в цель. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,75. Найти вероятность того, что произведено три выстрела.

5. Вероятность того, что прибор не откажет к моменту времени *t*1 равна 0,8, а вероятность того, что он не откажет к моменту времени *t*2(*t*1 *< t*2),равна 0,6. Найти вероятность того, что прибор не отказавший к моменту времени *t*1,не откажет к моменту времени *t*2.

6. Некая секретарша написала 5 деловых писем, вложила их в конверты и по рассеянности написала адреса случайным образом. Какова вероятность того, что хотя бы одно письмо попадет по назначению?

7. Наудачу взяты три числа. Событие *Аi =*{*i*-ое число кратно 5}, *i*= 1, 2, 3. Найти вероятности событий *А*={Все числа кратны 5}, B={Хотя бы одно число кратно 5}, *С=*{Только одно число кратно 5}, *D =* {Второе число кратно пяти}.

**Вариант 4**

1. Бросается пять раз правильная игральная кость. Найти вероятности событий *А* = {Все пять раз на верхней грани выпало шесть очков}, *В =* {Первые два раза на верхней грани выпало число очков, кратное 2}.

2. Из колоды в 36 карт наудачу последовательно извлекаются две карты. Найти вероятности событий *А*={Извлечены два туза красной масти}, *В=*{Извлечены карты бубновой масти}.

3. Из урны, содержащей 5 красных и 4 белых шара, наудачу извлекаются последовательно четыре шара. Найти вероятность того, что будет извлечен хотя бы один белый шар.

4. Контрольная работа состоит из трех задач по алгебре и трех по геометрии. Вероятность правильно решить задачу по алгебре равна 0,8, а по геометрии – 0,6. Какова вероятность правильно решить все три задачи хотя бы по одному из предметов?

5. В семье двое детей. Считая, что рождение мальчика и девочки – независимые и равновероятные события, вычислить вероятность того, что оба ребенка мальчики, если известно, что в семье есть мальчик.

6. Иван и Петр поочередно бросают правильную монету. Выигрывает тот, у кого раньше появится герб. Иван бросает первым. Найти вероятности выигрыша для каждого из игроков, если бросание монеты может продолжаться бесконечно долго.

7. Стрелок сделал три выстрела в мишень. Вероятности событий *Аi=*{Попадание в миш ень при *i*-ом выстреле}, *i*= 1, 2, 3, равны 0,6. Найти вероятности событий *A=*{Только одно попадание}, *В=*{По крайней мере одно попадание}, *С=*{Попадание при первом выстреле}, D={He менее двух попаданий}.

**Вариант 5**

1. Из трех урн, содержащих по два шара белого, черного и синего цветов, наудачу извлекается по одному шару. Найти вероятности событий *А=*{Извлечен хотя бы один белый шар}, *В=*{Извлечен ровно один черный шар}.

2. Среди пяти студентов, сдавших экзамен по теории вероятностей на оценки 5, 5, 4, 3, 3, выбирают наудачу двух. Найти вероятности событий *А=*{Выбраны студенты, сдавшие экзамен на «отлично»}, *В=*{Один из выбранных студентов сдал экзамен на «отлично»}.

3. Правильная шестигранная игральная кость подбрасывается четыре раза. Найти вероятность того, что первые три раза на верхней грани выпала шестерка.

4. Правильная монета подбрасывается до появления два раза подряд решки. Найти вероятность того, что будет сделано не более пяти подбрасываний.

5. Из множества чисел {1, 2, *N*}по схеме случайного выбора без возвращения выбирают три числа. Найти условную вероятность того, что третье число попадет в интервал, образованный первыми двумя, если известно, что первое число меньше второго.

6. За некоторый промеж уток времени амеба может погибнуть с вероятностью 0,25, выжить с вероятностью 0,25 и разделиться на две с вероятностью 0,5. В следующий такой же промежуток времени с каждой амебой независимо от «происхождения» происходит то же самое. Сколько амеб и с какими вероятностями может существовать к концу второго промежутка времени?

7. Три стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Вероятности событий *Аi =*{Попадание в мишень *i*-ым стрелком}, *i*= 1, 2, 3, равны 0,6. Найти вероятности событий *А*={В мишень попали только два стрелка}, *В=*{В мишень попал хотя бы один стрелок}, С={В мишень попало не более одного стрелка}, D= {В мишень попали все}.

