**Тема -6. Формулы полной вероятности и Байеса**

1. Формула полной вероятности.
2. Формула Байеса.

**Опорные слова:** полная группа событий, гипотеза, условная вероятность, формула полной вероятности, формула Байеса.

1. **Формула полной вероятности.**

Говорят, что события  образуют *полную группу событий*, если они несовместны и вместе образуют достоверное событие, т.е. , ; .

Предположим, что событие *А* может наступить только при условии появления одного из событий , образующих полную группу, которые назовем *гипотезами*. Пусть известны вероятности этих событий и условные вероятности , .

Так как , то

.

Из несовместности  вытекает несовместность событий .

Применяя формулу , имеем

.

Согласно формуле  (так как события  могут быть и зависимыми), заменив каждое слагаемое  в правой части последнего выражения произведением , получим *формулу полной вероятности*

. (\*)

Вывод: формула полной вероятности является следствием обеих основных теорем – теоремы сложения вероятностей и теоремы умножения вероятностей.

**Пример 1.** Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0,8, а второго — 0,9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь из наудачу взятого набора — стандартная.

*Решение*. Обозначим через *А* событие «извлеченная деталь стандартна». Деталь может быть извлечена либо из первого набора (событие ), либо из второго набора (событие ).

Вероятность того, что деталь будет вынута из первого набора, равна

.

Вероятность того, что деталь будет вынута из второго набора, равна

.

По условиям задачи  и .

Тогда искомая вероятность находится по формуле полной вероятности и равна

.

Пусть теперь для тех же событий, что и при выводе формулы полной вероятности, появилось событие *А*, и ставится задача отыскать условные вероятности гипотез , .

Из формулы  имеем

.

Далее, из формулы  получаем

.

Отсюда и из предыдущего соотношения, применяя формулу полной вероятности, выводим *формулу Байеса*:

 (\*\*)

**Пример 2.** Детали, изготовляемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадет к первому контролеру, равна 0,6, а ко второму — 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером, равна 0,94, а вторым — 0,98. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.

*Решение*. Обозначим через *А* событие, состоящее в том, что годная деталь признана стандартной. Можно сделать два предположения:

1. деталь проверил первый контролер (гипотеза );
2. деталь проверил второй контролер (гипотеза ).

По условиям задачи имеем:

 (вероятность того, что деталь попадет к первому контролеру);

 (вероятность того, что деталь попадет ко второму контролеру);

 (вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером);

 (вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной вторым контролером).

Искомую вероятность найдем по формуле Байеса



.

**Вопросы для повторения и контроля:**

1. Как можно найти вероятность появления хотя бы одного события?
2. Какие события образуют полную группу событий?
3. Что такое формула полной вероятности и как она выводится?
4. Что такое формула Байеса и как она выводится?