**Тема – 7. Последовательность независимых испытаний.**

1. Последовательность независимых испытаний.
2. Формула Бернулли.
3. Наивероятнейшее число успехов.

**Опорные слова:** последовательность независимых испытаний, схема Бернулли, формула Бернулли, наивероятнейшее число успехов.

Пусть производится *n*  независимых испытаний, в каждом из которых событие *А* может либо произойти (успех), либо не произойти (неудача). Будем считать, что вероятность события *А* в каждом испытании одна и та же, а именно равна *р*. Следовательно, вероятность ненаступления события *А* в каждом испытании также постоянна и равна *q=*1*–p*. Такая последовательность испытаний называется *схемой Бернулли*.

В качестве таких испытаний можно рассматривать, например, производство изделий на определенном оборудовании при постоянстве технологических и организационных условий, в этом случае изготовление годного изделия — успех, бракованного — неудача. Эта ситуация соответствует схеме Бернулли, если считать, что процесс изготовления одного изделия не зависит от того, были годными или бракованными предыдущие изделия.

Другим примером является стрельба по мишени. Здесь попадание — успех, промах — неудача.

Поставим своей задачей вычислить вероятность того, что при *n* испытаниях событие *А* осуществится ровно *k* раз и, следовательно, не осуществится *n—k* раз, т.е. будет *k* успехов и *n—k* неудач.

Искомую вероятность обозначим . Например, символ  означает вероятность того, что в пяти испытаниях событие появится ровно 3 раза и, следовательно, не наступит 2 раза.

Последовательность *п* независимых испытаний можно рассматривать как сложное событие, являющееся произведением *п* независимых событий. Следовательно, вероятность того, что в *п* испытаниях событие *А* наступит *k* раз и не наступит *n—k* раз, по теореме 3.3 умножения вероятностей независимых событий, равна

.

Таких сложных событий может быть столько, сколько можно составить сочетаний из *п* элементов по *k* элементов, т.е. .

Так как эти сложные события несовместны, то по теореме 3.1 сложения вероятностей несовместных событий, искомая вероятность равна сумме вероятностей всех возможных сложных событий. Поскольку же вероятности всех этих сложных событий одинаковы, то искомая вероятность (появление *k* раз события *А* в *п* испытаниях) равна вероятности одного сложного события, умноженной на их число



или

 (1)

Полученную формулу называют *формулой Бернулли*.

**Пример 1.** Вероятность того, что расход электроэнергии на продолжении одних суток не превысит установленной нормы, равна . Найти вероятность того, что в течение 4 суток из ближайших 6 суток расход электроэнергии не превысит нормы.

*Решение.* Вероятность нормального расхода электроэнергии на продолжении каждых из 6 суток постоянна и равна . Следовательно, вероятность перерасхода электроэнергии в каждые сутки также постоянна и равна .

Искомая вероятность по формуле Бернулли равна

.

В ряде задач представляет интерес наивероятнейшее число успехов, т.е. такое число  успехов, вероятность которого самая большая среди вероятностей (1). Так как при увеличении *k* вероятности (1) сначала возрастают, а затем, с определенного момента, начинают убывать, то для  должны иметь место соотношения

 (2)

и

. (3)

Используя формулу (1) и соотношение , из (2) и (3) получаем соответственно неравенства

 (4)

и

. (5)

Окончательно получаем, что  лежит в интервале единичной длины:

. (6)

Однако, стоит заметить, что использование формулы Бернулли при больших значениях *п* достаточно трудно, так как формула требует выполнения действий над громадными числами.

Например, если , , , то для отыскания вероятности  надо вычислить выражение , где , , .

**Вопросы для повторения и контроля:**

1. Что называется схемой Бернулли?
2. Как выводится формула Бернулли?
3. Как находится наивероятнейшее число успехов?