I-BOB. BUTUN SONLARNING BO'LINISHI

1-§. Qoldiqli bo'lish haqidagi teorema

Natural sonlar $1,2,3,\dots,n,\ \dots$ va ularga qarama-qarshi sonlar $-1,-2,-3,\dots,-n,\dots$ hamda 0 soni birgalikda butun sonlar deyiladi. Butun sonlar nazariyasida qoldiqli bo'lish haqidagi teorema muhim ahamiyatga ega: ixtiyoriy butun a va $m > 0$ sonlari uchun $a = mq + r,\ 0 \leq r < m$ tenglikni qanoatlantiruvchi yagona butun q va r sonlari jufti mavjud. Bu yerda a-bo'linuvchi, m-bo'luvchi yoki modul, q to'liqsiz (chala) bo'linma va r qoldiq.

Agar $r=0$ bo'lsa, a soni m ga bo'linadi deyiladi va $a \vdots b$ ko'rinishida yoziladi.

$a = mq + r, 0 \leq r < m$ munosabatni $\frac{a}{m} = q + \frac{r}{m}$ $(0 \leq \frac{r}{m} < 1)$ ko'rinishda yozish mumkin.

Bunday holda, q soni $\frac{a}{m}$ sonning butun qismi, $\frac{r}{m}$ esa uning kasr qismi hisoblanadi.

Shuning bilan birga yig'indining bo'linish alomati muhim tatbiqlarga ega: agar, $a \vdots m$ va b$\vdots$ m bo'lsa, u holda, $(a + b) \vdots m$ bo'ladi.

Quyidagi teskari teorema o'rinli ekanligini qayd qilib o'tish muhim: agar $(a + b) \vdots m$ va $a \vdots m$ bo'lsa, u holda $b\vdots$ m bo'ladi.

Sonlarning bo'linishi refleksivlik $a \vdots a$ va tranzitivlik xossalariga ham ega, ya'ni $a \vdots b$ va $b \vdots c$ lardan $a \vdots c$ kelib chiqadi.

1. 13 ga bo'lganda, to'liqsiz bo'linma 17 teng bo'ladigan eng katta butun sonni toping.

2. Agar bo'linuvchi va to'liqsiz bo'linma mos holda 1) 25 va 3 2) -30 va -4 bo'lsa, bo'luvchi va qoldiqni toping.

3. Isbotlang:

a) toq natural sonning kvadratini 8 ga bo'lganda qoldiq 1ga teng bo'ladi.

b) ketma-ket ikkita natural son kvadratlari yigindisini 4 ga bo'lganda qoldiq 1ga teng.

4. p $\geq$ 5 tub sonni 6 ga bo'lganda qoldiq 1 yoki 5 bo'lishini isbotlang.

5. p $\geq$ 5 tub sonning kvadratini 24 ga bo'lganda 1 qoldiq hosil bo'lishini isbotlang.

6. Agar ikki butun sondan har birini m natural soniga bo'lganda 1 qoldiq qolsa, u holda ularning ko'paytmasini m ga bo'lgandagi qoldiq ham 1 ga teng bo'lishini isbotlang.

7. $3m + 2$ $(m = 1,2,\dots)$ кo'rinishdagi sonlar butun sonning kvadratidan iborat emas ekanligini isbotlang.

8. Matematik induksiya metodidan foydalanib, 15 ning ixtiyoriy natural darajasi 15^n ni 7 ga bo'lsak, qoldiq 1 ga teng bo'lishini ko'rsating.

9. Barcha $2^{2^n}+1$ $(n=2,3,\dots)$ko'rinishdagi sonlar 7 raqami bilan

10. $2^{4^n}-5$ $(n=1,2,\dots)$ ko'rinishdagi sonlar 1 raqami bilan tutashini isbotlang.

11. Ikkita toq sonning kvadratlari yig'indisi butun sonning kvadratiga teng emasligini isbotlang.

12. Pifagor uchburchagining (tomonlari natural sonlarda ifodalanadigan to'g'ri burchakli uchburchakda) hech bo'lmaganda bitta kateti 3 ga bo'linishini isbotlang.

13. Pifagor uchburchagi tomonlaridan hech bo'lmaganda bittasi 5 ga bo'linishini isbotlang.

14. $S_n=1+2+3+\dots+n$ yig'indini 5 ga bo'lgandagi qoldiq 1 bo'ladigan barcha *n* natural sonlarni toping.

15. Agar $(ax-by)\,\vdots\,m,$ $(a-b)\,\vdots\,m$ hamda b va m lar 1 dan farqli umumiy natural bo'luvchiga ega bo'lmasa, u holda $(x-y)\,\vdots\,m$ ekanligini isbotlang.

16. $4^n+15n-1$ $(n=1,2,\dots)$ ko'rinishdagi sonlar 9 ga karrali ekanligini isbotlang.

17. Natural argumentli $f(n)=10^n+18n-1$ va $F(n)=3^{2n+3}+40n-27$ funksiyalar qiymatlari mos ravishda 27 va 64 ga karrali ekanligini isbotlang.

18. $\frac{n}{2n^2+1}$ va $\frac{n}{n^2+n+1}$ ko'rinishdagi kasrlar sof davriy o'nli kasrlarga aylanishini isbotlang.

19. Agar ikkita uch xonali sonlarning yig'indisi 37 ga bo'linsa, u holda ulardan birini ikkinchisining davomidan yozish natijasida hosil bo'lgan olti xonali sonning 37 ga bo'linishini isbotlang.

20. Quyidagilarni isbotlang:

1) $(m^5-m)\,\vdots\,5,$ 2) $m(m^2+5)\,\vdots\,6$ 3) $m(m+1)(2m+1)\,\vdots\,6$

21. $2n+1$ ta ketma-ket natural sonlar yig'indisi $2n+1$ ga karrali ekanligini isbotlang.

22. $7\cdot 11\cdot 13=1001$ ekanligini bilgan holda 7, 11 va 13 ga bo'linishning umumiy belgisini keltirib chiqaring va uni 368312 soniga qo'llang.

23. Raqamlari yig'indisi bir xil bo'lgan sonlar ayirmasining 9 ga karrali ekanligini isbotlang.

24. $S_n=7+77+777+\dots+\underbrace{77\dots7}_{n\ ta}-$ yig'indini hisoblang.

25. $48, 4488, 444888, \dots$ sonlarni ikkita ketma-ket juft sonlarning ko'paytmasi shaklida ifodalash mumkinligini ko'rsating.

26. 16, 1156, 111556,11115556, sonlarning to'liq kvadrat bo'lishini ko'rsating.

27. Ixtiyoriy n natural soni uchun $(n+1)(n+2)\dots(n+n)$ ning 2^n ga bo'linishini isbotlang.