V.1-§

309. 1). Buning uchun a soniningm moduli bo'yicha tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichi $\varphi(m)$ ning bo'luvchilari orasida bo'lishidan (2-natijadan) foydalanamiz. Bu misolda $a = 2, m = 7$ va $\varphi(7) = 6$, bo'lib 6 ning bo'luvchilari: 1, 2, 3, 6 lardan iborat. Shuning uchun ham 2 ning ana shu darajalarini tekshiramiz. U holda $2^1 \equiv 2$, $2^2 \equiv 4$, $2^3 \equiv 1(mod 7)$lardan 2 sonining 7 moduli bo'yicha tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichi $\delta = P_7(2) = 3$ ga teng degan xulosaga kelamiz.

Javob: $P_7(2) = 3$.

2).1-misoldagi singari mulohaza yuritamiz. Bu misolda $a = 3, m = 7$ va $\varphi(7) = 6$, bo'lib 6 ning bo'luvchilari: 1, 2, 3, 6 lardan iborat. Shuning uchun ham 3 ning ana shu darajalarini tekshiramiz. U holda $3^1 \equiv 3$, $3^2 \equiv 2$, $3^3 \equiv 6$, $3^6 \equiv (3^3)^2 \equiv 1(mod 7)$lardan 3 sonining 7 moduli bo'yicha tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichi $\delta = P_7(3) = 6$ ga teng degan xulosaga kelamiz. **Javob**:$P_7(3) = 6$.

3). 1va 2-misollardagi singari mulohaza yuritamiz. Bu misolda $a = 5, m = 7$ va $\varphi(7) = 6$, bo'lib 6 ning bo'luvchilari: 1, 2, 3, 6 lardan iborat. Shuning uchun ham 3 ning ana shu darajalarini tekshiramiz. U holda $5^1 \equiv 5$, $5^2 \equiv 4$, $5^3 \equiv 6$, $5^6 \equiv (5^3)^2 \equiv 1(mod 7)$lardan 5 sonining 7 moduli bo'yicha tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichi $\delta = P_7(5) = 6$ ga teng degan xulosaga kelamiz.

Javob: $P_7(5) = 6$.

Shunday qilib birta m moduli bo'yicha bir nechta boshlang'ich ildizlar bo'lishi mumkin ekan.

310. 1).Tanlash usuli bilan m moduli bo'yicha 2 dan $m - 1$ gacha sonlar orasidan m bilan o'zaro tublari tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichlarini topishimiz kerak. Bu misolda $m = 5$ bo'lgani uchun 2 dan 4 gacha sonlar orasidan 5 bilan o'zaro tublari: 2, 3, 4 lardan iborat. Bu sonlarning $m = 5$ moduli bo'yicha tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichlarini aniqlaymiz. Buning uchun 309-misollardagi singari mulohaza yuritamiz. $\varphi(5) = 4$, bo'lib 4 ning bo'luvchilari: 1,2,4 lardan iborat.U holda $2^1 \equiv 2$, $2^2 \equiv 4$, $2^4 \equiv 1(mod 5)$; $3^1 \equiv 3$, $3^2 \equiv 4$, $3^4 \equiv 1(mod 5)$; $4^1 \equiv 4$, $4^2 \equiv 1(mod 5)$lardan 2 va 3 sonlari 5 moduli bo'yicha 4 daraja ko'rsatkichiga, 4 soni esa 2 daraja ko'rsatkichiga tegishli ekan degan xulosaga kelamiz.

Javob: $P_5(2) = P_5(3) = 4$, $P_5(4) = 2$.

2). Bu misolda $m = 7$ bo'lgani uchun 2 dan 6 gacha sonlar orasidan 7 bilan o'zaro tublari: 2, 3, 4, 5, 6 lardan iborat. Bu sonlarning $m = 7$ moduli bo'yicha tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichlarini aniqlaymiz. Buning uchun 1-misoldagi singari mulohaza yuritamiz. 309-misolda $P_7(2) = 3, P_7(3) = P_7(5) = 6$

ekanliklarini aniqlagan edik. Shuning uchun 4, 6 sonlarining $m = 7$ moduli bo'yicha tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichlarini aniqlaymiz. $\varphi(7) = 6$ bo'lib, 6 ning bo'luvchilari: 1,2,3,6 lardan iborat. U holda $4 = 2^2$ bo'lib $(2,3) = 1$ bo'lgani uchun $P_7(4) = 3.$ $6^1 \equiv -1,$ $6^2 \equiv 1(mod7)$dan 6 soni 7 moduli bo'yicha 2 daraja ko'rsatkichiga tegishli ekan degan xulosaga kelamiz.

Javob: $P_7(2) = P_7(4) = 3,\ P_7(3) = P_7(5) = 6, P_7(6) = 2.$

3). Bu misolda $m = 8$ bo'lgani uchun 2 dan 7 gacha sonlar orasidan 8 bilan o'zaro tublari: 3, 5, 7 lardan iborat. Bu sonlarning $m = 8$moduli bo'yicha tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichlarini aniqlaymiz. Buning uchun 1, 2-misollardagi singari mulohaza yuritamiz. $\varphi(8) = 4$ bo'lib, 4 ning bo'luvchilari: 1,2,4 lardan iborat.U holda $3^1 \equiv 3,$ $3^2 \equiv 1(mod8);$ $5^1 \equiv 5,$ $5^2 \equiv 1(mod5);$ $7^1 \equiv -1,$ $7^2 \equiv 1(mod8)$lardan qaralayotgan sonlarning barchasi 8 moduli bo'yicha 2 daraja ko'rsatkichiga tegishli ekan degan xulosaga kelamiz.

Javob: $P_8(3) = P_8(5) = P_8(7) = 2$.

4). Bu misolda $m = 10$ bo'lgani uchun 2 dan 9 gacha sonlar orasidan 10 bilan o'zaro tublari: 3, 7, 9 lardan iborat. Bu sonlarning $m = 10$ moduli bo'yicha tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichlarini aniqlaymiz. Buning uchun 1, 2, 3-misollardagi singari mulohaza yuritamiz. $\varphi(10) = 4$ bo'lib, 4 ning bo'luvchilari: $1, 2, 4$ lardan iborat. U holda $3^1 \equiv 3,$ $3^2 \equiv -1, 3^4 \equiv 1(mod10);$

$7^1 \equiv 7,$ $7^2 \equiv -1, 7^4 \equiv 1(mod10);$ $9^1 \equiv -1,$ $9^2 \equiv 1(mod10)$lardan qaralayotgan 3 va 7 sonlari 10 moduli bo'yicha 4 daraja ko'rsatkichiga, 9 soni esa 2 daraja ko'rsatkichiga tegishli ekan degan xulosaga kelamiz.

Javob: $P_{10}(3) = P_{10}(7) = 4, P_{10}(9) = 2$.

5). Bu misolda $m = 11$ bo'lgani uchun 2 dan 10 gacha sonlar orasidan 11 bilan o'zaro tublari: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 lardan iborat. Bu sonlarning $m = 11$ moduli bo'yicha tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichlarini aniqlaymiz. Buning uchun 1, 2, 3-misollardagi singari mulohaza yuritamiz. $\varphi(11) = 10,$ bo'lib 10 ningbo'luvchilari:$1, 2, 5, 10$ lardan iborat. U holda $2^1 \equiv 2,$ $2^2 \equiv 4, 2^5 \equiv -1, 2^{10} \equiv 1(mod11);$ $3^1 \equiv 3,$ $3^2 \equiv -2, 3^5 \equiv 1(mod11);$ $4^1 \equiv 4,$ $4^2 \equiv 5, 4^5 \equiv 1(mod11);$ $5^1 \equiv 5,$ $5^2 \equiv 3, 5^5 \equiv 1(mod11);$ $6^1 \equiv 6, 6^2 \equiv 3, 6^5 \equiv -1, 6^{10} \equiv 1(mod11);$ $7^1 \equiv 7,$ $7^2 \equiv 5,$ $7^5 \equiv -1,$ $7^{10} \equiv 1(mod11);$ $8^1 \equiv 8,$ $8^2 \equiv -2,$ $8^5 \equiv -1,$ $8^{10} \equiv 1(mod11);$ $9^1 \equiv -2,$ $9^2 \equiv 4,$ $9^5 \equiv 1(mod11);$

$10^1 \equiv -1, 10^2 \equiv 1(mod11)$ lardan qaralayotgan 2, 6, 7 va 8 sonlari 11 moduli bo'yicha 10 daraja ko'rsatkichiga, 3, 4, 5, 9 sonlari 5 daraja ko'rsatkichiga, 10 soni esa 2 daraja ko'rsatkichiga tegishli ekan degan xulosaga kelamiz.

Javob: $P_{11}(2) = P_{11}(6) = P_{11}(7) = P_{11}(8) = 10,$ $P_{11}(3) = P_{11}(4) = P_{11}(5) = P_{11}(9) = 5, P_{11}(10) = 2.$

6). Bu misolda $m = 9$ bo'lgani uchun 2 dan 8 gacha sonlar orasidan 9 bilan o'zaro tublari: 2, 4, 5, 7, 8 lardan iborat. Bu sonlarning $m = 9$ moduli bo'yicha tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichlarini aniqlaymiz. Buning uchun yuqoridagi misollardagi singari mulohaza yuritamiz. $\varphi(9) = 6$ bo'lib, 6 ning bo'luvchilari: $1,2,3,6$ lardan iborat. U holda $2^1 \equiv 2,\ 2^2 \equiv 4, 2^3 \equiv -1, 2^6 \equiv 1(mod9); 4^1 \equiv 4,$ $4^2 \equiv -2, 4^3 \equiv 1, (mod9); 5^1 \equiv 5,\ 5^2 \equiv -2, 5^3 \equiv -1, 5^6 \equiv 1(mod9); 7^1 \equiv -2,$ $7^2 \equiv 4, 7^3 \equiv 1(mod9);\ 8^1 \equiv -1,\ 8^2 \equiv 1(mod9)$ lardan qaralayotgan 2va 5 sonlari 9 moduli bo'yicha 6 daraja ko'rsatkichiga, 4, 7 sonlari 3 daraja ko'rsatkichiga, 8 soni esa 2 daraja ko'rsatkichiga tegishli ekan degan xulosaga kelamiz.

Javob:$P_9(2) = P_9(5) = 6,\ P_9(4) = P_9(7) = 3\ , P_9(8) = 2.$

311. Ta'rifga ko'ra $(m-1)^\delta \equiv 1(modm)$ shartni qanoatlantiruvchi eng kichik $\delta > 0$ natural sonni topish kerak. Bu taqqoslama $(-1)^\delta \equiv 1(modm$ ga teng kuchli. Bundan, agar $m = 2$ bo'lsa, $\delta = 1$ va agar $m \geq 3$ bo'lsa, $\delta = 2$ kelib chiqadi.

Javob: $P_m(m-1) = \begin{cases} 1, \text{agar } m = 2 \text{ bo'lsa}, \\ 2, \text{agar } m \geq 3 \text{ bo'lsa}. \end{cases}$

312. 1). 7 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlarni topish uchun shu modul bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasi $2,3,4,5,6$ lar orasidan $\varphi(7) =$ 6daraja ko'rsatkichiga tegishlilarini ajratib olamiz. $\varphi(7) = 6$ ning bo'luvchilari $2,3$ bo'lgani uchun $g^2 \not\equiv 1(mod7),\ \ g^3 \not\equiv 1(mod7)$ shartlarning qanoatlantiruvchilarini ajratib olishimiz kerak. $2,3,4,5,6$ larni g ning o'rniga qo'yib tekshirib ko'ramiz: $2^2 \not\equiv 1(mod7),\ \ 2^3 \equiv 1(mod7);\ 3^2 \not\equiv 1(mod7),\ \ 3^3 \not\equiv 1(mod7);\ 4^2 \not\equiv$ $1(mod7),\ \ 4^3 \equiv 1(mod7);\ 5^2 \not\equiv 1(mod7),\ \ 5^3 \not\equiv 1(mod7);$

$6^2 \equiv 1(mod7)$. Demak, 7 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlar 3,5 lardan iborat bo'lar ekan. Ularning soni $\varphi(\varphi(p)) = \varphi(p-1) = \varphi(6) = 2$ ta. **Javob**: 3,5.

2). 11 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlarni topish uchun shu modul bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasi 2,3,4,5,6,7, 8, 9, 10 lar orasidan $\varphi(11) = 10$daraja ko'rsatkichiga tegishlilarini ajratib olamiz. $\varphi(11) = 10$ ning bo'luvchilari 2,5 bo'lgani uchun $g^2 \not\equiv 1(mod7),\ \ g^5 \not\equiv 1(mod\ 11)$ shartlarni qanoatlantiruv-chilari ajratib olishimiz kerak. $2,3,4,5,6,7,\ 8,\ 9,\ 10$ larni g ning o'rniga qo'yib tekshirib ko'ramiz: $2^2 \not\equiv 1(mod11),\ \ 2^5 \not\equiv 1(mod11);\ 3^2 \not\equiv$ $1(mod11),\ \ 3^5 \equiv 1(mod11);\ 4^2 \not\equiv 1(mod11),\ \ 4^5 \equiv 1(mod11);\ 5^2 \not\equiv$ $1(mod11),\ \ 5^5 \equiv 1(mod11);\ 6^2 \not\equiv 1(mod11),\ \ 6^5 \not\equiv 1(mod11); 7^2 \not\equiv$ $1(mod11),\ \ 7^5 \not\equiv 1(mod11); 8^2 \not\equiv 1(mo\square 11),\ \ 8^5 \not\equiv 1(mod11); 9^2 \not\equiv$ $1(mod11),\ \ 9^5 \equiv 1(mod11);\ \ 10^2 \equiv 1(mod11)$. Demak, 11 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlar 2,6,7,8 lardan iborat bo'lar ekan. Ularning soni $\varphi(\varphi(p)) = \varphi(p-1) = \varphi(10) = 4$ ta. **Javob**: 2,6,7,8.

3). 13 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlarni topish uchun shu modul bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasi $2, 3, 4, 5, 6, 7,\ 8,\ 9,\ 10, 11, 12$ lar orasidan $\varphi(13) = 12$daraja ko'rsatkichiga tegishlilarini ajratib olamiz. $\varphi(13) = 12 = 2^2 \cdot 3$ ning tub bo'luvchilari 2,3 bo'lgani uchun $g^4 \not\equiv 1(mod 13)$, $g^6 \not\equiv 1(mod 13)$ shartlarni qanoatlantiruvchilari ajratib olishimiz kerak. $2, 3, 4, 5, 6, 7,\ 8,\ 9,\ 10, 11, 12$ larni g ning o'rniga qo'yib tekshirib ko'ramiz: $2^4 \not\equiv 1(mod 13)$, $2^6 \not\equiv 1(mod 13)$. Demak, 13 moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildiz 2 ekan. Boshlang'ich ildizlarni aniqlashning ikkinchi bir usuli bu agar p moduli bo'yicha boshlang'ich ildizlardan birortasi (yaxshisi eng kichigi) g ma'lum bo'lsa, qolgan barchasini $g^k\ (modp)$ ning eng kichik musbat chegirmasi sifatida aniqlash mumkin. Bunda $(k, p-1) = 1\ va\ 1 < k < p - 1$. Qolgan boshlang'ich ildizlarni topish uchun ana shu tasdiqdan foydalanamiz. Bizda $g = 2$ va $2^k\ (mod 13)$ ni qaraymiz. Bunda $(k, 12) = 1$ va$1 < k < 12$ bajarilishi kerak. Bundan $k = 5,7,11$ ekanligini topamiz. U holda $g^k\ (mod 13)$ larni eng kichik musbat chegirma ko'rinishida yozib, $2^5 \equiv 6\ (mod 13)$; $2^7 \equiv 11(mod 13)$; $2^{11} \equiv 7\ (mod 13)$ larni hosil qilamiz. Shunday qilib, 13 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlar $2, 6, 7, 11$ lardan iborat bo'lar ekan. Ularning soni $\varphi\big(\varphi(p)\big) = \varphi(p-1) = \varphi(12) = 4$ ta. **Javob**: $2, 6, 7, 11$.