**Вариант 6**

1. Имеется 100 жетонов, занумерованных целыми числами от 1 до 100. Из них последовательно и наудачу извлекается пять жетонов. Найти вероятности событий *А*={Извлечены хотя бы два жетона, номера которых кратны 3}, *В=*{Извлечено три жетона, номера которых кратны 8}.

2. Из колоды в 36 карт последовательно и наудачу извлекается три карты. Найти вероятности событий *А=*{Вторым извлечен король}, *В=*{Извлечены карты бубновой масти}.

3. Подбрасываются две правильные шестигранные игральные кости. Найти вероятность того, что на верхней грани выпадет ровно одна пятерка.

4. Из урны, содержащей 4 красных и 2 белых шара, наудачу извлекаются последовательно два шара. Найти вероятность того, что будет извлечен хотя бы один белый шар.

5. Побрасывают наудачу три правильные игральные кости. Наблюдаемые события: *А=*{На трех костях выпадут разные грани}, *В=*{Хотя бы на одной из костей выпадет шестерка}. Вычислить *Р*(*В|А*)и *Р*(*А|В*)*.*

*6*. Иван и Петр поочередно бросают правильную монету. Выигрывает тот, у кого раньше появится герб. Иван бросает первым. Найти вероятности выигрыша для каждого из игроков, если игра ограничена 10 бросками для каждого из игроков, причем, если герб не появится у Ивана вплоть до его десятого броска, выигравшим считается Петр.

7. Из двух полных наборов шахмат вынули наугад фигуру или пешку. Событие *А*1*=* {Первым вынули пешку}, *А*2*=*{Вторым вынули пешку}. Найти вероятности событий *А=*{Вынули хотя бы одну фигуру}, *В=*{Вынули две фигуры}, *С=*{Вынули только одну фигуру}, *D=*{Вынули не менее одной пешки}.

**Вариант 7**

1. Бросается пять раз правильная игральная кость. Найти вероятности событий *А=*{Первые два раза на верхней грани выпало шесть очков}, *В=*{Хотя бы два раза на верхней грани выпало шесть очков}.

2. Имеется 100 жетонов, занумерованных целыми числами от 1 до 100. Последовательно и наудачу извлекается три жетона. Найти мсроятйости событий *А=*{Извлечен ровно один жетон, номер которого кратен 7}, *В=*{Извлечено хотя бы два жетона, номера которых кратны 11}.

3. Подбрасывается правильная шестигранная игральная кость до первого появления пятерки на верхней грани. Найти вероятность того, что придется сделать не менее трех подбрасываний.

4. Из урны, содержащей шесть красных шаров и один синий шар, наудачу последовательно извлекаются два шара. Найти вероятность того, что будет извлечен ровно один красный шар.

5. Пусть события *А* и *В* несовместны , причем *Р*(*А*)≠0и *Р*(*В*)≠0. Доказать, что они зависимы.

6. Вероятность отказа прибора после того, как он применялся *k* раз, равна *P*(*k*)*.* Известно, что в первых *т* применениях прибор не отказал. Какова вероятность того, что при следующих *п* применениях прибор не откажет?

7. Из студенческой группы, состоящей из четырех юношей возраста 17, 18, 19 и 20 лет и четырех девушек тех же лет, выбирают наугад двух человек. Найти вероятности событий *А=*{Среди выбранных девушка семнадцати лет}, *В=*(Среди выбранных есть девушка}, С={Среди выбранных юноша двадцати лет}, *D=*{Среди выбранных либо девушка, либо юноша семнадцати лет}.

**Вариант 8**

1. Вероятность выигрыша в одной лотерее равна 0,7, а в другой – 0,4. Некий покупатель приобрел по одному билету каждого вида лотереи. Найти вероятности событий *А*={Покупатель приобрел только один выигрышный билет}, 5 = {Оба билета оказались невыигрышными}.

2. Имеется 100 жетонов, занумерованны х целыми числами от 1 до 100. Наудачу последовательно выбираются три жетона. Найти вероятности событий *А*={Извлечен хотя бы один жетон, номер которого кратен 5}, *В=*{Вторым извлечен жетон, номер которого кратен 13}.

3. Подбрасывается три раза правильная шестигранная игральная кость. Найти вероятность того, что пятерка выпала на верхней грани только один раз.