4). 17 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlarni topish uchun shu modul bo'yichachegirmalarning keltirilgan sistemasi $2, 3, 4, 5, 6, 7,\ 8,\ 9,\ 10,\ 11, 12, 13, 14, 15, 16$ lar orasidan $\varphi(17) = 16$daraja ko'rsatkichiga tegishlilarini ajratib olamiz. $\varphi(17) = 16 = 2^4$ ning tub bo'luvchilari 2 bo'lgani uchun $g^8 \not\equiv 1(mod 17)$ shartlarni qanoatlantiruvchilari ajratib olishimiz kerak. $2,3,4, \dots ,16$ larni g ning o'rniga qo'yib tekshirib ko'ramiz: $2^8 \equiv 1(mod 17)$; $3^8 \not\equiv 1(mod 17), 4^8 \equiv 1(mod 17)$; $5^8 \equiv (5^2)^4 \equiv 8^4 \equiv 64^2 \equiv (-4)^2 \equiv -1 \not\equiv 1(mod 17)$; $6^8 \equiv 2^4 \equiv -1 \not\equiv 1(mod 17)$; $7^8 \equiv (-2)^4 \equiv -1 \not\equiv 1(mod 17)$; $8^8 \equiv (-4)^4 \equiv 1(mod 17)$; $9^8 \equiv (-4)^4 \equiv 1(mod 17)$; $10^8 \equiv (-2)^4 \equiv -1 \not\equiv 1(mod 17)$; $11^8 \equiv 2^4 \equiv -1 \not\equiv 1(mod 17)$; $12^8 \equiv (-5)^8 \equiv -1 \not\equiv 1(mod 17)$; $13^8 \equiv (-4)^8 \equiv 1(mod 17)$; $14^8 \equiv (-3)^8 \not\equiv 1(mod 17)$; $15^8 \equiv (-2)^8 \equiv 1(mod 17)$; $16^8 \equiv (-1)^8 \equiv 1(mod 17)$ larni hosil qilamiz. Shunday qilib, 17 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlar 3,5,6,7,10, 11,12, 14, lardan iborat bo'lar ekan. Ularning soni $\varphi\big(\varphi(p)\big) = \varphi(p-1) = \varphi(16) = 8$ ta.
Javob: 3,5,6,7,10, 11,12, 14.

313. 1).$p -$ tub moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlarsoni $\varphi\big(\varphi(p)\big) = \varphi(p-1)$ ga teng. Bizning misolimizda $p = 19$ bo'lgani uchun $\varphi(19-1) = \varphi(18) = 6$, ya'ni19 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlarsoni 6 ga teng. Endi 19 moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildizni topamiz. Buning uchun 19 moduli bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasi $2,3,4, \dots ,18$ lar orasidan

$\varphi(19) = 18$daraja ko'rsatkichiga tegishli eng kichik sonni topishimiz kerak. $\varphi(19) = 18 = 2 \cdot 3^2$ning tub bo'luvchilari 2 va 3 bo'lgani uchun $g^6 \not\equiv 1(m\square d19)$, $g^9 \not\equiv 1(mod19)$shartlarni qanoatlantiruvchi eng kichik son g topishimiz kerak.

$$2^6 \equiv -4 \not\equiv 1(mod17), \qquad 2^9 \equiv -32 \equiv 6 \not\equiv 1(mod19).$$

Bulardan 2 sonining 19 moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildiz ekanligi kelib chiqadi. **Javob**: 6 va 2.

2).Bizda $p = 23$ bo'lgani uchun $\varphi(23-1) = \varphi(22) = 10$, ya'ni 23 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlarsoni 10 ga teng. Endi 23 moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildizni topamiz. Buning uchun 23 moduli bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasi $2,3,4, \dots .22$ lar orasidan $\varphi(23) = 22$daraja ko'rsatkichiga tegishli eng kichik sonni topishimiz kerak. $\varphi(23) = 22 = 2 \cdot 11$ning tub bo'luvchilari 2 va 3 bo'lgani uchun $g^2 \not\equiv 1(mod23), g^{11} \not\equiv 1(mod23)$ shartlarni qanoatlantiruvchi eng kichik son g topishimiz kerak.

$$2^2 \equiv 4 \not\equiv 1(mod23), \qquad 2^{11} \equiv (2^5)^2 \cdot 2 \equiv 81 \cdot 2 \equiv -22 \equiv 1(mod23);$$
$$3^2 \equiv 9 \not\equiv 1(mod23), \qquad 3^{11} \equiv (3^5)^2 \cdot 3 \equiv 13^2 \cdot 3 \equiv 8 \cdot \equiv 1(mod23);$$
$$4^2 \equiv -7 \not\equiv 1(mod23), \qquad 4^{11} \equiv (4^3)^3 \cdot 4^2 \equiv (-5)^3 \cdot 16 \equiv -125 \cdot 16$$
$$\equiv -10 \cdot 16 \equiv 1(mod23);$$
$$5^2 \equiv 2 \not\equiv 1(mod23), \qquad 5^{11} \equiv (5^2)^5 \cdot 5 \equiv 2^5 \cdot 5 \equiv 45 \equiv -1 \not\equiv 1(mod23);$$

Bulardan 5 sonining 23 moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildiz ekanligi kelib chiqadi. **Javob**: 10 va 2.

3). Bizda $p = 31$ bo'lgani uchun $\varphi(31-1) = \varphi(30) = 8$, ya'ni 31 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlar soni 8 ga teng. Endi 31 moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildizni topamiz. Buning uchun 31 moduli bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasi $2,3,4, \dots .30$ lar orasidan $\varphi(31) = 30$ daraja ko'rsatkichiga tegishli eng kichik sonni topishimiz kerak. $\varphi(31) = 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ning tub bo'luvchilari 2 ,3 va 5 bo'lgani uchun $g^6 \not\equiv 1(mod31), g^{10} \not\equiv 1(mod31)$, $g^{15} \not\equiv 1(mod31)$ shartlarni qanoatlantiruvchi eng kichik son g topishimiz kerak.

$2^6 \equiv 2 \not\equiv 1(mod31), 2^{10} \equiv (2^5)^2 \equiv 1(mod31); 3^6 \equiv (3^3)^2 \equiv (-4)^2 \not\equiv 1(mod31)$, $3^{10} \equiv (3^5)^2 \equiv (-5)^2 \equiv 25 \equiv 1 \not\equiv 1(mod31);$, $3^{15} \equiv (3^5)^5 \equiv (-5)^3 \equiv -125 \equiv -1 \not\equiv 1(mod31)$. Bulardan 3 sonining 31 moduli bo'yicha eng kichik boilang'ich ildiz ekanligi kelib chiqadi. **Javob**: 8 va 3.

4). Bizda $p = 37$ bo'lgani uchun $\varphi(37-1) = \varphi(36) = 12$, ya'ni37 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlar soni 12 ga teng. Endi 37 moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildizni topamiz. Buning uchun 37 moduli bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasi $2,3,4, \dots .36$ lar orasidan $\varphi(37) = 36$ daraja ko'rsatkichiga tegishli eng kichik sonni topishimiz kerak. $\varphi(37) = 36 = 2^2 \cdot$

3^2ning tub bo'luvchilari 2 va 3 bo'lgani uchun $g^{12} \not\equiv 1(mod 37)$, $g^{18} \not\equiv 1(mod 37)$ shartlarni qanoatlantiruvchi eng kichik son g topishimiz kerak.

$2^{12} \equiv (2^6)^2 \equiv (-10)^2 \equiv -11 \not\equiv 1(mod 37), 2^{18} \equiv (2^6)^3 \equiv (-10)^3 \equiv (37 \cdot 27 + 1) \equiv -1 \not\equiv 1(mod 37)$. Bulardan 2 sonining 37 moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildiz ekanligi kelib chiqadi. **Javob**: 12 va 2.

5). Bizda $p = 43$ bo'lgani uchun $\varphi(43-1) = \varphi(42) = 12$, ya'ni43 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlar soni 12 ga teng. Endi 43 moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildizni topamiz. Buning uchun 43 moduli bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasi $2,3,4, \ldots .42$ lar orasidan $\varphi(43) = 42$ daraja ko'rsatkichiga tegishli eng kichik sonni topishimiz kerak. $\varphi(43) = 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ ning tub bo'luvchilari $2, 3$va 7 bo'lgani uchun $g^6 \not\equiv 1(mod 43)$, $g^{14} \not\equiv 1(mod 43), g^{21} \not\equiv 1(mod 43)$ shartlarni qanoatlantiruvchi eng kichik son g topishimiz kerak.$2^6 \equiv 64 \equiv 21 \not\equiv 1(mod 43), 2^{14} \equiv (2^7)^2 \equiv (-1)^2 \equiv 1(mod 43)$; $3^6 \equiv 3^4 \cdot 3^2 \equiv -5 \cdot 9 \equiv -2 \not\equiv 1(mod 43), 3^{14} \equiv (3^6)^2 \cdot 3^2 \equiv (-2)^2 \cdot 9 \equiv 36 \not\equiv 1(mod 43)$, $3^{21} \equiv (3^7)^3 \equiv (-6)^3 \equiv -216 \equiv -1 \not\equiv 1(mod 43)$. Bulardan 3 sonining 43 moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildiz ekanligi kelib chiqadi. **Javob**: 12 va 3.

6). Bizda $p = 53$ bo'lgani uchun $\varphi(53-1) = \varphi(52) = 24$, ya'ni53 moduli bo'yicha barcha boshlang'ich ildizlar soni 24 ga teng. Endi 53 moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildizni topamiz. Buning uchun 53 moduli bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasi $2,3,4, \ldots .52$ lar orasidan $\varphi(53) = 52$daraja ko'rsatkichiga tegishli eng kichik sonni topishimiz kerak. $\varphi(53) = 52 = 2^2 \cdot 13$ ning tub bo'luvchilari 2 va 13 bo'lgani uchun $g^4 \not\equiv 1(mod 53)$, $g^{26} \not\equiv 1(mod 53)$ shartlarni qanoatlantiruvchi eng kichik son g topishimiz kerak.

$2^4 \not\equiv 1(mod 53), 2^{26} \equiv (2^7)^3 \cdot 2^5 \equiv (22)^3 \cdot (-21) \equiv -11^3 \cdot 8 \cdot 21 \equiv -121 \cdot 11 \cdot 168 \equiv -15 \cdot 11 \cdot 8 \equiv -6 \cdot 8 \equiv 5 \not\equiv 1(mod 53)$; Bulardan 2 sonining 53 moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildiz ekanligi kelib chiqadi. **Javob**: 24 va 2.

314.1). $p = 19$ moduli bo'yicha eng kichik boslang'ich ildiz 313.1)-misolga asosan $g = 2$ ga teng. Boshlang'ich ildizlarni aniqlashning usuli bu agar p moduli bo'yicha, boshlang'ich ildizlardan birortasi (yaxshisi eng kichigi) g ma'lum bo'lsa qolgan barchasini g^k $(modp)$ ning eng kichik musbat chegirmasi sifatida aniqlash mumkin. Bunda $(k, p-1) = 1\ va\ 1 < k < p-1$. Bizning misolimizda $p = 19, g = 2$ bo'lgani uchun 2^k $(mod 19)$ ning $(k, 18) = 1$ va $1 < k < 18$ shartlarda eng kichik musbat chegirmasini aniqlaymiz. Bundan $k = 5, 7, 11, 13, 17$ va $2^5 \equiv 13(mod 19)$; $2^7 \equiv 13 \cdot 4 \equiv 14(mod 19)$; $2^{11} \equiv 14 \cdot 16 \equiv -5 \cdot (-3) \equiv 15(mod 19)$; $2^{13} \equiv 15 \cdot 4 \equiv 4 \cdot (-4) \equiv 3(mod 19)$; $2^{17} \equiv 3 \cdot 16 \equiv 10(mod 19)$. Demak, $2, 3, 10, 13, 14, 15$ sonlari 19 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'ladi. **Javob**:$2, 3, 10, 13, 14, 15$.

2). $p = 23$ moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildiz 313.2)-misolga asosan $g = 5$ ga teng. Bizning misolimizda $p = 23, g = 5$ bo'lgani uchun $5^k(mod23)$ ning $(k, 22) = 1$ va $1 < k < 22$ shartlarda eng kichik musbat chegirmasini aniqlaymiz. Bundan $k = 3, 5, 7, 9, 13, 15, 17, 19, 21$ va $5^3 \equiv 125 \equiv 10(mod23)$; $5^5 \equiv 10 \cdot 25 \equiv 10 \cdot 2 \equiv 20\ (mod23)$; $5^7 \equiv -3 \cdot 2 \equiv 17(mod23)$; $5^9 \equiv -6 \cdot 2 \equiv 11(mod23)$; $5^{13} \equiv 5^9 \cdot 5^4 \equiv 11 \cdot 4 \equiv 21(mod23)$; $5^{15} \equiv -2 \cdot 2 \equiv 19(mod23)$; $5^{17} \equiv -4 \cdot 2 \equiv 15(mod23)$; $5^{19} \equiv -8 \cdot 2 \equiv 7(mod23)$; $5^{21} \equiv 7 \cdot 2 \equiv 14(mod23)$.

Demak, $5, 7, 10, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21$ sonlari 23 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'ladi. **Javob**:$5, 7, 10, 13, 14, 15, 17, 19, 20, 21$.

3). $p = 31$ moduli bo'yicha eng kichik boshlang'ich ildiz 313.3-misolga asosan $g = 3$ ga teng. Bizning misolimizda $p = 31$, $g = 3$ bo'lgani uchun $3^k(mod31)$ ning $(k, 30) = 1$ va $1 < k < 30$ shartlarda eng kichik musbat chegirmasini aniqlaymiz. Bundan $k = 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$ va

$3^7 \equiv 3^3 \cdot 3^3 \cdot 3 \equiv (-4)^2 \cdot 3 \equiv 17(mod31)$; $3^{11} \equiv 3^7 \cdot 3^4 \equiv 17 \cdot 19 \equiv 323 \equiv 13(mod31)$; $3^{13} \equiv 13 \cdot 9 \equiv 24(mod31)$; $3^{17} \equiv -7 \cdot 19 \equiv -133 \equiv 22(mod31)$; $3^{19} \equiv 22 \cdot 9 \equiv -81 \equiv 12(mod31)$; $3^{23} \equiv 12 \cdot 81 \equiv 12 \cdot 19 \equiv 228 \equiv 11(mod31)$; $3^{29} \equiv 3^{23} \cdot 3^2 \cdot 3^4 \equiv 11 \cdot 9 \cdot 19 \equiv 6 \cdot 19 \equiv 114 \equiv 21(mod31)$. Demak, $3, 11, 12, 13, 17, 21, 22, 24$ sonlari 31 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'ladi. **Javob**: $3, 11, 12, 13, 17, 21, 22, 24$.

315. 6 moduli bo'yicha $\varphi(\varphi(6)) = \varphi(2) = 1$ ta boshlang'ich ildizlar sinfi mavjud. U $1 < x < 6$, $(x, 6) = 1$ shartni qanoatlantirishi kerak. Bu shartni qanoatlantiruvchi birta 5 soni mavjud va $5^1 \equiv 5(mod6)$; $5^2 \equiv 25 \equiv 1(mod6)$ bo'lgani uchun 6 moduli bo'yicha 1 ta boshlang'ich ildizlar sinfi mavjud va u $x \equiv 5(mod6)$ dan iborat. **Javob**: $x \equiv 5(mod6)$.

316. 312.2)-misolga asosan $g = 2$ soni $p = 11$ moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz. $2^0 -$ xossaga asosan $2, 2^2, \dots, 2^{10}$ sonlari $p = 11$ moduli bo'yicha chegermalarning keltirilgan sistemasini tashkil etadi.

317. $p > 2 -$ tub soni $2^{2^n} + 1, (n = 1,2, \dots)$sonining tub bo'luvchisi bo'lsa, $2^{2^n} + 1 \equiv 0(modp)$ bajarilishi kerak, bundan $2^{2^n} \equiv -1(modp)$. Buning ikkala tomonini kvadratga ko'tarsak, $2^{2^{n+1}} \equiv 1(modp)$ hosil bo'ladi. Bundan esa 2 soni p moduli bo'yicha 2^{n+1} ko'rsatkichiga tegishli ekanligi kelib chiqadi. U holda 2^{n+1}soni $\varphi(p) = p - 1$ ning bo'luvchisi bo'lishi kerak, ya'ni $p - 1 \equiv 0(mod2^{n+1}) \to p \equiv 1(mod2^{n+1}) \to p = k \cdot 2^{n+1} + 1$.

318. Ma'lumki agar$a, (a, m) = 1$ soni m moduli bo'yicha $\delta > 0$ ko'rsatkichga tegishli bo'lsa, δ soni $a^\delta \equiv 1(modm)$ shartni qanoatlantiruvchi eng kichik musbat son bo'lib $\varphi(m)$ ning bo'luvchisi bo'lishi kerak. Endi $a > 1$ sonining $a^m - 1$ moduli bo’yicha qanday ko’rsatkichga tegishli ekanligini aniqlaylik. Tushunarliki, $a^m \equiv 1\big(mod(a^m-1)\big)$ bajariladi. $a>1$ bo’lgani uchun $1<k<m$ bo’lsa, $a^k \not\equiv 1\big(mod(a^m-1)\big)$ bo’ladi. Shuning uchun ham $P_{a^m-1}(a)=m$ va m soni $\varphi(a^m-1)$ ning bo’luvchisi bo’lishi kerak. Demak, $\varphi(a^m-1)\equiv 0(modm)$ bajariladi.

319. $m=8$ moduli bo’yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasi 1,3,5,7 sonlari orasida 1 boshqalarining $\varphi(8)=4$ ko’rsatkichiga tegishlilari yo’q ekanligini ko’rsatish yetarli. $3^1\equiv 3(mod8),\ 3^2\equiv 1(mod8); 5^1\equiv 5(mod8),\ 5^2\equiv 1(mod8);\ 7\ \equiv 7(mod8), 7^2\equiv 1(mod8)$. Bundan ko’rinadiki, bu sonlarning barchasi 2 ko’rsatkichiga tegishli.

320. 1). Bu yerda$(5,9)=1$ va $\varphi(9)=6$ bo’lgani uchun ham $5^2\equiv 7(mod9)$, $5^3\equiv 8(mod9)$ lardan $5^6\equiv 1(mod9)$ ekanligi kelib chiqadi, ya’ni 5 soni 9 moduli bo’yicha boshlang’ich ildiz bo’ladi. Shuning uchun ham $5^0\equiv 1, 5^1\equiv 5, 5^2\equiv 7, 5^3\equiv 8, 5^4\equiv 4, 5^5\equiv 2$ sonlari 9 moduli bo’yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasini tashkil qiladi. Demak, berilgan taqqoslama b ning $(b,9)=1$ shartni qanoatlantiruvchi barcha qiymatlarida yechimga ega.

Javob: b ning $(b,9)=1$ shartni qanoatlantiruvchi barcha qiymatlari.

2). Bu yerda $(4,9)=1$ va $\varphi(9)=6$ bo’lgani uchun ham $4^2\equiv -2(mod9)$, $4^3\equiv 1(mod9)$, ya’ni 4 soni 9 moduli bo’yicha 3 ko’rsatkichiga tegishli. Shuning uchun ham $4^0\equiv 1, 4^1\equiv 4, 4^2\equiv 7$ sonlari 9 moduli bo’yicha har xil sinflarga tegishli bo’ladi. Demak, berilgan taqqoslama b ning $(b,9)=1$ shartni qanoatlantiruvchi $b\equiv 1,4,7(mod9\,)$ qiymatlarida yechimga ega. **Javob**: $b\equiv 1,4,7(mod9\,)$ qiymatlari.

3).Bu yerda b ning $(b,m)=1$ va $b\le m$ shartni qanoatlantiruvchi qiymatlari soni $\varphi(m)$ta bo’lib, ulardan $a^x\equiv b(modm)$ taqqoslama yechimga ega bo’ladigan b larning soni $P_m(a)$ga teng. b ningjami qiymatlari soni $\varphi(m)$dan berilgan taqqoslama yechimga ega bo’ladigan b larning soni $P_m(a)$ni ayirsak, berilgan taqqoslama yechimga ega bo’lmayadigan b larning soni $\varphi(m)-P_m(a)$ ga ega bo’lamiz. **Javob**: $\varphi(m)-P_m(a)$.

V.2-§.

321. 1).2 asosga ko’ra 29 moduli bo`yicha indekslar jadvalini tuzish talab etilmoqda. $g=2$ soni 29 moduli bo’yicha boshlang’ich ildiz bo’ladi (tekshirib ko’ring). Shuning uchun ham 29 moduli bo’yicha chegirmalarning keltirilgan sismasidagi sonlar $2^0, 2^1, 2^2, \dots\ , 2^{27}$ ni eng kichik manfiy bo’lmagan chegirmalar ko’rinishida yozib olamiz.$2^0\equiv 1, 2^1\equiv 2, 2^2\equiv 4, 2^3\equiv 8\,, 2^4\equiv 16, 2^5\equiv 3,\ 2^6\equiv 6, 2^7\equiv 12,\ 2^8\equiv 24,\ 2^9\equiv 19,\ 2^{10}\equiv 9, 2^{11}\equiv 18, 2^{12}\equiv 7,\ 2^{13}\equiv 14,\ 2^{14}\equiv 28,$
$2^{15}\equiv 27,\ 2^{16}\equiv 25,\ 2^{17}\equiv 21,\ 2^{18}\equiv 13, 2^{19}\equiv 26,\ 2^{20}\equiv 23, 2^{21}\equiv 17, 2^{22}\equiv 5,$

$2^{23} \equiv 10, 2^{24} \equiv 20,\ 2^{25} \equiv 11,\ 2^{26} \equiv 22,\ 2^{27} \equiv 15(mod 29)$. Bu aniqlangan qiymatlarni quyidagi jadval ko'rinishida yozish mumkin:

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		0	1	5	2	22	6	12	3	10
1	23	25	7	18	13	27	4	21	11	9
2	24	17	26	20	8	16	19	15	14	

2). 5 asosga ko'ra 23 moduli boyicha indekslar jadvalini tuzish talab etilmoqda. $g = 5$ soni 23 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'ladi (tekshirib ko'ring). Shuning uchun ham 23 moduli bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sismasidagi sonlar $5^0, 5^1, 5^2, \ldots\ , 5^{21}$ ni eng kichik manfiy bo'lmagan chegirmalar ko'rinishida yozib olamiz. $5^0 \equiv 1, 5^1 \equiv 5, 5^2 \equiv 2, 5^3 \equiv 10\ , 5^4 \equiv 4,\ 5^5 \equiv 20,$ $5^6 \equiv 8, 5^7 \equiv 17,\ 5^8 \equiv 16,\ 5^9 \equiv 11,\ 5^{10} \equiv 9, 5^{11} \equiv 22,\ 5^{12} \equiv 18,\ 5^{13} \equiv 21,$ $5^{14} \equiv 13,\ 5^{15} \equiv 19,\ 5^{16} \equiv 3,\ 5^{17} \equiv 15,\ 5^{18} \equiv 6, 5^{19} \equiv 7,\ 5^{20} \equiv 12,\ 5^{21} \equiv$ $14(mod 23)$. Bu aniqlangan qiymatlarni quyidagi jadval ko'rinishida yozish mumkin:

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		0	2	16	4	1	18	19	6	10
1	3	9	20	14	21	17	8	7	12	15
2	5	13	11							

322. 11 moduli boyicha indekslar jadvalini tuzish talab etilmoqda. Buning uchun avvalo shu modul bo'yicha birorta boshlang'ich ildizni aniqlab olishimiz kerak. 312.2)-misolda $g = 2$ soni 11 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'lishi ko'rsatilgan edi. Shuning uchun ham 11 moduli bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasidagi sonlar $2^0, 2^1, 2^2, \ldots\ , 2^9$ ni eng kichik manfiy bo'lmagan chegirmalar ko'rinishida yozib olamiz.$2^0 \equiv 1, 2^1 \equiv 2, 2^2 \equiv 4, 2^3 \equiv 8\ , 2^4 \equiv 5, 2^5 \equiv 10,\ 2^6 \equiv$ $9, 2^7 \equiv 7,\ 2^8 \equiv 3,\ 2^9 \equiv 6(mod 11)$. Bu aniqlangan qiymatlarni quyidagi jadval ko'rinishida yozish mumkin:

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		0	1	8	2	4	9	7	3	6
1	5									

323. 1).$5^{\delta} \equiv 1(mod 7)$taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind 5 \equiv ind 1(mod 6)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind 1 = 0$ va $ind 5$ ni 7 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind5 = 5$. Bulardan $5\delta \equiv 0(mod6) \to \delta \equiv 0(mod6) \to \delta = 6t$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 6$. **Javob**: $\delta = 6$.

2). $5^{\delta} \equiv 1(mod11)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind5 \equiv ind1(mod10)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind5$ ni 11 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind5 = 4$. Bulardan $4\delta \equiv 0(mod10) \to 2\delta \equiv 0(mod5) \to \delta \equiv 0(mod5) \to \delta \equiv 0{,}5(mod10) \to \delta = 10t$ va $\delta = 5 + 10t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 5$.

Javob: $\delta = 5$.

3). $8^{\delta} \equiv 1(mod13)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind8 \equiv ind1(mod12)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind8$ ni 13 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind8 = 3$. Bulardan $3\delta \equiv 0(mod12) \to \delta \equiv 0(mod4) \to \delta \equiv 0{,}4{,}8(mod12)$

$\to \delta = 12t,\ \delta = 4 + 12t$ va $\delta = 8 + 12t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 4$. **Javob**: $\delta = 4$.

4). $12^{\delta} \equiv 1(mod17)$taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda$\delta ind12 \equiv ind1(mod16)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind12$ ni 17 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind12 = 13$. Bulardan $13\delta \equiv 0(mod16) \to \delta \equiv 0(mod16) \to \delta = 16t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 16$. **Javob**: $\delta = 16$.

5). $24^{\delta} \equiv 1(mod31)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind24 \equiv ind1(mod30)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind24$ ni 31 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind24 = 13$. Bulardan $13\delta \equiv 0(mod30) \to \delta \equiv 0(mod30) \to \delta = 30t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 30$. **Javob**: $\delta = 30$.

6). $10^{\delta} \equiv 1(mod13)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind10 \equiv ind1(mod12)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind10$ ni 13 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind10 = 10$. Bulardan $10\delta \equiv 0(mod12) \to 5\delta \equiv 0(mod6) \to \delta \equiv 0(mod6) \to \delta \equiv 0, 6(mod12) \to \delta = 12t, \delta = 6 + 12t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 6$. **Javob**: $\delta = 6$.

7). $27^{\delta} \equiv 1(mod17)$ ni $10^{\delta} \equiv 1(mod17)$ ko'rinishda yozib olib, ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind10 \equiv ind1(mod16)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind10$ ni 17 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind10 = 3$. Bulardan $3\delta \equiv 0(mod16) \to \delta \equiv 0(mod16) \to \delta = 16t,\ t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 16$. **Javob**: $\delta = 16$.

8). $18^{\delta} \equiv 1(mod11)$ ni $7^{\delta} \equiv 1(mod11)$ ko'rinishda yozib olib, ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind7 \equiv ind1(mod10)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$

va $ind7$ ni 11 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind7 = 7$. Bulardan $7\delta \equiv 0(mod10) \to \delta \equiv 0(mod10) \to \delta = 10t,\ t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 10$. **Javob**: $\delta = 10$.

9).$23^{\delta} \equiv 1(mod41)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind23 \equiv ind1(mod40)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind23$ ni 41 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind23 = 36$. Bulardan $36\delta \equiv 0(mod40) \to 9\delta \equiv 0(mod10) \to \delta \equiv 0(mod10) \to \delta \equiv 0, 10, 20,30(mod40) \to \delta = 40t, \delta = 10 + 40t, \delta = 20 + 40t, \delta = 30 + 40t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 10$. **Javob**: $\delta = 10$.

324. 1).$p = 5$ bo'lgani uchun 2 dan 4 gacha bo'lgan 2, 3, 4 sonlarning tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichini aniqlashimiz kerak. Buning uchun $2^{\delta} \equiv 1(mod5)$, $3^{\delta} \equiv 1(mod5)$, $4^{\delta} \equiv 1(mod5)$ taqqoslamalarning har birini yechib ularni qanoatlantiruvchi eng kichik $\delta > 0$ ni aniqlashimiz kerak. $2^{\delta} \equiv 1(mod5)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind2 \equiv ind1(mod4)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind2$ ni 5 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind2 = 1$.Shuning uchun ham $\delta \equiv 0(mod4) \to \delta = 4t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 4$.

$3^{\delta} \equiv 1(mod5)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind3 \equiv ind1(mod4)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind3$ ni 5 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind3 = 3$. Shuning uchun ham $3\delta \equiv 0(mod4) \to \delta = 4t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 4$.

$4^{\delta} \equiv 1(mod5)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind4 \equiv ind1(mod4)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind4$ ni 5 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind4 = 2$.Shuning uchun ham$2\delta \equiv 0(mod4) \to \delta \equiv 0(mod2) \to \delta \equiv 0,2\ (mod4) \to \delta = 4t,\ 2 + 4t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 2$. **Javob**: $4, 4, 2$.

2).$p = 7$ bo'lgani uchun 2 dan 6 gacha bo'lgan 2, 3, 4, 5, 6 sonlarning tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichini aniqlashimiz kerak. Buning uchun $2^{\delta} \equiv 1(mod7)$, $3^{\delta} \equiv 1(mod7)$, $4^{\delta} \equiv 1(mod7)$, $5^{\delta} \equiv 1(mod7)$, $6^{\delta} \equiv 1(mod7)$ taqqoslamalarning har birini yechib, ularni qanoatlantiruvchi eng kichik $\delta > 0$ ni aniqlashimiz kerak. $2^{\delta} \equiv 1(mod7)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind2 \equiv ind1(mod6)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$va $ind2$ ni 7 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind2 = 2$. Shuning uchun ham $2\delta \equiv 0(mod6) \to \delta \equiv 0(mod3) \to \delta \equiv 0, 3(mod6) \to \delta = 6t, \delta = 3 + 6t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 3$.

$3^{\delta} \equiv 1(mod7)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind3 \equiv ind1(mod6)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind3$ ni 7 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind3 = 1$. Shuning uchun ham $\delta \equiv 0(mod6) \rightarrow \delta = 6t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 6$.

$4^{\delta} \equiv 1(mod7)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda$\delta ind4 \equiv ind1(mod6)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind4$ ni 7 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind4 = 4$.Shuning uchun ham$4\delta \equiv 0(mod6) \rightarrow 2\delta \equiv 0(mod3) \rightarrow \delta \equiv 0(mod3) \rightarrow \delta \equiv 0{,}3\ (mod6) \rightarrow \delta = 6t,\ 3 + 6t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 3$.

$5^{\delta} \equiv 1(mod7)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind5 \equiv ind1(mod6)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind5$ ni 7 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind5 = 5$. Shuning uchun ham $5\delta \equiv 0(mod6) \rightarrow \delta \equiv 0(mod6) \rightarrow \delta = 6t,\ t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 6$.

$6^{\delta} \equiv 1(mod7)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind6 \equiv ind1(mod6)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind6$ni 7 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind6 = 3$. Shuning uchun ham $3\delta \equiv 0(mod6) \rightarrow \delta \equiv 0(mod2) \rightarrow \delta \equiv 0{,}2{,}4\ (mod6) \rightarrow \delta = 6t,\ 2 + 6t, 4 + 6t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 2$. **Javob**: $3, 6, 3{,}6{,}2$.

3). $p = 11$ bo'lgani uchun 2 dan 10 gacha bo'lgan $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ sonlarning tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichini aniqlashimiz kerak. Buning uchun $2^{\delta} \equiv 1(mod11),\ 3^{\delta} \equiv 1(mod11),\ 4^{\delta} \equiv 1(mod11),\ 5^{\delta} \equiv 1(mod11),\ 6^{\delta} \equiv 1(mod11), 7^{\delta} \equiv 1(mod11), 8^{\delta} \equiv 1(mod11), 9^{\delta} \equiv 1(mod11), 10^{\delta} \equiv 1(mod11)$ taqqoslamalarning har birini yechib, ularni qanoatlantiruvchi eng kichik $\delta > 0$ larni aniqlashimiz kerak. $2^{\delta} \equiv 1(mod11)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind2 \equiv ind1(mod10)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind2$ ni 11 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind2 = 1$ .Shuning uchun ham$\delta \equiv 0(mod10) \rightarrow \delta = 10t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 10$.

$3^{\delta} \equiv 1(mod11)$taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind3 \equiv ind1(mod10)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind3$ ni 11 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind3 = 8$.Shuning uchun ham $8\delta \equiv 0(mod10) \rightarrow 4\delta \equiv 0(mod5) \rightarrow \delta \equiv 0(mod5) \rightarrow \delta \equiv 0{,}5(mod10) \rightarrow \delta = 10t, 5 + 10t,\ t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 5$.

$4^{\delta} \equiv 1(mod11)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind4 \equiv ind1(mod10)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind4$ ni 11 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind4 = 2$.Shuning uchun ham$2\delta \equiv 0(mod10) \rightarrow \delta \equiv 0(mod5) \rightarrow \delta \equiv 0{,}5\ (mod10) \rightarrow \delta = 10t,\ 5 + 10t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 5$.

$5^{\delta} \equiv 1(mod11)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind5 \equiv ind1(mod10)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind5$ ni 11 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind5 = 4$. Shuning uchun ham$4\delta \equiv 0(mod10) \rightarrow$

$2\delta \equiv 0(mod5) \to \delta \equiv 0(mod5) \to \delta \equiv 0{,}5(mod10) \to \delta = 10t, 5 + 10t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 5$.