4. Производятся независимые выстрелы до первого попадания в цель. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,3. Найти вероятность того, что придется произвести более трех выстрелов.

5. Пусть события *А* и *В* независимы , причем *Р*(*А*)≠0 и *Р*(*В*)≠*0.* Доказать, что они обязательно совместны.

6. Производится стрельба из зенитного орудия по воздушной цели. Попадания при отдельных выстрелах независимы и имеют вероятность 0,45. Если снаряд попал в цель, то она поражается с вероятностью 0,55. Боевой запас орудия 10 снарядов. Стрельба ведется до поражения цели или до израсходования всего боезапаса. Найти вероятность того, что будет израсходован не весь запас.

7. Судно имеет три котла. Вероятности событий *Аi =*{Неисправность *i*-ого котла}, *i*= 1, 2, 3, равны 0,6. Найти вероятности событий *А =* {Неисправен только один котел}, *В =* {Неисправен хотя бы один котел}, С={Неисправен первый котел}, *D=*{Неисправны по крайней мере два котла}.

**Вариант 9**

1. Вероятность выигрыша в одной лотерее равна 0,7, а в другой – 0,4. Некий покупатель приобрел по два билета каждого вида потерей. Найти вероятности событий *А*={Покупатель приобрел только один выигры ш ный билет}, *В=*{Покупатель приобрел по одному выигрыш ному билету каждой лотереи}.

2. Из урны, содержащей шары по два шара белого, черного и синего цветов, наудачу последовательно извлекается три шара. Найти вероятности событий *А*={Извлечен хотя бы один белый шар}, *В=*{Извлечены один черный шар и два синих шара}.

3. Производится три независимых выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность того, что было два попадания.

4. Правильная монета подбрасывается до первого выпадения решки. Найти вероятность того, что будет произведено три подбрасывания.

5. Доказать, что элементарные исходы любого стохастического эксперимента зависимы.

6. Производится стрельба из зенитного орудия по воздушной цели. Попадания при отдельных выстрелах независимы и имеют вероятность 0,45. Если снаряд попал в цель, то она поражается с вероятностью 0,55. Боевой запас орудия 10 снарядов. Стрельба ведется до поражения цели или до израсходования всего боезапаса. Найти вероятность того, что останутся неизрасходованными не менее 5 снарядов.

7. Наудачу взяты три числа. Событие *Аi* ={*i*-ое число четное}, *i*= 1, 2, 3. Найти вероятности событий *А=*{Все числа нечетные}, *В=*{Хотябы одно число четное}, С={Первое число четное}, *D =* {Только одно число четное}.

**Вариант 10**

1. Производится последовательно два независимых выстрела в цель. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,4. Найти вероятность событий *А=*{Попадание в цель оба раза}, *В=*{Попадание в цель в первый раз}.

2. Бросаются три правильные шестигранные игральные кости. Найти вероятности событий *А=*{Сумма выпавших на верхних гранях очков нечетная}, *В=*{Хотя бы на одной из костей выпала единица}.

3. Студент сдает экзамены по двум предметам, на которых он с равной вероятностью может получить оценки «2», «3», «4» и «5». Найти вероятность того, что студент получит пятерки по обоим предметам.

4. В урне пять белых и три черных шара. Вынимается наудачу последовательно без возвращения три шара. Найти вероятность того, что шары одного цвета.

5. Пусть события *A* и *В* независимы. Показать, что тогда независимы и события и .

6. В тире имеются мишени двух типов: мелкие (диаметра *d*)и крупные (диаметра *2d*).Стреляющему обещан приз, если он из трех выстрелов по крайней мере дважды поразит цель, выбирая ее каждый раз по своему усмотрению, но с обязательным условием: не стрелять дважды подряд в мишень одного и того же диаметра. С какой мишени – мелкой или крупной – следует начать состязание стреляющему, если вероятность попадания в мишень пропорциональна ее площади?

7. Ученик выбирает три книги в библиотеке. Вероятности событий *Аi=* {*i*-ая выбранная книга о животных}, *i* = 1, 2, 3 равны 0,6. Найти вероятности событий *А*={Две книги о животных}, *В=*{Вторая книга о животных}, *С=*{Ни одной книги о животных}, *D* ={Все книги о животных}.