$6^{\delta} \equiv 1(mod11)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind6 \equiv ind1(mod10)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind6$ni 11 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind6 = 9$. Shuning uchun ham $9\delta \equiv 0(mod10) \to \delta \equiv 0(mod10) \to \delta = 10t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 10$.

$7^{\delta} \equiv 1(mod11)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind7 \equiv ind1(mod10)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind7$ni 11 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind7 = 7$. Shuning uchun ham$7\delta \equiv 0(mod10) \to \delta \equiv 0(mod10) \to \delta = 10t,\ \ t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 10$.

$8^{\delta} \equiv 1(mod11)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind8 \equiv ind1(mod10)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind8$ ni 11 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind8 = 3$. Shuning uchun ham $3\delta \equiv 0(mod10) \to \delta \equiv 0(mod10) \to \delta = 10t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 10$.

$9^{\delta} \equiv 1(mod11)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind9 \equiv ind1(mod10)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind9$ ni 11 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind9 = 6$. Shuning uchun ham $6\delta \equiv 0(mod10) \to 3\delta \equiv 0(mod5) \to \delta \equiv 0(mod5) \to \delta \equiv 0{,}5(mod10) \to \delta = 10t, 5 + 10t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 5$.

$10^{\delta} \equiv 1(mod11)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind10 \equiv ind1(mod10)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind10$ni 11 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind10 = 5$.Shuning uchun ham $5\delta \equiv 0(mod10) \to \delta \equiv 0(mod2) \to \delta \equiv 0{,}2{,}4{,}6{,}8(mod10) \to \delta = 10t, 2 + 10t, 4 + 10t, 6 + 10t, 8 + 10t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 2$.

Javob: $10,\ 5,\ 5, 5, 10, 10, 10, 5, 2$.

325. p moduli bo'yicha a sonining boshlang'ich ildiz bo'lishi uchun u $\delta = \varphi(p) = p - 1$ ko'satkichiga tegishli bo'lishi kerak. Indekslashdan foydalanib $\delta > 0$ ni aniqlash uchun 324- misoldagi sngari mulohaza yuritamiz. Misolda $p = 59$ va $\varphi(59) = 58$.

1). $2^{\delta} \equiv 1(mod59)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind2 \equiv ind1(mod58)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind2$ ni 59 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind2 = 1$. Shuning uchun ham $\delta \equiv 0(mod58) \to \delta = 58t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 58$ va demak, 2 soni 59 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'ladi. **Javob:** bo'ladi.

2). $3^\delta \equiv 1(mod59)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind3 \equiv ind1(mod58)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind3$ ni 59 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind3 = 50$. Shuning uchun ham $50\delta \equiv 0(mod58) \to 25\delta \equiv 0(mod29) \to \delta \equiv 0(mod29) \to \delta \equiv 0, 29(mod58),\ \delta = 58t, 29 + 58t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 29$ va demak, 3 soni 59 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'lmaydi. **Javob:** bo'lmaydi.

3). $6^\delta \equiv 1(mod59)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind6 \equiv ind1(mod58)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind6$ni 59 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind6 = 51$. Shuning uchun ham $51\delta \equiv 0(mod58) \to \delta \equiv 0(mod58) \to \delta = 58t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 58$ va demak, 6 soni 59 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'ladi.

Javob: bo'ladi.

4). $8^\delta \equiv 1(mod59)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind8 \equiv ind1(mod58)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind8$ni 59 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind8 = 3$. Shuning uchun ham $3\delta \equiv 0(mod58) \to \delta \equiv 0(mod58) \to \delta = 58t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 58$ va demak, 8 soni 59 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'ladi.

Javob: bo'ladi.

5). $12^\delta \equiv 1(mod59)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind12 \equiv ind1(mod58)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind12$ ni 59 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind12 = 52$. Shuning uchun ham $52\delta \equiv 0(mod58) \to 26\delta \equiv 0(mod29) \to \delta \equiv 0(mod29) \to \delta \equiv 0, 29(mod58)$, $\delta = 58t, 29 + 58t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 29$ va demak, 12 soni 59 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'lmaydi.

Javob: bo'lmaydi.

6). $13^\delta \equiv 1(mod59)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind13 \equiv ind1(mod58)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind13$ni 59 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind13 = 45$.Shuning uchun ham$45\delta \equiv 0(mod58) \to \delta \equiv 0(mod58) \to \delta = 58\,t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 58$ va demak, 13 soni 59 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'ladi.

Javob: bo'ladi.

7). $14^\delta \equiv 1(mod59)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $\delta ind14 \equiv ind1(mod58)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind14$ni 59 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind14 = 19$.Shuning uchun ham $19\,\delta \equiv 0(mod58) \to \delta \equiv 0(mod58) \to \delta = 58t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 58$ va demak, 14 soni 59 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'ladi. **Javob:** bo'ladi.

8).$19^{\delta} \equiv 1(mod59)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda$\delta ind19 \equiv ind1(mod58)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerda $ind1 = 0$ va $ind19$ni 59 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topamiz: $ind19 = 38$. Shuning uchun ham$38\delta \equiv 0(mod58) \rightarrow 19\delta \equiv 0(mod29) \rightarrow \delta \equiv 0(mod29) \rightarrow \delta \equiv$ $0{,}29(mod58) \rightarrow \delta = 58t, 29 + 58t, t \in Z$. Bundan δ ning eng kichik musbat qiymati $\delta = 29$ va demak, 19 soni 59 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'lmaydi. **Javob:** bo'lmaydi.

326. p moduli bo'yicha berilgan a sonining boshlang'ich ildiz bo'lishi uchun u $\delta = \varphi(p) = p - 1$ ko'satkichiga tegishli bo'lishi kerak. Buning bajarilishi uchun $a^{\delta} \equiv 1(modp) \rightarrow \delta inda \equiv 0(modp - 1)$ bajarilishi kerak. Agar bu yerda $(inda, p - 1) = 1$ (*) bo'lsa, u holda $\delta = p - 1$ bo'lishi kelib chiqadi. Demak, biz p moduli bo'yicha indekslar jadvalidan (*) shartni qanoatlantiruvchi a larni ajratib olsak, ular p moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'ladi. Chegirmalarning keltirilgan sistemasidagi qolgan a lar p moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'lmaydi.

1). Bu misolda $p = 17$ va $\varphi(17) = 16$ bo'lgani uchun 17 moduli bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasidagi $2, 3, 4, \ldots, 16$ sonlarning indekslarini ilovadan qarab (*) shartni, ya'ni $(inda, 16) = 1$ ni qanoatlantiruvchilarini ajratib olamiz. Qaralayotgan sonlarning indekslari mos ravishda 14, 1, 12, 5, 15, 11, 3, 7, 13, 4, 9, 6, 8 lardan iborat. Bular orasida 16 bilan o'zaro tublari 1, 5, 15, 11, 3, 7, 13, 9 lar va bu indekslarga mos sonlar $3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 14$ bo'lib ular 17 moduli bo'yichaboshlang'ich ildiz bo'ladi. Chegirmalarning keltirilgan sistemasidagi qolgan $2, 4, 8, 9, 13, 15, 16$ lar p moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'lmaydi.

Javob: $3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 14$.

2). Bu misolda $p = 19$ va $\varphi(19) = 18$ bo'lgani uchun 19 moduli bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasidagi $2{,}3{,}4, \ldots, 16{,}17{,}18$ sonlarning indekslarini ilovadan qarab (*) shartni, ya'ni $(inda, 18) = 1$ ni qanoatlantiruvchilarini ajratib olamiz. Qaralayotgan sonlarning indekslari mos ravishda 1, 13, 2, 16, 14, 6, 3, 8, 17,12, 15, 5, 7, 11, 4, 10, 9 lardan iborat. Bular orasida 18 bilan o'zaro tublari 1, 13, 17, 5, 7, 11 lar va bu indekslarga mos sonlar 2,3,10,13,14,15 bo'lib ular 19 moduli bo'yichaboshlang'ich ildiz bo'ladi. Chegirmalarning keltirilgan sistemasidagi qolgan$4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 16, 17, 18$ lar 19 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'lmaydi. **Javob:** $2, 3, 10, 13, 14, 15$.

3). Bu misolda $p = 23$ va $\varphi(23) = 22$ bo'lgani uchun 23 moduli bo'yicha chegirmalarning keltirilgan sistemasidagi $2{,}3{,}4, \ldots, 22$ sonlarning indekslarini ilovadan qarab (*) shartni, ya'ni $(inda, 22) = 1$ ni qanoatlantiruvchilarini ajratib olamiz. Qaralayotgan sonlarning indekslari mos ravishda 2, 16, 4, 1, 18, 19, 6, 10, 3, 9, 20, 14, 21, 17, 8, 7, 12, 15, 5, 13,11 lardan iborat. Bular orasida 22 bilan o'zaro tublari 1, 19, 3, 9, 21, 17, 7, 15, 5, 13lar va bu indekslarga mos sonlar

$5, 7, 10, 11, 14, 15, 17, 19, 20, 21$ bo'lib, ular 23 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'ladi. Chegirmalarning keltirilgan sistemasidagi qolgan $2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 13, 16, 18, 22$ lar 23 moduli bo'yicha boshlang'ich ildiz bo'lmaydi. **Javob:** $5, 7, 10, 11, 14, 15, 17, 19, 20, 21$.

327. 1). $7x \equiv 23(mod17)$ ni $7x \equiv 6(mod17)$ ko'rinishda yozib olib, uning ikkala tomonini indekslab quyidagi taqqoslamani hosil qilamiz: $ind7 + indx \equiv ind6(mod16)$. Bu yerdagi $ind7, ind6$ larning qiymatlarini 17 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan $ind7 = 11$, $ind6 = 15$ larni topib yuqoridagi taqqoslamaga qo'yamiz, u holda: $11 + indx \equiv 15(mod16) \rightarrow indx \equiv 4(mod16)$ ga ega bo'lamiz. Endi 17 moduli bo'yicha anti indekslar jadvalidan indeksi 4 ga teng bo'lgan sonni topamiz va berilgan taqqoslamaning yechimi $x \equiv 13(mod17)$ ni hosil qilamiz. **Javob:** $x \equiv 13(mod17)$.

2). $39x \equiv 84(mod97)$ ning ikkala tomonini indekslab quyidagi taqqoslamani hosil qilamiz: $ind39 + indx \equiv ind84(mod96)$. Bu yerdagi $ind39, ind84$ larning qiymatlarini 97 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan $ind39 = 95, ind84 = 73$ larni topib yuqoridagi taqqoslamaga qo'yamiz, u holda: $95 + indx \equiv 73(mod96) \rightarrow indx \equiv -22(mod96) \rightarrow indx \equiv 74(mod97)$ ga ega bo'lamiz. Endi 97 moduli bo'yicha anti indekslar jadvalidan indeksi 74 ga teng bo'lgan sonni topamiz va berilgan taqqoslamaning yechimi $x \equiv 32(mod97)$ ni hosil qilamiz. **Javob:** $x \equiv 32(mod97)$.

3). $125x \equiv 7(mod79)$ ni $46x \equiv 7(mod79)$ ko'rinishda yozib olib, uning ikkala tomonini indekslab quyidagi taqqoslamani hosil qilamiz: $ind46 + indx \equiv ind7(mod78)$. Bu yerdagi $ind46, ind7$ larning qiymatlarini 79 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan $ind46 = 30, ind7 = 53$ larni topib yuqoridagi taqqoslamaga qo'yamiz, u holda: $30 + indx \equiv 53(mod78) \rightarrow indx \equiv 23(mod78)$ ga ega bo'lamiz. Endi 79 moduli bo'yicha anti indekslar jadvalidan indeksi 23 ga teng bo'lgan sonni topamiz va berilgan taqqoslamaning yechimi $x \equiv 74(mod79)$ ni hosil qilamiz.

Javob: $x \equiv 74(mod79)$.

4). $37x \equiv 25(mod89)$ ning ikkala tomonini indekslab quyidagi taqqoslamani hosil qilamiz: $ind37 + indx \equiv ind25(mod88)$. Bu yerdagi $ind37, ind25$ larning qiymatlarini 89 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan $ind37 = 11, ind25 = 52$ larni topib yuqoridagi taqqoslamaga qo'yamiz, u holda: $11 + indx \equiv 52(mod88) \rightarrow indx \equiv 41(mod88)$ ga ega bo'lamiz. Endi 89 moduli bo'yicha anti indekslar jadvalidan indeksi 41 ga teng bo'lgan sonni topamiz va berilgan taqqoslamaning yechimi $x \equiv 56(mod89)$ ni hosil qilamiz.

Javob: $x \equiv 56(mod89)$.

5). $4x \equiv 13(mod37)$ning ikkala tomonini indekslab quyidagi taqqoslamani hosil qilamiz: $ind4 + indx \equiv ind13(mod36)$. Bu yerdagi $ind4, ind13$ larning qiymatlarini 37 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan $ind4 = 2$, $ind13 = 11$ larni topib yuqoridagi taqqoslamaga qo'yamiz, u holda: $2 + indx \equiv 11(mod36) \rightarrow indx \equiv 9(mod36)$ ga ega bo'lamiz. Endi 37 moduli bo'yicha anti indekslar jadvalidan indeksi 9 ga teng bo'lgan sonni topamiz va berilgan taqqoslamaning yechimi $x \equiv 31(mod37)$ ni hosil qilamiz.

Javob: $x \equiv 31(mod37)$.

6). $37x \equiv 5(mod221)$ ni qaraymiz. Bu yerda $221 = 13 \cdot 17$ bo'lgani uchun berilgan taqqoslama quyidagi taqqoslamalar sistemasi

$$\begin{cases} 37x \equiv 5(mod13) \\ 37x \equiv 5(mod17) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 11x \equiv 5(mod13) \\ 3x \equiv 5(mod17) \end{cases}$$

ga teng kuchli. Bu sistemadagi har bir taqqoslamani indekslab va indekslar jadvalidan foydalanib quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} ind11 + indx \equiv ind5(mod13) \\ ind3 + indx \equiv ind5(mod17) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7 + indx \equiv 9(mod13) \\ 1 + indx \equiv 5(mod17) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} indx \equiv 2(mod13) \\ indx \equiv 4(mod17) \end{cases}.$$

Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib,

$$\begin{cases} x \equiv 4(mod13) \\ x \equiv 13(mod17) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 + 13t, t \in Z \\ x \equiv 13(mod17) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 + 13t, t \in Z \\ 4 + 13t \equiv 13(mod17) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 4 + 13t, t \in Z \\ 13t \equiv 9(mod17) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 + 13t, t \in Z \\ 13t \equiv 26(mod17) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 + 13t, t \in Z \\ t \equiv 2(mod17) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 4 + 13t, t \in Z \\ t = 2 + 17t_1 \end{cases} \rightarrow x = 4 + 13(2 + 17t_1) = 30 + 221t_1, t_1 \in Z.$$

Javob: $x \equiv 30(mod221)$.

7). $47x \equiv 13(mod667)$ ni qaraymiz. Bu yerda $667 = 23 \cdot 29$ bo'lgani uchun berilgan taqqoslama quyidagi taqqoslamalar sistemasi

$$\begin{cases} 47x \equiv 13(mod23) \\ 47x \equiv 13(mod29) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \equiv 13(mod23) \\ 18x \equiv 13(mod29) \end{cases}$$

ga teng kuchli. Bu sistemadagi ikkinchi taqqoslamani indekslab va indekslar jadvalidan foydalanib quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} x \equiv 13(mod23) \\ ind18 + indx \equiv ind13(mod28) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \equiv 13(mod23) \\ 11 + indx \equiv 18(mod28) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \equiv 13(mod23) \\ indx \equiv 7(mod28) \end{cases}.$$

Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib sistema yechsak,

$$\begin{cases} x \equiv 13(mod23) \\ x \equiv 12(mod29) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 13 + 23t, t \in Z \\ 13 + 23t \equiv 12(mod29) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 13 + 23t, t \in Z \\ 23t \equiv -1(mod29) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 13 + 23t, t \in Z \\ -6t \equiv 28(mod29) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 13 + 23t, t \in Z \\ -3t \equiv 14(mod29) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 13 + 23t, t \in Z \\ -3t \equiv -15(mod29) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 13 + 23t, t \in Z \\ t \equiv 5(mod29) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 13 + 23t, t \in Z \\ t \equiv 5 + 29t_1 \end{cases} \rightarrow x = 128 + 667t_1, \qquad t_1 \in Z.$$

ega ega bo'lamiz. **Javob:** $x \equiv 128(mod667)$.