**Вариант 11**

1. Производится последовательно два независимых выстрела в цель. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,45. Найти вероятности событий *А=* {Попадание в цель оба раза}, *В=*{Попадание в цель в первый раз}.

2. Бросаются две правильные шестигранные игральные кости. Найти вероятности событий *А*={Сумма выпавших на верхних гранях очков нечетная}, *В=*{Хотя бы на одной из костей выпала единица}.

3. Вероятность бесперебойной работы станка в течение часа равна 0,8. Найти вероятность того, что в течение наблюдаемых трех часов станок не выйдет из строя.

4. Из четырех юношей и двух девушек выбираются наудачу и последовательно двое для дежурства. Найти вероятность того, что будут отобраны юноша и девушка.

5. Пусть события *А* и *В* независимы. Показать, что тогда независимы и события A и *.*

6. Самолет состоит из трех различных по уязвимости частей: 1) кабины летчика и двигателей, 2) топливных баков и 3) планера. Для поражения самолета достаточно одного попадания в первую часть, двух попаданий во вторую часть и трех попаданий в третью часть. При попадании в самолет одного снаряда он с вероятностью *рk* и независимо от других попадает в *k*-ую часть (*k=* 1, 2, 3). Самолет был обстрелян. События: *А*={В самолет попало 3 снаряда}, *В=*{Самолет поражен}. Найти условную вероятность *Р(В|А).*

7. Из урны вынимаются последовательно три шара. Вероятности событий *Аi =*{*i* -ый шар оказался белым}, *i*= 1, 2, 3 равны 0,6. Найти вероятности событий A={Все шары белые}, B={Ни одного белого шара}, *С=*{Ровно два белых шара}, *D* = {Хотя бы один белый шар}.

**Вариант 12**

1. Производится последовательно два независимых выстрела цель. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,25. Найти вероятности событий *А=*{Попадание в цель оба раза}, *В=*{Попадание в цель только один раз}.

2. Бросаются три правильные шестигранные игральные кости. Найти вероятности событий *А=*{На верхней грани только одной кости выпала единица}, *В=*{На верхних гранях выпала хотя бы одна единица}.

3. Буквы слова ДАЧА записаны на одинаковых карточках. Из них наудачу последовательно извлекаются две карточки. Найти вероятность того, что извлечены гласные буквы.

4. Известно, что при каждом измерении равновероятны как положительная, так и отрицательная ошибка. Какова вероятность того, что при трех независимых измерениях все ошибки будут положительными?

5. Пусть события *А* и *В* независимы. Показать, что тогда независимы и события и *В.*

6. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,65. Сколько надо произвести независимых выстрелов в неизменных условиях, чтобы с вероятностью не меньшей 0,95, поразить цель хотя бы один раз?

7. Из трех колод в 36 карт наудачу вынимается по одной карте. Событие *Аi=*{*i*-ая карта оказалась тузом}, *i*= 1, 2, 3. Найти вероятности событий *А=*{Вторая карта – туз}, *В=*{Ровно два туза}, С ={Х отя бы один туз}, D ={Ни одного туза}.

**Вариант 13**

1. Бросается два раза правильная шестигранная игральная кость. Найти вероятности событий *А=*{На верхней грани оба раза выпало шесть очков}, *В=*{Сумма выпавших на верхних гранях очков равна 5}.

2. Производится два независимых выстрела в цель. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,75. Найти вероятности событий *А –* попадание в цель при первом выстреле, *В –* попадание в цель при втором выстреле.

3. Из урны, содержащей 5 красных и 4 белых шара, наудачу извлекаются последовательно два шара. Найти вероятность того, что извлеченные шары одного цвета.

4. Выполненная контрольная работа состоит из задачи и примера. Вероятность того, что в наудачу выбранной работе правильно решена только задача, равна 0,8, а того, что получен хотя бы один правильный ответ, – 0,9. Найдите вероятность того, что правильно решен пример.

5. Из колоды в 36 карт наудачу извлекается одна карта. События: *А=*{Вынут туз}, *В=*{Вынута карта черной масти}, С={Вынута фигура: валет, дама, король или туз}. Установить зависимы или независимы следующие пары событий *А* и *В*, *А* и С?

6. Сколько раз нужно бросить пару правильных шестигранных игральных костей, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,5, хотя бы один раз появилась сумма очков, равная 12?