8). $228x \equiv 317(mod1517)$ni qaraymiz. Bu yerda $1517 = 37 \cdot 41$ bo'lgani uchun berilgan taqqoslama quyidagi taqqoslamalar sistemasi

$$\begin{cases} 228x \equiv 317(mod37) \\ 228x \equiv 317(mod41) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x \equiv 21(mod37) \\ 23x \equiv 30(mod41) \end{cases}$$

ga teng kuchli. Bu sistemadagi har ikkala taqqoslamani indekslab va indekslar jadvalidan foydalanib quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} ind6 + indx \equiv ind21(mod36) \\ ind23 + indx \equiv ind30(mod40) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 27 + indx \equiv 22(mod36) \\ 36 + indx \equiv 23(mod40) \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} indx \equiv 31(mod36) \\ indx \equiv 27(mod40) \end{cases}.$$

Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib

$$\begin{cases} x \equiv 22(mod37) \\ x \equiv 12(mod41) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 22 + 37t, t \in Z \\ 22 + 37t \equiv 12(mod41) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 22 + 37t, t \in Z \\ 37t \equiv -10(mod41) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 22 + 37t, t \in Z \\ -4t \equiv -10(mod41) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 22 + 37t, t \in Z \\ -2t \equiv -5(mod41) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 22 + 37t, t \in Z \\ -2t \equiv -46(mod41) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 22 + 37t, t \in Z \\ t \equiv 23(mod41) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 22 + 37t, t \in Z \\ t \equiv 23 + 41t_1 \end{cases} \rightarrow = 873 + 1517t_1, \quad t_1 \in Z.$$

Javob: $x \equiv 873(mod1517)$.

328.1). Berilgan $2^x \equiv 7(mod67)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $x \cdot ind2 \equiv ind7\ (mod66)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind2, ind7$ larning qiymatlarini 67 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz.

$ind2 = 1, ind7 = 23$ bo'lgani uchun $x \equiv 23\ (mod66)$ taqqoslama ga kelamiz. **Javob:** $x = 23 + 66t, t \in Z$.

2). Berilgan $13^x \equiv 12(mod47)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $x \cdot ind13 \equiv ind12\ (mod46)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind13, ind12$ larning qiymatlarini 46 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind13 = 11, ind12 = 10$ bo'lgani uchun $11x \equiv 10\ (mod46)$ taqqoslamaga kelamiz. Bu yechsak, $-35x \equiv 10\ (mod46) \to -7x \equiv 2(mod46) \to -7x \equiv 2 + 3 \cdot 46(mod46) \to -7x \equiv 140(mod46) \to$

$$x \equiv -20(mod46) \to x \equiv 26(mod46).$$

Javob: $x = 26 + 46t, t \in$ □.

3). Berilgan $16^x \equiv 11(mod53)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $x \cdot ind16 \equiv ind11\ (mod52)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind16, ind11$ larning qiymatlarini 52 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind16 = 4, ind11 = 6$ bo'lgani uchun $4x \equiv 6\ (mod52) \to 2x \equiv 3\ (mod26)$taqqoslamaga kelamiz. Bu taqqoslamada $(2,26) = 2$, lekin 3 soni ikkiga bo'linmaydi. Shuning uchun ham bu taqqoslama va demak, berilgan taqqoslama ham yechimga ega emas. **Javob:** yechimga ega emas.

4). Berilgan $52^x \equiv 38(mod61)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $x \cdot ind52 \equiv ind38\ (mod60)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind52, ind58$ larning qiymatlarini 61 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind52 = 42, ind38 = 27$ bo'lgani uchun $42x \equiv 27\ (mod60) \to 14x \equiv 9\ (mod10)$ taqqoslamaga kelamiz. Bu taqqoslamada $(14,10) = 2$, lekin 9 soni ikkiga bo'linmaydi. Shuning uchun ham bu taqqoslama va demak, berilgan taqqoslama ham yechimga ega emas.

Javob: yechimga ega emas.

5). Berilgan $12^x \equiv 17(mod31)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $x \cdot ind12 \equiv ind17(mod30)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind12, ind17$ larning qiymatlarini 31 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind12 = 19, ind17 = 7$ bo'lgani uchun $19x \equiv 7\ (mod30) \to 19x \equiv 7 + 8 \cdot 30\ (mod30) \to x \equiv 13\ (mod30)$. **Javob:** $x = 13 + 30t, t \in Z$.

6). Berilgan $20^x \equiv 21(mod41)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $x \cdot ind20 \equiv ind21(mod40)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind20, ind21$ larning qiymatlarini 41 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind20 = 34, ind21 = 14$ bo'lgani uchun $34x \equiv 14\ (mod40) \to 17x \equiv 7(mod20) \to -3x \equiv 27(mod20) \to x - 9\ (mod20) \to$ □ $\equiv 11{,}31(mod40)$.

Javob: $x = 11 + 40t,\ x = 31 + 40t, t \in Z$.

329. 1). Berilgan $37x^{15} \equiv 62(mod73)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $ind37 + 15indx \equiv ind62(mod72)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi

$ind37, ind62$ larning qiymatlarini 73 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind37 = 64, ind62 = 19$ bo'lgani uchun $64 + 15indx \equiv 19\ (mod72) \rightarrow 15indx \equiv -45\ (mod72) \rightarrow 5indx \equiv -15\ (mod24) \rightarrow indx \equiv 21(mod24) \rightarrow indx \equiv 21, 45, 69(mod72)$.

Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib, x ni topamiz. U holda $x \equiv 17,\ 63,\ 66\ (mod73)$ larni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 17 + 73t,\ x = 63 + 73t, x = 66 + 73t,\ t \in Z$.

2). Berilgan $5x^4 \equiv 3(mod11)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $ind5 + 4indx \equiv ind3(mod10)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind5, ind3$ larning qiymatlarini 11 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind5 = 4, ind3 = 8$ bo'lgani uchun $4 + 4indx \equiv 8\ (mod10) \rightarrow 4indx \equiv 4\ (mod10) \rightarrow 2indx \equiv 2\ (mod5) \rightarrow indx \equiv 1(mod5) \rightarrow indx \equiv 1{,}6(mod10)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib, x ni topamiz. U holda $x \equiv 2, 9\ (mod11)$ larni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 2 + 11t,\ x = 9 + 11t,\ t \in Z$.

3). Berilgan $2x^8 \equiv 5(mod13)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda$ind2 + 8indx \equiv ind5(mod12)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind2, ind5$ larning qiymatlarini 13 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind2 = 1, ind5 = 9$ bo'lgani uchun $1 + 8indx \equiv 9(m\square d12) \rightarrow 8indx \equiv 8\ (mod12) \rightarrow 2indx \equiv 2\ (mod3) \rightarrow indx \equiv 1(mod3) \rightarrow indx \equiv 1{,}4{,}7{,}10(mod12)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib, x ni topamiz. U holda $x \equiv 2, 3, 11, 10\ (mod13)$ larni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 2 + 13t,\ x = 3 + 13t, x = 10 + 13t, x = 11 + 13t, t \in Z$.

4). Berilgan $2x^3 \equiv 17(mod41)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda$ind2 + 3indx \equiv ind17(mod40)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind2$, $ind17$ larning qiymatlarini 41 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind2 = 26, ind17 = 33$ bo'lgani uchun $26 + 3indx \equiv 33(mod40) \rightarrow 3indx \equiv 7\ (mod40) \rightarrow 3indx \equiv -33\ (mod40) \rightarrow indx \equiv -11(mod40) \rightarrow indx \equiv 29(mod40)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib, x ni topamiz. U holda $x \equiv 22\ (mod41)$ larni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 22 + 41t,\ t \in Z$.

5). Berilgan$27x^5 \equiv 25(mod31)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $ind27 + 5indx \equiv ind25(mod30)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind27, ind25$ larning qiymatlarini 31 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz. $ind27 = 3, ind25 = 10$ bo'lgani uchun $3 + 5indx \equiv 10(mod30) \rightarrow 5indx \equiv 7\ (mod30)$. Bu yerda (5,30) = 5, lekin 7 soni 5 ga bo'linmaydi. Shuning uchun ham oxirgi taqqoslama va demak, berilgan taqqoslama ham yechimga ega emas. **Javob:** taqqoslama yechimga ega emas.

6). Berilgan $11x^3 \equiv 6(mod79)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $ind11 + 3indx \equiv ind6(mod78)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind11, ind6$ larning qiymatlarini 79 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind11 = 68,\ ind6 = 5$ bo'lgani uchun $68 + 3indx \equiv 5(mod78) \to 3indx \equiv -63\ (mod78) \to 3indx \equiv 15\ (mod78) \to indx \equiv 5(mod26) \to indx \equiv 5,31,57(mod78)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib x ni topamiz. U holda $x \equiv 6, 59, 14\ (mod79)$ larni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 6 + 79t,\ x = 14 + 79t, x = 59 + 79t,\ t \in Z.$

7). Berilgan $23x^3 \equiv 15(mod73)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $ind23 + 3indx \equiv ind15(mod73)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind23,\ ind15$ larning qiymatlarini 73 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz.

$ind23 = 46,\ ind15 = 7$ bo'lgani uchun $46 + 3indx \equiv 7(mod72) \to 3indx \equiv -39\ (mod72) \to indx \equiv -13\ (mod24) \to indx \equiv 11(mod24) \to indx \equiv 11,35,59(mod72)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib x ni topamiz. U holda$x \equiv 31, 29, 13\ (mod73)$ larni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 13 + 73t,\ x = 29 + 73t, x = 31 + 73t,\ t \in Z.$

8).Berilgan $8x^{26} \equiv 37(mod41)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $ind8 + 26indx \equiv ind37(mod40)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind8,\ ind37$ larning qiymatlarini 40 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz.\ $ind8 = 38,\ ind37 = 32$ bo'lgani uchun $38 + 26indx \equiv 32(mod40) \to 26indx \equiv -6\ (mod40) \to 13indx \equiv -3\ (mod20) \to -7indx \equiv -63(mod20) \to indx \equiv 9(mod20) \to indx \equiv 9,29(mod40)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib, x ni topamiz. U holda $x \equiv 19, 22(mod41)$ larni hosil bo'ladi. **Javob:** $x = 19 + 41t,\ x = 22 + 41t,\ t \in Z.$

9).Berilgan $37x^8 \equiv 59(mod61)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $ind37 + 8indx \equiv ind59(mod60)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind37,\ ind59$ larning qiymatlarini 61 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz.

$ind37 = 39,\ ind59 = 31$ bo'lgani uchun $39 + 8indx \equiv 31(mod60) \to 8indx \equiv -8\ (mod60) \to 2indx \equiv -2\ (mod15) \to indx \equiv 14(mod15) \to indx \equiv 14,29,44,59(mod60)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib x ni topamiz. U holda$x \equiv 36, 30, 25, 31\ (mod61)$ larni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 25 + 61t,\ x = 30 + 61t, x = 31 + 61t, x = 36 + 61t,\ t \in Z.$

10). Berilgan $18x^8 \equiv 6(mod13)$ni $5x^8 \equiv 6(mod13)$ ko'rinishda yozib olamiz va uning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $ind5 + 8indx \equiv ind6(mod12)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind5,\ ind6$ larning qiymatlarini 13 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind5 = 9,\ ind6 = 5$ bo'lgani uchun

$9+8indx \equiv 5(mod12) \rightarrow 8indx \equiv -4\ (mod12) \rightarrow 2indx \equiv -1\ (mod3) \rightarrow$ $2indx \equiv 2(mod3) \rightarrow indx \equiv 1(mod3) \rightarrow indx \equiv 1{,}4{,}7{,}10(mod12)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib, x ni topamiz. U holda $x \equiv 2, 3, 10, 11\ (mod13)$ larni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 2 + 13t,\ x = 3 + 13t, x = 10 + 13t, x = 11 + 13t,\ t \in Z.$

330. 1). Berilgan $x^{12} \equiv 37(mod41)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $12indx \equiv ind37(mod40)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind37$ ning qiymatlarini 41 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind37 = 32$ bo'lgani uchun $12indx \equiv 32(mod40) \rightarrow 3indx \equiv 8(mod10) \rightarrow indx \equiv 6\ (mod10) \rightarrow indx \equiv 6, 16, 26, 36(mod40)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib, x ni topamiz. U holda$x \equiv 39, 18, 2, 23\ (mod40)$ larni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 2 + 41t,\ x = 18 + 41t, x = 23 + 41t, x = 39 + 41t,\ t \in Z.$

2). Berilgan $x^{55} \equiv 17(mod97)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $55indx \equiv ind17(m\square d96)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind17$ ning qiymatlarini 97 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind17 = 89$ bo'lgani uchun $55indx \equiv 89(mod96) \rightarrow 55indx \equiv 185(mod96) \rightarrow 11indx \equiv 37\ (mod96) \rightarrow 11indx \equiv 37 + 5 \cdot 96\ (mod96) \rightarrow 11indx \equiv$ $517\ (mod96) \rightarrow indx \equiv 47(mod96)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib, x ni topamiz. U holda $x \equiv 58(mod97)$ ni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 58 + 97t, t \in Z.$

3). Berilgan $x^{35} \equiv 17(mod67)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $35indx \equiv ind17(mod66)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind17$ ning qiymatlarini 67 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind17 = 64$ bo'lgani uchun $35indx \equiv 64(mod66) \rightarrow 35indx \equiv 64 + 66 \cdot 16(mod66) \rightarrow 35indx \equiv 1120(mod66) \rightarrow indx \equiv 32(mod66)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib, x ni topamiz. U holda $x \equiv 33(mod67)$ ni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 33 + 67t, t \in Z.$

4).Berilgan $x^{30} \equiv 46(mod73)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $30indx \equiv ind46(mod72)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind46$ ning qiymatlarini 73 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib, olib kelib qo'yamiz. $ind46 = 54$ bo'lgani uchun $30indx \equiv 54(mod72) \rightarrow 5indx \equiv 9(mod12) \rightarrow 5indx \equiv 9 + 12 \cdot 3(\square od12) \rightarrow indx \equiv 9(mod12) \rightarrow indx \equiv 9{,}21{,}33{,}45{,}57{,}69(mod72)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib, x ni topamiz. U holda $x \equiv 10, 17, 7, 63, 56, 66(mod73)$ ni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 7 + 73t, x = 10 + 73t,\ x = 17 + 73t,\ x = 56 + 73t,\ x = 63 + 73t,\ x = 66 + 73t, t \in Z.$

5). Berilgan $x^8 \equiv 23(mod41)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $8indx \equiv ind23(mod40)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind23$ ning qiymatlarini 41 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz. $ind23 = 36$ bo'lgani uchun $8indx \equiv 36(mod40) \to 2indx \equiv 9(mod10)$. Bu yerda $(2,10) = 2$, lekin 9 soni 2 ga bo'linmaydi. Shuning uchun ham oxirgi taqqoslama va demak, berilgan taqqoslama ham yechimga ega emas.

Javob: taqqoslama yechimga ega emas.

6). Berilgan $x^5 \equiv 74(mod71)$ ni $x^5 \equiv 3(mod71)$ ko'rinishida yozib olamiz va uning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $5indx \equiv ind3(mod70)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind3$ ning qiymatlarini 71 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz. $ind3 = 39$ bo'lgani uchun $5indx \equiv 39(mod70)$. Bu yerda $(5,70) = 5$, lekin 39 soni 5 ga bo'linmaydi. Shuning uchun ham oxirgi taqqoslama va demak, berilgan taqqoslama ham yechimga ega emas.

Javob: taqqoslama yechimga ega emas.

7). Berilgan $x^{27} \equiv 39(mod43)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $27indx \equiv ind39(mod42)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind39$ ning qiymatlarini 43 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz. $ind39 = 33$ bo'lgani uchun $27indx \equiv 33(mod42) \to 9indx \equiv 11(mod14) \to 9indx \equiv 11 + 14 \cdot 5(mod14) \to indx \equiv 9(mod14) \to indx \equiv 9,23,37(mod42)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib x ni topamiz. U holda $x \equiv 32,34,20(mod43)$ ni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 20 + 43t, x = 32 + 43t,\ x = 34 + 43t, t \in Z$.

8). Berilgan $x^8 \equiv 29(mod13)$ ni $x^8 \equiv 3(mod13)$ ko'rinishida yozib olamiz va uning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $8indx \equiv ind3(mod12)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind3$ ning qiymatlarini 13 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz. $ind3 = 4$ bo'lgani uchun $8indx \equiv 4(mod12) \to 2indx \equiv 1(mod3) \to 2indx \equiv 4(mod3) \to indx \equiv 2(mod3) \to indx \equiv 2,5,8,11(mod12)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib x ni topamiz. U holda$x \equiv 4,6,9,7(mod13)$ ni hosil bo'ladi.

Javob: $x = 4 + 13t, x = 6 + 13t,\ x = 7 + 13t, x = 9 + 13t, t \in Z$.

9). Berilgan $x^2 \equiv 59(mod67)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $2indx \equiv ind59(mod66)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind59$ ning qiymatlarini 67 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz. $ind59 = 36$ bo'lgani uchun $2indx \equiv 36(mod66) \to indx \equiv 18(mod33) \to indx \equiv 18,51(mod66)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib x ni topamiz. U holda $x \equiv 40,27(mod67)$ ni hosil bo'ladi.

Javob: $x \equiv \pm 27(mod67)$.

10). Berilgan $x^2 \equiv 59(mod83)$ taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $2indx \equiv ind59(mod82)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind59$ ning qiymatlarini 83 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz. $ind59 = 34$ bo'lgani uchun $2indx \equiv 34(mod82) \rightarrow indx \equiv 17(mod41) \rightarrow indx \equiv 17,58(mod82)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib x ni topamiz. U holda$x \equiv 15,68(mod83)$ ni hosil bo'ladi. **Javob:** $x \equiv \pm 15(mod83)$.

11). Berilgan $x^2 \equiv 32(mod43)$ ning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $2indx \equiv ind32(mod42)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind32$ ning qiymatlarini 43 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz. $ind32 = 9$ bo'lgani uchun $2indx \equiv 9(mod42)$. Bu yerda $(2,42) = 2$, lekin 9 soni 2 ga bo'linmaydi. Shuning uchun ham oxirgi taqqoslama va demak, berilgan taqqoslama ham yechimga ega emas. **Javob:** taqqoslama yechimga ega emas.

12).Berilgan taqqoslama $x^2 \equiv -17(mod53)$ni $x^2 \equiv 36(mod53)$ ko'rinishda yozib olib, uning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $2indx \equiv ind36(mod52)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind36$ ning qiymatlarini 53 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz. $ind36 = 36$ bo'lgani uchun$2indx \equiv 36(mod52) \rightarrow indx \equiv 18(mod26) \rightarrow indx \equiv 18,44(mod52)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib x ni topamiz. U holda$x \equiv 6,47(mod53)$ ni hosil bo'ladi. **Javob:** $x \equiv \pm 6(mod53)$.

13). Berilgan taqqoslama $x^2 \equiv -28(mod67)$ ni $x^2 \equiv 39(mod67)$ ko'rinishda yozib olib, uning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $2indx \equiv ind39(mod66)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind39$ ning qiymatlarini 67 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz. $ind39 = 58$ bo'lgani uchun $2indx \equiv 58(mod66) \rightarrow indx \equiv 29(mod33) \rightarrow indx \equiv 29,62(mod66)$. Endi anti indekslar jadvallaridan foydalanib x ni topamiz. U holda$x \equiv 46,21(mod67)$ ni hosil bo'ladi. **Javob:** $x \equiv \pm 21(mod67)$.

14). Berilgan taqqoslama $x^2 \equiv 56(mod41)$ ni $x^2 \equiv 15(mod41)$ ko'rinishda yozib olib, uning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $2indx \equiv ind15(mod40)$ hosil bo'ladi. Bu yerdagi $ind15$ ning qiymatlarini 41 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan topib olib kelib qo'yamiz. $ind15 = 37$ bo'lgani uchun $2indx \equiv 37(mod40)$. Bu yerda $(2,40) = 2$, lekin 37 soni 2 ga bo'linmaydi. Shuning uchun ham oxirgi taqqoslama va demak, berilgan taqqoslama ham yechimga ega emas. **Javob:** taqqoslama yechimga ega emas.

331. Eyler kriteriyasiga asosan a sonining $p-$ tub modul bo'yicha kvadratik chegirma bo'lishi uchun $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1(modp)$ $(*)$ shart bajarilishi kerak.

1). $p = 23$ da (*) dan $a^{11} \equiv 1(mod23)$ kelib chiqadi. Berilgan sonlar $15, 16, 17, 18, 19, 20$ orasidan shu shartni ajratib olish uchun oxirgi taqqoslamani indekslardan foydalanib yechamiz. U holda quyidagiga ega bo'lamiz: $11inda \equiv$

$0(mod22) \rightarrow inda \equiv 0(mod2)$. Bu yerdan $inda$ ning juft son bo'lishi kerak ekanligi kelib chiqadi.

$p = 23$ moduli bo'yicha indekslar jadvalidan berilgan sonlar $15, 16, 17, 18, 19, 20$orasidan indekslari juft son bo'lganlarini ajratib olamiz. $ind15 = 17, ind16 = 8, ind17 = 7, ind18 = 12, ind19 = 15, ind20 = 5$ bo'lgani uchun qaralayotgan shartni qanoatlantiruv-chilari 16 va 18 bo'ladi. Shuning uchun ham 16 va 18 sonlari 23 moduli bo'yicha kvadratik chegirma bo'ladi. **Javob:** 16 va 18.

2). $p = 29$ da (*) dan $a^{14} \equiv 1(mod29)$ kelib chiqadi. Berilgan sonlar $15, 16, 17, 18, 19, 20$ orasidan shu shartni ajratib olish uchun oxirgi taqqoslamani indekslardan foydalanib yechamiz. U holda quyidagiga ega bo'lamiz: $14inda \equiv 0(mod28) \rightarrow inda \equiv 0(mod2)$. Bu yerdan $inda$ ning juft son bo'lishi kerak ekanligi kelib chiqadi. $p = 29$ moduli bo'yicha indekslar jadvalidan berilgan sonlar $15, 16, 17, 18, 19, 20$ orasidan indekslari juft son bo'lganlarini ajratib olamiz. $ind15 = 27, ind16 = 4, ind17 = 21, ind18 = 11, ind19 = 9, ind20 = 24$ bo'lgani uchun qaralayotgan shartni qanoatlantiruvchilari 16 va 20 bo'ladi. Shuning uchun ham 16 va 20 sonlari 29 moduli bo'yicha kvadratik chegirma bo'ladi. **Javob:** 16 va 20.

3). $p = 41$ da (*) dan $a^{20} \equiv 1(mod41)$ kelib chiqadi. Berilgan sonlar $15, 16, 17, 18, 19, 20$orasidan shu shartni ajratib olish uchun oxirgi taqqoslamani indekslardan foydalanib yechamiz. U holda quyidagiga ega bo'lamiz: $20inda \equiv 0(mod40) \rightarrow inda \equiv 0(mod2)$. Bu yerdan $inda$ ning juft son bo'lishi kerak ekanligi kelib chiqadi. $p = 41$ moduli bo'yicha indekslar jadvalidan berilgan sonlar $15, 16, 17, 18, 19, 20$ orasidan indekslari juft son bo'lganlarini ajratib olamiz. $ind15 = 37, ind16 = 24, ind17 = 33, ind18 = 16, ind19 = 9,\ ind20 = 34$ bo'lgani uchun qaralayotgan shartni qanoatlantiruvchilari 16,18va 20 bo'ladi. Shuning uchun ham 16,18 va 20 sonlari 41moduli bo'yicha kvadratik chegirma bo'ladi. Javob: 16,18 va 20.

4). $p = 73$ da (*) dan $a^{36} \equiv 1(mod73)$ kelib chiqadi. Berilgan sonlar $15, 16, 17, 18, 19, 20$ orasidan shu shartni ajratib olish uchun oxirgi taqqoslamani indekslardan foydalanib yechamiz. U holda quyidagiga ega bo'lamiz: $36inda \equiv 0(mod72) \rightarrow inda \equiv 0(mod2)$. Bu yerdan $inda$ ning juft son bo'lishi kerak ekanligi kelib chiqadi. $p = 73$ moduli bo'yicha indekslar jadvalidan berilgan sonlar $15, 16, 17, 18, 19, 20$ orasidan indekslari juft son bo'lganlarini ajratib olamiz. $ind15 = 7, ind16 = 32, ind17 = 21, ind18 = 20, ind19 = 62, ind20 = 17$ bo'lgani uchun qaralayotgan shartni qanoatlantiruvchilari 16,18va 19 bo'ladi. Shuning uchun ham 16, 18 va 19 sonlari 73 moduli bo'yicha kvadratik chegirma bo'ladi. **Javob:** 16, 18 va 19.

5). $p = 97$ da (*) dan $a^{48} \equiv 1(mod97)$ kelib chiqadi. Berilgan sonlar $15, 16, 17, 18, 19, 20$ orasidan shu shartni ajratib olish uchun oxirgi taqqoslamani indekslardan foydalanib yechamiz. U holda quyidagiga ega bo'lamiz: $48ind\square \equiv 0(mod96) \rightarrow inda \equiv 0(mod2)$. Bu yerdan $inda$ ning juft son bo'lishi kerak ekanligi kelib chiqadi. $p = 97$moduli bo'yicha indekslar jadvalidan berilgan sonlar $15, 16, 17, 18, 19, 20$ orasidan indekslari juft son bo'lganlarini ajratib olamiz. $ind15 = 71,\ ind16 = 40,\ ind17 = 89,\ ind18 = 78,\ ind19 = 81,\ ind20 = 69$ bo'lgani uchun qaralayotgan shartni qanoatlantiruvchilari 16 va 18 bo'ladi. Shuning uchun ham 16 va18 sonlari 97 moduli bo'yicha kvadratik chegirma bo'ladi.

Javob: 16 va 18.

332. Berilgan modul bo'yicha indekslarninga_1 asosga ko'ra sistemasidan ikkinchi bir a_2 ko'ra sistemasiga o'tish formulasini keltirib chiqarish talab etilsin. Ma'lumki, ${a_2}^{ind_{a_2}b} \equiv b(modp)$. Buning ikkala tomonini a_1 asosga ko'ra indekslaymiz. U holda $ind_{a_2}b \cdot ind_{a_1}a_2 \equiv ind_{a_1}b(modp - 1)$.

Bundan $b \equiv (ind_{a_1}a_2)^{\varphi(p-1)-1} ind_{a_1}b(modp - 1)$. Misol uchun $ind_2 7 = 7(mod11)$ dan $ind_8 7 \equiv 7 \cdot (ind_2 8)^{\varphi(10)-1}(mod10) \equiv 7 \cdot (ind_2 8)^3(mod10) \equiv 7 \cdot 3^3(mod10) \equiv 9(mod10)$.

Demak, $ind_8 7 = 9\ (mod11)$.

Javob: $ind_{a_2}b \equiv (ind_{a_1}a_2)^{\varphi(p-1)-1} ind_{a_1}b(modp - 1)$.

333. 1). a ning qanday butun qiymatlarida $3a^2 - 5 \vdots 17$ munosabat o'rinli ekanligini aniqlashimiz kerak. Bu munosabat $3a^2 \equiv 5(mod17)$ taqqoslamaga teng kuchli. Bundan $ind3 + 2inda \equiv ind5(mod16)$. Bu yerda $ind3 = 1, ind5 = 5$ bo'lgani uchun $1 + 2inda \equiv 5(mod16) \rightarrow 2inda \equiv 4(mod16) \rightarrow inda \equiv 2(mod8) \rightarrow inda \equiv 2, 10(mod16) \rightarrow a \equiv 9, 8(mod17)$. **Javob:** $a \equiv \pm 8(mod17)$.

2). a ning qanday butun qiymatlarida $7a^2 + 13 \vdots 23$ munosabat o'rinli ekanligini aniqlashimiz kerak. Bu munosabat $7a^2 \equiv -13(mod23) \rightarrow 7a^2 \equiv 10(mod23)$ taqqoslamaga teng kuchli. Bundan $ind7 + 2inda \equiv ind10(mod22)$. Bu yerda $ind7 = 19, ind10 = 3$ bo'lgani uchun $19 + 2inda \equiv 3(mod22) \rightarrow 2inda \equiv -16(mod22) \rightarrow 2inda \equiv 6(mod22) \rightarrow inda \equiv 3(mod11) \rightarrow inda \equiv 3{,}14(mod22) \rightarrow a \equiv 10, 13(mod23)$. **Javob:** $a \equiv \pm 10(mod23)$.

3).a ning qanday butun qiymatlarida $13a^2 - 11 \vdots 29$ munosabat o'rinli ekanligini aniqlashimiz kerak. Bu munosabat $13a^2 \equiv 11(mod29)$ taqqoslamaga teng kuchli. Bundan $ind13 + 2inda \equiv ind11(mod28)$. Bu yerda $ind13 = 18, ind11 = 25$ bo'lgani uchun $18 + 2inda \equiv 25(mod28) \rightarrow 2inda \equiv 7(mod28)$. Bu yerda $(2{,}28) = 2,$ lekin25 soni 2 ga bo'linmaydi. Shuning uchun ham oxirgi taqqoslama yechimga ega emas. Demak, a ning $13a^2 - 11 \vdots 29$ ifoda o'rinli bo'lgan butun qiymatlari mavjud emas.

Javob: bunday qiymatlar mavjud emas.

V.3-§.

334. 1).$a = 2^{64}$ sonini $m = 360$ ga bo'lishdan chiqqan qoldiqni topish uchun $2^{64} \equiv r(mod 360)$ taqqoslamadan r ni manfiy bo'lmagan eng kichik chegirma sifatida aniqlash kerak bo'ladi. $2^{64} = (2^{15})^4 \cdot 2^4 = 32768^4 \cdot 16 \equiv (360 \cdot 91 + 8)^4 \cdot 16 \equiv 8^4 \cdot 16 \equiv 4096 \cdot 16 \equiv (360 \cdot 11 + 136) \cdot 16 \equiv 136 \cdot 16 \equiv (360 \cdot 6 + 16) \equiv 16(mod 360)$. Shuning uchun ham izlanayotgan qoldiq 16 ga teng. **Javob:** 16.

2). $a = 1532^5 - 1$ sonini $m = 9$ ga bo'lishdan chiqqan qoldiqni topish uchun$1532^5 - 1 \equiv r(mod 9)$ taqqoslamadan r ni manfiy bo'lmagan eng kichik chegirma sifatida aniqlash kerak bo'ladi. $1532^5 - 1 \equiv (9 \cdot 170 + 2)^5 - 1 \equiv 2^5 - 1 \equiv 31 \equiv 4(mod 9)$. Shuning uchun ham izlanayotgan qoldiq 4 ga teng. **Javob:** 4.

3). $a = (12371^{56} + 34)^{28}$sonini $m = 111$ ga bo'lishdan chiqqan qoldiqni topish uchun $(12371^{56} + 34)^{28} \equiv r(mod 111)$ taqqoslamadan r ni manfiy bo'lmagan eng kichik chegirma sifatida aniqlash kerak bo'ladi. $(12371^{56} + 34)^{28} \equiv (50^{56} + 34)^{28} \equiv ((50^4)^{14} + 34)^{28} \equiv (34^{14} + 34)^{28} \equiv ((34^2)^7 + 34)^{28} \equiv (46^7 + 34)^{28} \equiv ((46^2)^3 \cdot 46 + 34)^{28} \equiv (7^3 \cdot 46 + 34)^{28} \equiv (16 + 34)^{28} \equiv 50^{28} \equiv (50^4)^7 \equiv 34^7 \equiv (34^2)^3 \cdot 34 \equiv 46^3 \cdot 34 \equiv 7 \cdot 46 \cdot 34 \equiv 70(mod 111)$. Shuning uchun ham izlanayotgan qoldiq 70 ga teng.

Javob: 70.

4). $a = 8!$ sonini $m = 11$ ga bo'lishdan chiqqan qoldiqni topish uchun $8! \equiv r(mod 11)$ taqqoslamadan r ni manfiy bo'lmagan eng kichik chegirma sifatida aniqlash kerak bo'ladi. $8! \equiv 4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \equiv 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 1 \equiv 5(mod 11)$. Shuning uchun ham izlanayotgan qoldiq 5 ga teng. **Javob:** 5.

335. Agara$^x \equiv 2(mod 13)$va $a^{x+1} \equiv 6(mod 13)$ bo'lsa, $a$sonini $m = 13$ ga bo'lishdan chiqqan qoldiqni topish uchun ikkinchi taqqoslamani birinchi taqqoslamaga hadlab bo'lamiz. U holda $a \equiv 3(mod 13)$ hosil bo'ladi. Shuning uchun ham izlanayotgan qoldiq 3 ga teng. **Javob:** 3.

336. 1). $(13, 174) = 1$ bo'lgani uchun Eyler teoremasiga asosan $174^{\varphi(13)} \equiv 1(mod 13) \rightarrow (13 \cdot 13 + 5)^{12} \equiv 1(mod 13) \rightarrow 5^{12} \equiv 1(mod 13)$ bajarilishi kerak. Bundan $174^{249} \equiv (5^{12})^{20} \cdot 5^9 \equiv (5^3)^3 \equiv (-5)^3 \equiv 5(mod 13)$. Shuning uchun ham izlanayotgan qoldiq 5 ga teng.

Javob: 5.