7. Из трех полных наборов домино наудачу взяли по одной кости. Найти вероятности событий A={Все кости оказались дублями}, *В=*{Одна кость оказалась дублем}, *С=*{Третья кость оказалась дублем}, D ={Не менее одного дубля}.

**Вариант 14**

1. Имеется 100 жетонов, занумерованных целыми числами от 1 до 100. Наудачу извлекается два жетона. Найти вероятности событий *А=*{Извлечение жетонов, номера которых кратны 2}, *В=*{Номер одного извлеченного жетона кратно 2}.

2. Из двух видов лотереи наудачу вынимается по одному билету. Найти вероятности событий *А –*  выигрыш по билету только одной лотереи, *В –*  выигрыш по билету хотя бы одной лотереи, если вероятность выигрыша по первому виду лотереи равна 0,01, а по второму – 0,02.

3. Производится четыре независимых выстрела. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,82. Найти вероятность того, что было два попадания.

4. Правильная монета подбрасывается до первого появления герба. Найти вероятность того, что будет сделано не менее трех подбрасываний.

5. Из колоды в 36 карт наудачу извлекается одна карта. События: *А*={Вынут туз}, *В=*{Вынута карта черной масти}, *С=*{Вынута фигура: валет, дама, король или туз}. Установить, зависимы или независимы следующие пары событий *А* и 5, *В* и С?

6. Цех изготовляет кинескопы для телевизоров, причем 70% всех кинескопов предназначены для цветных телевизоров и 30% – для черно-белых. Известно, что 50% всей продукций отправляется на экспорт, причем из общего числа кинескопов, предназначенных для цветных телевизоров, 40% отправляются на экспорт. Найти вероятность того, что наудачу взятый для контроля кинескоп предназначен для черно-белого телевизора и будет отправлен на экспорт.

7. Три стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Вероятности событий *Аi =*{Попадание в мишень *i*-ым стрелком}, *i*= 1, 2, 3 равны 0,6. Найти вероятности событий A={В мишень попал только один стрелок}, *В=*{В мишень попали хотя бы два стрелка}, С={ В мишень попали не менее одного стрелка}, D={В мишень никто не попал}.

**Вариант 15**

1. Производится два независимых выстрела в цель. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,45. Найти вероятности событий *А –* попадание в цель оба раза, *В –* попадание в цель только один раз.

2. Правильная монета подбрасывается два раза. Найти вероятности событий *А=*{В первый раз выпал герб}, *В=*{Во второй раз выпал герб}.

3. Выполненная контрольная работа состоит из трех задач и одного примера. Вероятность правильно решить задачу равна 0,54, а вероятность правильно вычислить пример – 0,64. Найти вероятность того, что решены хотя бы две задачи.

4. Студент отвечает на вопросы преподавателя до первого неверного ответа. Вероятность неверного ответа на любой вопрос равна 0,53. Найти вероятность того, что преподаватель задаст только три вопроса.

5. Из 100 студентов, находящихся в аудитории, 50 человек знает английский язык, 40 – французский и 35 – немецкий. Английский и французский языки знают 20 студентов, английский и немецкий – 8, французский и немецкий – 10. Все три языка знают 5 человек. Один из студентов вышел из аудитории. События: *А=*{Вышедший знает английский язык}, *В=*{Вышедший знает французский язык}, С={Вышедший знает немецкий язык}. Указать все пары независимых событий.

6. Студент может уехать в институт или автобусом, который ходит через каждые 20 минут, или троллейбусом, который ходит через каждые 10 минут. Какова вероятность того, что студент, подошедший к остановке, уедет в течение ближайш их пяти минут?

7. Из трех колод в 36 карт наудачу выбрано по одной карте. Найти вероятности событий *А=*{Все карты бубновой масти}, *В=*{Только одна карта бубновой масти}, С={Более одной карты бубновой масти}, D={Хотя бы одна карта бубновой масти}.

**Вариант 16**

1. Из таблицы случайных чисел наудачу взято два числа. Найти вероятность событий *А*={Оба выбранных числа делятся на 5}, B={Одно из выбранных чисел оканчивается нулем}.

2. Вероятность оказаться доброкачественным для приборов некоторого завода равна 0,89. Найти вероятности событий *А=*{Ровно один из трех проверяемых приборов доброкачественный}, *В=*{Первый из трех проверяемых приборов доброкачественный}.