2).$1863^5 - 5 \equiv r(mod 10)$ taqqoslamadan r ni manfiy bo'lmagan eng kichik chegirma sifatida aniqlash kerak bo'ladi. Bu yerda $1863^5 - 5 \equiv 3^5 - 5(mod 10)$ va $(3, 10) = 1$ bo'lgani uchun Eyler teoremasiga asosan $3^{\varphi(10)} \equiv 1(mod 10) \rightarrow 3^4 \equiv 1(mod 10)$ bajarilishi kerak. Bundan $3^5 - 5 \equiv 3^4 \cdot 3 - 5 \equiv 3 - 5 \equiv 8(mod 10)$. Shuning uchun ham izlanayotgan qoldiq 8 ga teng. **Javob:** 8.

3). $2^{37\cdot 73-1} \equiv r(mod37\cdot 73)$ taqqoslamadan r ni manfiy bo'lmagan eng kichik chegirma sifatida aniqlash kerak bo'ladi. Eyler teoremasiga asosan $2^{\varphi(37)} \equiv 1(mod37) \to 2^{36} \equiv 1(mod37) \to 2^{72} \equiv 1(mod37) \to 2^{73} \equiv 2(mod37)$ (1) bajarilishi kerak. Ikkinchi tomondan $2^{\varphi(73)} \equiv 1(mod73) \to 2^{72} \equiv 1(mod73) \to 2^{73} \equiv 2(mod73)$(2) bajariladi. (1) va (2) lardan $2^{73} \equiv 2(mod37\cdot 73)$ (3) kelib chiqadi. Shuningdek, $2^9 \equiv 1(mod73) \to 2^{36} \equiv 1(mod73) \to 2^{37} \equiv 2(mod73)$ va $2^{37} \equiv 2(mod37)$ bo'lgani uchun $2^{37} \equiv 2(mod37\cdot 73)$ (4). (3)va (4) larga ko'ra $(2^{37})^{73} \equiv 2^{73} \equiv 2(mod37\cdot 73)$. Bundan $2^{37\cdot 73-1} \equiv 1(mod37\cdot 73)$ ga ega bo'lamiz. Shuning uchun ham izlanayotgan qoldiq 1 ga teng. **Javob:**1.

337. Berilgan sonning oxirgi ikkita raqamini topish uchun uni 100 bo'lishdan chiqqan qoldig'ini topish yetarli bo'ladi.

1).$203^{20} \equiv r(mod100)$ dan $r \geq 0$ ni aniqlaymiz. Bu yerda $203^{20} = (100\cdot 2+3)^{20} \equiv (3^5)^4 \equiv 243^4 \equiv 43^4 \equiv (43^2)^2 \equiv 1849^2(mod100) \equiv 49^2 \equiv 2401(mod100)$. Bu yerdan berilgan sonning oxirgi ikki raqami 0 va 1 ekanligi kelib chiqadi. **Javob:** 0 va 1.

2).$243^{402} \equiv 43^{402}(mod100)$ dan $r \geq 0$ ni aniqlaymiz. Bu yerda $43^{402} = (43^2)^{201} \equiv 49^{201} \equiv (49^2)^{100}\cdot 49 \equiv 49(mod100))$. Bundan berilgan sonning oxirgi ikki raqami 4 va 9 ekanligi kelib chiqadi. **Javob:** 4 va 9.

3). Bu yerda$1812\cdot 1941\cdot 1965 \equiv 12\cdot 41\cdot 65 \equiv 492\cdot 65 \equiv -8\cdot 65 \equiv 8\cdot 35 \equiv 280\ (mod100)$ Bundan berilgan sonning oxirgi ikki raqami 8 va 0 ekanligi kelib chiqadi. **Javob:** 8 va 0.

4).$(116+17^{17})^{21} \equiv (16+17^{17})^{21}$ dan $r \geq 0$ ni aniqlaymiz. Bu yerda $17^{17} \equiv (17^2)^8\cdot 17 \equiv 289^8\cdot 17 \equiv (-11)^8\cdot 17 \equiv 121^4\cdot 17 \equiv 21^4\cdot 17 \equiv (21^2)^2\cdot 17 \equiv 41^2\cdot 17 \equiv 1681\cdot 17 \equiv (-19)\cdot 17 \equiv -323 \equiv -23(mod100)$ bo'lgani uchun $(16-23)^{21} \equiv (-7)^{21} \equiv ((-7)^4)^5\cdot(-7) \equiv 2401^5\cdot(-7) \equiv -7 \equiv 93(mod100)$. Bundan berilgan sonning oxirgi ikki raqami 9 va 3 ekanligi kelib chiqadi. **Javob:** 9 va 3.

338.1).$2^{32}+1$ ning 641 ga bo'linishini isbotlash uchun $2^{32}+1 \equiv 0(mod641)$ taqqoslamaning bajarilishini ko'rsatamiz. Bu taqqoslamadan $2^{32} \equiv -1(mod641) \to 2^{32} \equiv 640(mod641) \to 2^{25} \equiv 5 \to 2^{25} = (2^{12})^2\cdot 2 = 4096\cdot 2 = (641\cdot 6+250)^2\cdot 2 \equiv 250^2\cdot 2 \equiv 125000 \equiv 641\cdot 195+5 \equiv 5\ (mod641)$. Demak, berilgan $2^{32}+1$ soni 641 ga bo'linadi.

2). $A = 222^{555}+555^{222}$ ning 7 ga bo'linishini isbotlash uchun $222^{555}+555^{222} \equiv 0(mod7)$ taqqoslamaning bajarilishini ko'rsatamiz. Bu taqqoslamadan $A = (7\cdot 31+5)^{555}+(7\cdot 79+2)^{222} \equiv 5^{555}+2^{222} \equiv (-2)^{555}+2^{222} \equiv -2^{555}+2^{222} \equiv 2^{222}(-2^{333}+1)$. Bu yerda $2^{222} \equiv (2^3)^{74} \equiv 1(mod7)$ va$2^{333} \equiv (2^3)^{111} \equiv 1(mod7)$ bo'lgani uchun $A \equiv 1\cdot(-1+1) \equiv 0\ (mod7)$. Demak, berilgan A soni 7 ga bo'linadi.

3). $A=220^{119^{69}}+69^{220^{119}}+119^{69^{220}}$ ning 102 ga bo'linishini isbotlash uchun $220^{119^{69}}+69^{220^{119}}+119^{69^{220}}\equiv 0(mod102)$ taqqoslamaning bajarilishini ko'rsatamiz. Bu yerda $102=2\cdot 3\cdot 17$ bo'lgani uchun $220^{119^{69}}+69^{220^{119}}+119^{69^{220}}\equiv 0(mod2), 220^{119^{69}}+69^{220^{119}}+119^{69^{220}}\equiv 0(mod3)$,

$220^{119^{69}}+69^{220^{119}}+119^{69^{220}}\equiv 0(mod17)$larning bajarilishini ko'rsatamiz. Bundan esa $A\equiv 0(mod102)$ kelib chiqadi. Bu yerda $220^{119^{69}}\equiv 0(mod2)$, $69^{220^{119}}\equiv 1(mod2)va119^{69^{220}}\equiv 1(mod2)$ bo'lgani uchun$A\equiv(0+1+1)\equiv 0\ (mod2)$ bo'ladi. $220^{119^{69}}\equiv 1(mod3)$, $69^{220^{119}}\equiv 0(mod3)va(-1)^{69^{220}}\equiv -1(mod3)$ bo'lgani uchun$A\equiv(1+0-1)\equiv 0\ (mod3)$ bo'ladi. $220^{119^{69}}\equiv -1(mod17)$, $69^{220^{119}}\equiv 1(mod17)va119^{69^{220}}\equiv 0(mod17)$bo'lgani uchun $A\equiv(-1+1+0)\equiv 0\ (mod17)$ bo'ladi. Demak, berilgan A soni 102 ga bo'linadi.

4). $A=6^{2n+1}+5^{n+2}$ ning 31 ga bo'linishini isbotlash uchun $6^{2n+1}+5^{n+2}\equiv 0(mod31)$ taqqoslamaning bajarilishini ko'rsatamiz. Bu yerda $6^{2n+1}=(6^2)^n\cdot 6\equiv 36^n\cdot 6\equiv 5^n\cdot(-25)\equiv -5^{n+2}$ bo'lgani uchun $A=6^{2n+1}+5^{n+2}\equiv -5^{n+2}+5^{n+2}\equiv 0(mod31)$ bo'ladi. Demak, berilgan A soni 31 ga bo'linadi.

339.$4^{\varphi(m)-1}\equiv r(modm)$ dan $m>1-$ toq son bo'lganida $0\le r<m$ shartni qanoatlantiruvchi r ni aniqlaymiz. $4^{\varphi(m)-1}\equiv r(modm)\to 4^{\varphi(m)}\equiv 4r(modm)$ va bundan $(4,m)=1$ bo'lgani uchun Eyler teoremasiga asosan $4r\equiv 1(modm)$. Bu yerda $m>1-$ toq son bo'lgani uchun uni 4 moduli bo'yicha

$m=4q\pm 1$ ko'rinishlarida yozish mumkin. Agar $m=4q+1$ ko'rinishida bo'lsa, $4r\equiv 1(modm)\to 4r=1+3m(modm)\equiv 12q+4(modm)\to r\equiv 3q+1(modm)\to 3\cdot\frac{m-1}{4}+1\equiv\frac{3m+1}{4}(modm)$. Bu yerda $\frac{3m+1}{4}<m$ va $m>1$ bo'lganda izlanayotgan qoldiqni beradi. Agar $m=4q-1$ ko'rinishida bo'lsa, $4r\equiv 1(modm)\to 4r=1+m(modm)\equiv 4q(modm)\to r\equiv q(modm)\to r\equiv\frac{m+1}{4}(modm)$. Demak, bu holda $\frac{m+1}{4}<m$, $(m>1)$ izlanayotgan qoldiq bo'ladi.

Javob: Agar $m=4q+1$ ko'rinishida bo'lsa, $\frac{3m+1}{4}$ ga va agar r $m=4q-1$ ko'rinishida bo'lsa, $\frac{m+1}{4}$ ga teng.

340.1).Indekslardan foydalanib berilgan $a=10^{10}$ sonini $m=67$ga bo'lishdan chiqqan qoldiqni topish talab qilnayapti. Buning uchun $10^{10}\equiv r(mod67)$ dan $0\le r<67$ shartni qanoatlantiruvchi r ni aniqlaymiz. Taqqoslamaning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $10ind10\equiv indr(mod66)$ga ega bo'lamiz. Bu yerda 67 moduli bo'yicha indekslar jadvalidan $ind10=16$ ekanligini aniqlaymiz. U holda $10\cdot 16\equiv indr(mod66)\to indr\equiv 28(mod66)$. Anti indekslar jadvalidan foydalanib bu yerdan $r\equiv 23(mod67)$ ekanligini topamiz. Demak, izlanayotgan qoldiq 23 ga teng ekan. **Javob:** 23.

2).Indekslardan foydalanib, berilgan$a = 178^{52}$ sonini $m = 11$ga bo’lishdan chiqqan qoldiqni topish talab qilnayapti. Buning uchun $178^{52} \equiv r(mod11)$ dan $0 \le r < 11$ shartni qanoatlantiruvchi r ni aniqlaymiz. Taqqoslamani $178^{52} \equiv r(mod11) \to (11 \cdot 16 + 2)^{52} \equiv r(mod11) \to 2^{52} \equiv r(mod11)$ ko’rinishda yozib olamiz va uning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $52ind2 \equiv indr(mod10)$ga ega bo’lamiz. Bu yerda 67 moduli bo’yicha indekslar jadvalidan $ind2 = 1$ ekanligini aniqlaymiz. U holda $52 \equiv indr(mod10) \to indr \equiv 2(mod10)$. Anti indekslar jadvalidan foydalanib bu yerdan $r \equiv 4(mod11)$ ekanligini topamiz. Demak, izlanayotgan qoldiq 4 ga teng ekan. **Javob:** 4.

3). Indekslardan foydalanib berilgan $a = 2017^{2018}$ sonini $m = 11$ga bo’lishdan chiqqan qoldiqni topish talab qilnayapti. Buning uchun $2017^{2018} \equiv r(mod11)$ dan $0 \le r < 11$ shartni qanoatlantiruvchi r ni aniqlaymiz. Taqqoslamani $2017^{2018} \equiv r(mod11) \to (11 \cdot 183 + 4)^{2018} \equiv r(mod11) \to 4^{2018} \equiv r(mod11)$ ko’rinishda yozib olamiz va uning ikkala tomonini indekslaymiz. U holda $2018ind4 \equiv indr(mod10) \to (10 \cdot 201 + 8)ind4 \equiv indr(mod10) \to 8ind4 \equiv indr(mod10)$ga ega bo’lamiz. Bu yerda 11 moduli bo’yicha indekslar jadvalidan $ind4 = 2$ ekanligini aniqlaymiz. U holda $16 \equiv indr(mod10) \to indr \equiv 6(mod10)$. Anti indekslar jadvalidan foydalanib, bu yerdan $r \equiv 9(mod11)$ ekanligini topamiz. Demak, izlanayotgan qoldiq 9 ga teng ekan. **Javob:** 9.

341. Paskalning umumiy bo’linish belgisini ifodalovchi nazariy qismdagi (1)-formuladan foydalanamiz. Unga ko’ra $N = a_0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 10^2 + \ ... + \ a_n \cdot 10^n \equiv a_0 + a_1 \cdot r_1 + a_2 \cdot r_2 + \ ... + \ a_n \cdot r_n \ (modm)(1)$ bajariladi. Bu yerda $10^k \equiv r_k(modm), \ k = 1, 2, \dots, n.$

1). 6 ga bo’linish belgisini keltirib chiqarish uchun yuqoridagi formulada $m = 6$ deb olamiz. U holda $10 \equiv 4(mod6), \ 10^2 \equiv 4(mod6), 10^3 \equiv 4(modm), \dots$ bo’lgani uchun $10^k \equiv 4(mod6), k = 1,2,3, \dots, n$ bo’ladi. Shuning uchun (1) dan $N \equiv a_0 + 4(a_1 + a_2 + \ ... + \ a_n) \ (mod6)$ ni hosil qilamiz. Bu yerdan quyidagi xulosaga kelamiz. Berilgan N sonining 6 ga bo’linishi uchun $a_0 + 4(a_1 + a_2 + \ ... + \ a_n)$ ifodaning 6 ga bo’linishi zarur va yetarlidir. Misol uchun 26676 sonining 6 ga bo’linish yoki bo’linmasligini tekshiraylik. Bu yerda $6 + 4(7 + 6 + 6 + 2 \ ) = 6 + 84 = 90$ bo’lib, 90 soni 6 ga bo’linadi. Shuning uchun berilgan son ham 6 ga bo’linadi. Endi 22593 sonining 6 ga bo’linish yoki bo’linmasligini tekshiraylik. Bu yerda $3 + 4(9 + 5 + 2 + 2 \ ) = 3 + 72 = 75$ bo’lib, 75 soni 6 ga bo’linmaydi. Shuning uchun berilgan son ham 6 ga bo’linmaydi.

2). 8 ga bo’linish belgisini keltirib chiqarish uchun yuqoridagi formulada $m = 8$ deb olamiz. U holda $10 \equiv 2(mod8), \ 10^2 \equiv 4(mod8)\text{va } l \ge 3 \text{ bo'lsa}, 10^l \equiv 0(mod8)$ bo’lgani uchun (1) dan $N \equiv (a_0 + 2a_1 + 4a_2 \ ) \ (mod8)$ ni hosil qilamiz. Bu yerdan quyidagi xulosaga kelamiz. Berilgan N sonining 8 ga bo’linishi uchun

$a_0 + 2a_1 + 4a_2$ ifodaning 8 ga bo'linishi zarur va yetarlidir. Misol uchun 38624 sonining 8ga bo'linish yoki bo'linmasligini tekshiraylik. Bu yerda $4 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 6 = 32$ bo'lib, 32 soni 8 ga bo'linadi. Shuning uchun berilgan son ham 8 ga bo'linadi. Endi 24674 sonining 8 ga bo'linish yoki bo'linmasligini tekshiraylik. Bu yerda $4 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 6 = 42$ bo'lib, 42 soni 8 ga bo'linmaydi. Shuning uchun berilgan son ham 8 ga bo'linmaydi.

3). 12 ga bo'linish belgisini keltirib chiqarish uchun yuqoridagi formulada $m = 8$ deb olamiz. U holda $10 \equiv 10(mod12)$, $10^2 \equiv 4(mod12)$ va $l \geq 2$ bo'lsa, $10^l \equiv 4(mod12)$ bo'lgani uchun (1) dan $N \equiv 4(a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2) + \overline{a_1 a_0}\ (mod12)$ ni hosil qilamiz. Bu yerdan quyidagi xulosaga kelamiz. Berilgan N sonining 12 ga bo'linishi uchun $4(a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2) + \overline{a_1 a_0}$ ifodaning 12 ga bo'linishi zarur va yetarlidir. Misol uchun 264816 sonining 12 ga bo'linish yoki bo'linmasligini tekshiraylik. Bu yerda $4(2 + 6 + 4 + 8) + 16 = 96$ bo'lib, 96 soni 12 ga bo'linadi. Shuning uchun berilgan son ham 12 ga bo'linadi. Endi 24674 sonining 8 ga bo'linish yoki bo'linmasligini tekshiraylik. Bu yerda $4 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 6 = 42$ bo'lib, 42 soni 8 ga bo'linmaydi. Shuning uchun berilgan son ham 8 ga bo'linmaydi.