3. Из урны, содержащей 3 красных и 3 белых шара, наудачу извлекаются последовательно три шара. Найти вероятность того, что шары одного цвета.

4. Выполненная контрольная работа состоит из пяти задач и двух примеров. Вероятность правильно решить задачу равна 0,54, а вероятность правильно вычислить пример – 0,64. Найти вероятность того, что решены две задачи и хотя бы один пример.

5. Из 100 студентов, находящихся в аудитории, 50 человек знает английский язык, 40 – французский и 35 – немецкий. Английский и французский языки знают 20 студентов, английский и немецкий – 8, французский и немецкий – 10. Все три языка знают 5 человек. Один из студентов вышел из аудитории. События: *А=*{Вышедший знает английский язык}, B={Вышедший знает французский язык}, С={Вышедший знает немецкий язык}. Установить, являются указанные события независимыми в совокупности.

6. Радист трижды вызывает корреспондента. Вероятность того, что корреспондент примет первый вызов, равна 0,2, второй – 0,3 и третий – 0,4. По условиям приема события, состоящие в том, что *i*-ый по счету вызов (*i* =1, 2, 3) услышан, независимы. Найти вероятность того, что корреспондент услышит радиста.

7. Три стрелка сделали по одному выстрелу в цель. Вероятности событий *Аi =*{Попадание в цель *i*-ы м стрелком}, *i* = 1, 2, 3, равны 0,6. Найти вероятности событий *А=*{В цель попало только два стрелка}, *В=*{В цель попал хотя бы один стрелок}, С={В цель никто не попал}, D={В цель попали все}.

**Вариант 17**

1. Вероятность оказаться доброкачественным для приборов некоторого завода равна 0,89. Найти вероятности событий *А*={Два из трех проверяемых приборов доброкачественные}, *В=*{Второй из трех проверяемых приборов доброкачественный}.

2. Из таблицы случайных чисел наудачу взяты три числа. Найти вероятности событий *А=*{Выбранные числа делятся на 9}, *В=*{Сумма цифр одного из выбранных чисел делится на 3}.

3. Производятся 4 независимых выстрела. Вероятность поражения стрелком цели при каждом выстреле равна 0,65. Какова вероятность того, что первые два выстрела будут попаданиями, а последующие два – промахами?

4. Выполненная контрольная работа состоит из трех задач и одного примера. Вероятность правильно реш ить задачу равна 0,54, а вероятность правильно вычислить пример – 0,64. Найти вероятность того, что решены одна задача и один пример.

5. В ящике лежат 12 красных, 8 зеленых и 10 синих шаров. Наудачу вынимается два шара. Найти вероятность того, что будут вынуты шары разного цвета, при условии, что не вынут синий шар.

6. Из 100 студентов, находящихся в аудитории, 50 человек знает английский язык, 40 – французский и 35 – немецкий. Английский и французский языки знают 20 студентов, английский и немецкий – 8, французский и немецкий – 10. Все три языка знают 5 человек. Один из студентов вышел из аудитории. Найти вероятность события *А=*{Вышедший знает хотя бы два иностранных языка}.

7. В доме три окна. Вероятности событий *Аi =*{В *i*-ом окне горит свет}, *i*=1,2,3, равны 0,6. Найти вероятности событий *А*={Во всех окнах горит свет}, *В=*{Только в одном окне горит свет}, С= Хотя бы в одном окне горит свет}, *D=*{Ни в одном окне свет не горит}.

**Вариант 18**

1. Из таблицы случайных чисел наудачу взяты два числа. Найти вероятности событий *А=*{Одно из выбранных чисел делится на 9}, *В=*{Сумма цифр первого выбранного числа делится на 3}.

2. Судно имеет две турбины. Вероятность выхода из строя каждой из турбин равна 0,25. Найти вероятности событий *А=*{Только одна турбина судна имеет неисправность}, *В=*{Обе турбины судна неисправные}.

3. Подбрасывается три раза правильная шестигранная игральная кость. Найти вероятность того, что пятерка выпадет на верхней грани ровно два раза.

4. Производятся независимые выстрелы до попадания в цель. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,88. Найти вероятность того, что произведено пять выстрелов.

5. На шахматную доску наудачу ставятся два слона – белый и черный. Какова вероятность того, что слоны не побьют друг друга, при условии, что белый слон попадет на один из крайних полей доски?

6. Из 100 студентов, находящихся в аудитории, 50 человек знает английский язык, 40 – французский и 35 – немецкий. Английский и французский языки знают 20 студентов, английский и немецкий – 8, французский и немецкий – 10. Все три языка знают 5 человек. Один из студентов вышел из аудитории. Найти вероятность события *А=*{Вышедший знает только один иностранный язык}.

7. Учитель проверил три контрольные работы. Вероятности событий *Аi=*{*i*-ая проверенная контрольная работа оценена на отлично}, *i*=1,2,3 равны 0,6. Найти вероятности событий *А=*{Все работы оценены на отлично}, *В=*{Первая работа оценена на отлично}, *С=*{Только одна работа оценена на отлично}, *D=*{Хотя бы одна работа оценена на отлично}.

**Вариант 19**

1. Судно имеет две турбины. Вероятность выхода из строя каждой из турбин равна 0,25. Найти вероятности событий А={Первая  
турбина судна имеет неисправность}, В={Хотя бы одна турбина  
судна неисправная}.

2. Прибор состоит из двух блоков. Вероятность бесперебойной  
работы каждого из блоков прибора равна 0,65. Найти вероятности  
событий А={Хотя бы один из блоков прибора работает}, В={В приборе работает второй блок}.

3. Подбрасывается правильная шестигранная игральная кость  
до первого появления тройки на верхней грани. Найти вероятность  
того, что придется сделать от трех до пяти подбрасываний.

4. Из урны, содержащей шесть красных шаров и три синих  
шара, наудачу извлекаются последовательно два шара. Найти вероятность того, что извлечены шары разных цветов.

5. Известно, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин – дальтоники. На обследование прибыло одинаковое число мужчин и женщин. Наудачу выбранное лицо оказалось дальтоником. Какова вероятность, что это мужчина?

6. Статистика, собранная среди студентов одного из вузов, обнаружила следующие факты: 60% всех студентов занимаются спортом,  
40% участвуют в научной работе на кафедрах и 20% занимаются  
спортом и участвуют в научной работе на кафедрах. Корреспондент  
местной газеты подошел к наудачу выбранному студенту. Найти вероятность события *А*={Студент занимается по крайней мере одним из двух указанных видов деятельности}.

7. Наудачу выбраны три числа. Событие *Ai=*{*i*-ое число четное}, *i* = 1, 2, 3. Найти вероятности событий *А=*{Первое число четное}, *В=*{Только одно число четное}, *С =*{Хотя бы одно число четное}, D = {Не менее одного четного числа}.

**Вариант 20**

1.Прибор состоит из двух блоков. Вероятность отказа каждого  
из блоков равна 0,75. Найти вероятности событий А={Хотя бы  
один из блоков прибора работает}, В={В приборе работает только  
второй блок}.

2. Судно имеет две турбины. Вероятность отказа каждой из  
турбин равна 0,85. Найти вероятности событий А={Только первая  
турбина судна имеет неисправность}, B={Хотя бы одна турбина  
судна имеет неисправность}.

3. Подбрасываются три правильные шестигранные игральные  
кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших на верхней  
грани очков не превзойдет пяти.

4. Из урны, содержащей 3 красных и 3 белых шара, наудачу и  
последовательно извлекаются два шара. Найти вероятность того,  
что шары разного цвета.

5. На шахматную доску наудачу ставятся две ладьи. Вычислить  
*Р(В|А*),если *А=*{Ладьи попали на клетки разного цвета},   
*В=*{Ладьи побьют друг друга}.

6. Статистика, собранная среди студентов одного из ВУЗов, обнаружила следующие факты: 60% всех студентов занимаются спортом,  
40% участвуют в научной работе на кафедрах и 20% занимаются  
спортом и участвуют в научной работе на кафедрах. Корреспондент  
местной газеты подошел к наудачу выбранному студенту. Найти вероятность события *А =* {Студент занимается одним только спортом}.

7. Три студента сдали экзамен по теории вероятностей. Вероятности событий *Ai*={*i*-ый студент сдал экзамен}, *i*=1,2,3, равны  
0,6. Найти вероятности событий *A*={Все студенты сдали экзамен},  
*В=*{Только один студент сдал экзамен}, *С=*{Хотя бы один студент  
сдал экзамен}, *D=*{Ни один студент не сдал экзамен}.