4). a). 15 ga bo'linish belgisini keltirib chiqarish uchun yuqoridagi formulada $m = 15$ deb olamiz. U holda $10 \equiv 10(mod15)$, $10^2 \equiv 10(mod15)$va $l \geq 2$ bo'lsa, $10^l \equiv 10(mod15)$ bo'lgani uchun (1) dan $N \equiv 10(a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2 + a_1) + a_0\ (mod15)$ ni hosil qilamiz.

b). 18 ga bo'linish belgisini keltirib chiqarish uchun yuqoridagi formulada $m = 18$ deb olamiz. U holda $10 \equiv 10(mod18)$, $10^2 \equiv 10(mod18)$va $l \geq 2$ bo'lsa, $10^l \equiv 10(mod15)$ bo'lgani uchun (1) dan $N \equiv 10(a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2 + a_1) + a_0\ (mod18)$ ni hosil qilamiz.

c). 45 ga bo'linish belgisini keltirib chiqarish uchun yuqoridagi formulada $m = 45$ deb olamiz. U holda $10 \equiv 10(mod45)$, $10^2 \equiv 10(mod45)$va $l \geq 2$ bo'lsa, $10^l \equiv 10(mod45)$ bo'lgani uchun (1) dan $N \equiv 10(a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2 + a_1) + a_0\ (mod45)$ ni hosil qilamiz.

Bu yerdan quyidagi xulosaga kelamiz. Berilgan N sonining 15, 18 va 45 ga bo'linish belgisi bir xil ekan, ya'ni berilgan N sonining 15, 18 va 45 ga bo'linishi uchun $10(a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2 + a_1) + a_0$ ifodaning mos ravishda shu sonlarga bo'linishi zarur va yetarlidir.

342. 792 ga bo'linadigan $13xy45z$ ko'rinishidagi barcha sonlarni topish uchun $13xy45z \equiv 0\ (mod\ 792)$ shartni qanoatlantiruvchi barcha x, y, z raqamlarni aniqlashimiz kerak. Bu yerda $792 = 8 \cdot 9 \cdot 11$ bo'lgani uchun yuqoridagi taqqoslama ushbu taqqoslamalar sistemasi

$$\begin{cases} 13xy45z \equiv 0(mod\ 8) \\ 13xy45z \equiv 0\ (mod\ 9) \\ 13xy45z \equiv 0\ (mod\ 11) \end{cases}$$

ga teng kuchli. Bu sistemaning 1-taqqoslamasidan 8 ga bo'linish belgisiga ko'ra $\overline{45z} \equiv 0\ (mod\ 8) \to 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + z \equiv 0\ (mod\ 8) \to 450 + z \equiv 0(mod 8) \to z \equiv 6(mod 8)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerdan z raqam bo'lgani uchun $z = 6$ ekanligi kelib chiqadi. Shuningdek, yuqoridagi sistemaning 2 va 3 taqqoslamalaridan 9 ga va 11 ga bo'linish belgilariga asosan

$$\begin{cases} 1 + 3 + x + y + 4 + 5 + 6 \equiv 0\ (mod\ 9) \\ 1 - 3 + x - y + 4 - 5 + 6 \equiv 0\ (mod\ 11) \end{cases} \to \begin{cases} x + y \equiv 8\ (mod\ 9) \\ x - y \equiv 8\ (mod\ 11) \end{cases} \to$$

$x = 8, y = 0$ ekanligi kelib chiqadi. Demak, izlanayotgan son yagona va u 1380456 ga teng. **Javob**: 1380456.

343. Agar $\frac{a}{b} -$ qisqarmas kasr berilgan bo'lib, (10,b)=1 bo'lsin va m soni b moduli bo'yicha 10 soni tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichi, $10^m \equiv 1(mod b)$ taqqoslama o'rinli bo'lgan eng kichik ko'rsatkich bo'lsin. U holdaberilgan kasrni cheksiz o'nli kasrlarga aylantirganda davr uzunligi m ga teng bo'ladi. Davr uzunligi kasrning suratiga bog'liq emas.

1). Bunda $b = 21$ va $10^m \equiv 1(mo\square 21)$ dan m ni aniqlaymiz: $10 \equiv 10(mod 21)$; $10^2 \equiv -5(mod 21)$; $10^3 \equiv -8(mod 21)$; $10^4 \equiv 4(mod 21)$; $10^5 \equiv -2(mod 21)$; $10^6 \equiv 1(mod 21)$. Demak, $m = 6$. **Javob:** 6.

2). Bunda $b = 91$ va $10^m \equiv 1(mod 91)$ dan m ni aniqlaymiz: $10 \equiv 10(mod 91)$; $10^2 \equiv 9(mod 91)$; $10^3 \equiv -1(mod 91)$; $10^4 \equiv -10(mod 91)$; $10^5 \equiv -9(mod 91)$; $10^6 \equiv 1(mod 91)$. Demak, $m = 6$.

Javob: 6.

3). Bunda $b = 43$ va $10^m \equiv 1(mod 43)$ dan m ni aniqlaymiz. Buning uchun indekslardan foydalanish qulay: $m\, ind 10 \equiv 0(mod 42)$. Bu yerda $ind_{43} 10 = 10$ bo'lgani uchun $10m \equiv 0(mod 42) \to 5m \equiv 0(mod 21) \to m \equiv 0(mod 21)$. Demak, $m = 6$. **Javob:** 21.

3) Bunda $b = 97$ va $10^m \equiv 1(mod 97)$ dan m ni aniqlaymiz. Buning uchun indekslardan foydalanish qulay: $m\, ind 10 \equiv 0(mod 96)$. Bu yerda $ind_{97} 10 = 35$ bo'lgani uchun $35m \equiv 0(mod 96) \to m \equiv 0(mod 96)$. Demak, $m = 96$. **Javob:** 96.

344. 1). $\frac{10}{17 \cdot 23}$ oddiy kasrlarni o'nli kasrlarga aylantirganda hosil bo'ladigan davr uzunligini aniqlaymiz. Bunda $b = 17 \cdot 23$ va $10^m \equiv 1(mod 17 \cdot 23)$ dan m ni aniqlaymiz. Bu taqqoslama ushbu taqqoslamalar sistemasi $\begin{cases} 10^m \equiv 1(mod 17) \\ 10^m \equiv 1(mod 23) \end{cases}$ ga teng kuchli. Bundan $\begin{cases} m\, ind_{17} 10 \equiv 0(mod 16) \\ m\, ind_{23} 10 \equiv 0(mod 22) \end{cases}$.

Bu yerda $ind_{17}10 = 3$ va$ind_{23}10 = 7$ bo'lgani uchun $\begin{cases} 3m \equiv 0(mod16) \\ 7m \equiv 0(mod22) \end{cases} \to$ $\begin{cases} m \equiv 0(mod16) \\ m \equiv 0(mod22) \end{cases} \to m \equiv 0(mod[16; 22]) \to m \equiv 0(mod176)$.

Demak, $m = 176$. **Javob:** 176.

2). $\frac{1}{53\cdot59}$ oddiy kasrlarni o'nli kasrlarga aylantirganda hosil bo'ladigan davr uzunligini aniqlaymiz. Bunda $b = 53 \cdot 59$ va $10^m \equiv 1(mod\ 53 \cdot 59)$ dan m ni aniqlaymiz. Bu taqqoslama ushbu taqqoslamalar sistemasi $\begin{cases} 10^m \equiv 1(mod53) \\ 10^m \equiv 1(mod59) \end{cases}$ ga teng kuchli. Bundan $\begin{cases} m\ ind_{53}10 \equiv 0(mod52) \\ m\ ind_{59}10 \equiv 0(mod58) \end{cases}$.

Bu yerda $ind_{53}10 = 48$ va$ind_{59}10 = 7$ bo'lgani uchun $\begin{cases} 48m \equiv 0(mod52) \\ 7m \equiv 0(mod58) \end{cases} \to$ $\begin{cases} 12m \equiv 0(mod13) \\ m \equiv 0(mod58) \end{cases} \to \begin{cases} m \equiv 0(mod13) \\ m \equiv 0(mod58) \end{cases} \to m \equiv 0(mod[13; 58]) \to m \equiv$ $0(mod734)$. Demak, $m = 734$. **Javob:** 734.

3). $\frac{1}{7\cdot23\cdot31}$ oddiy kasrlarni o'nli kasrlarga aylantirganda hosil bo'ladigan davr uzunligini aniqlaymiz. Bunda $b = 7 \cdot 23 \cdot 31$ va $10^m \equiv 1(mod\ 7 \cdot 23 \cdot 31)$dan m ni aniqlaymiz. Bu taqqoslama ushbu taqqoslamalar sistemasi $\begin{cases} 10^m \equiv 1(mod7) \\ 10^m \equiv 1(mod23) \\ 10^m \equiv 1(mod31) \end{cases}$ ga teng kuchli. Bundan $\begin{cases} m\ ind_7 3 \equiv 0(mod6) \\ m\ ind_{23}10 \equiv 0(mod22) \\ m\ ind_{31}10 \equiv 0(mod30) \end{cases}$.

Bu yerda $ind_7 3 = 1$, $ind_{23}10 = 3$ va$ind_{31}10 = 14$ bo'lgani uchun $\begin{cases} m \equiv 0(mod6) \\ 3m \equiv 0(mod22) \\ 14m \equiv 0(mod30) \end{cases} \to \begin{cases} m \equiv 0(mod6) \\ m \equiv 0(mod22) \\ 7m \equiv 0(mod15) \end{cases} \to \begin{cases} m \equiv 0(mod6) \\ m \equiv 0(mod22) \\ m \equiv 0(mod15) \end{cases} \to m \equiv$ $0(mod[6; 22; 15]) \to m \equiv 0(mod330)$. Demak, $m = 330$.

Javob: 330.

4). $\frac{1}{11\cdot13\cdot17}$ oddiy kasrlarni o'nli kasrlarga aylantirganda hosil bo'ladigan davr uzunligini aniqlaymiz. Bunda $b = 11 \cdot 13 \cdot 17$ va $10^m \equiv 1(mod\ 11 \cdot 13 \cdot 17)$ dan m

ni aniqlaymiz. Bu taqqoslama ushbu taqqoslamalar sistemasi $\begin{cases} 10^m \equiv 1(mod11) \\ 10^m \equiv 1(mod13) \\ 10^m \equiv 1(mod17) \end{cases}$ ga teng kuchli. Bundan $\begin{cases} m\, ind_{11}10 \equiv 0(mod10) \\ m\, ind_{13}10 \equiv 0(mod12) \\ m\, ind_{17}10 \equiv 0(mod16) \end{cases}$.

Bu yerda $ind_{11}10 = 5,\ ind_{13}10 = 10$ va $ind_{17}10 = 3$ bo'lgani uchun $\begin{cases} 5m \equiv 0(mod10) \\ 10m \equiv 0(mod12) \\ 3m \equiv 0(mod16) \end{cases} \to \begin{cases} m \equiv 0(mod2) \\ 5m \equiv 0(mod6) \\ m \equiv 0(mod16) \end{cases} \to \begin{cases} m \equiv 0(mod2) \\ m \equiv 0(mo\square 6) \\ m \equiv 0(mod16) \end{cases} \to m \equiv$ $0(mod[2;6;16]) \to m \equiv 0(mod48)$. Demak, $m = 48$. **Javob:** 48.

5). $\frac{1}{13\cdot 37}$ oddiy kasrlarni o'nli kasrlarga aylantirganda hosil bo'ladigan davr uzunligini aniqlaymiz. Bunda $b = 13 \cdot 37$ va $10^m \equiv 1(mod\ 13 \cdot 37)$ dan m ni aniqlaymiz. Bu taqqoslama ushbu taqqoslamalar sistemasi $\begin{cases} 10^m \equiv 1(mod\ 13) \\ 10^m \equiv 1(mod\ 37) \end{cases}$ ga teng kuchli. Bundan $\begin{cases} m\, ind_{13}10 \equiv 0(mod12) \\ m\, ind_{37}10 \equiv 0(mod36) \end{cases}$. Bu yerda $ind_{13}10 = 10$, va$ind_{37}10 = 24$ bo'lgani uchun

$$\begin{cases} 10\square \equiv 0(mod12) \\ 24m \equiv 0(mod36) \end{cases} \to \begin{cases} 5m \equiv 0(mod6) \\ 2m \equiv 0(mod3) \end{cases} \to m \equiv 0(mod6).$$

Demak, $m = 6$. **Javob:** 6.

345. Agar $\frac{a}{b}-$ qisqarmas kasr berilgan bo'lib, $(10, b) = 1$ bo'lmasa, b ni $b = 2^\alpha \cdot 5^\beta \cdot b_1$ ko'rinishda yozib olamiz, bunda $(b_1, 10) = 1$ va m soni $b_1$moduli bo'yicha 10 soni tegishli bo'lgan daraja ko'rsatkichi, $10^m \equiv 1(modb_1)$ taqqoslama o'rinli bo'lgan eng kichik ko'rsatkich bo'lsin. U holdaberilgan kasrni cheksiz o'nli kasrlarga aylantirganda davr uzunligi m ga teng bo'ladi. Davr uzunligi kasrning suratiga bog'liq emas.

1). $\frac{a}{b} = \frac{1}{14}$. Bunda $b = 14 = 2 \cdot 7$ va $b_1 = 7$ bo'lgani uchun $10^m \equiv 1(mod7)$ dan m ni aniqlaymiz: $10 \equiv 3(mod7)$; $10^2 \equiv 2(mod7)$; $10^3 \equiv 6(mod7)$; $10^4 \equiv 4(mod7)$; $10^5 \equiv 5(mod7)$; $10^6 \equiv 1(mod7)$. Demak, $m = 6$. **Javob:** 6.

2). $\frac{a}{b} = \frac{7}{550}$. Bunda $b = 550 = 2 \cdot 5^2 \cdot 11$ va $b_1 = 11$ bo'lgani uchun $10^m \equiv 1(mod11)$ dan m ni aniqlaymiz:

$$10 \equiv -1(mod11);\ \ 10^2 \equiv 1(mod11);$$

Demak, $m = 2$. **Javob**: 2.

3). $\frac{1}{5\cdot 23\cdot 31}$ oddiy kasrlarni o'nli kasrlarga aylantirganda hosil bo'ladigan davr uzunligini aniqlaymiz. Bunda $b_1 = 23 \cdot 31$ va $10^m \equiv 1(mod\ 23 \cdot 31)$ dan m ni aniqlaymiz. Bu taqqoslama ushbu taqqoslamalar sistemasi $\begin{cases}10^m \equiv 1(mod\ 23)\\10^m \equiv 1(mod\ 31)\end{cases}$ ga teng kuchli. Bundan $\begin{cases}m\, ind_{23}10 \equiv 0(mod 22)\\m\, ind_{31}10 \equiv 0(mod 30)\end{cases}$. Bu yerda $ind_{23}10 = 3$ va$ind_{31}10 = 14$ bo'lgani uchun $\begin{cases}3m \equiv 0(mod 22)\\14m \equiv 0(mod 30)\end{cases} \to \begin{cases}m \equiv 0(mod 22)\\7m \equiv 0(mod 15)\end{cases} \to \begin{cases}m \equiv 0(mod 22)\\m \equiv 0(mod 15)\end{cases} \to m \equiv 0(mo\square 330)$. Demak, $m = 330$. **Javob:** 330.

4). $\frac{1}{4\cdot 53\cdot 73}$ oddiy kasrlarni o'nli kasrlarga aylantirganda hosil bo'ladigan davr uzunligini aniqlaymiz. Bunda $b_1 = 53\cdot 73$ va $10^m \equiv 1(mod\ 53\cdot 73)$ dan m ni aniqlaymiz. Bu taqqoslama ushbu taqqoslamalar sistemasi $\begin{cases}10^m \equiv 1(mod\ 53)\\10^m \equiv 1(mod\ 73)\end{cases}$ ga teng kuchli. Bundan $\begin{cases}m\, ind_{53}10 \equiv 0(mod 52)\\m\, ind_{73}10 \equiv 0(mod 72)\end{cases}$. Bu yerda $ind_{53}10 = 48$ va$ind_{73}10 = 9$ bo'lgani uchun

$\begin{cases}48m \equiv 0(mod 52)\\9m \equiv 0(mod 72)\end{cases} \to \begin{cases}12m \equiv 0(mo\square 13)\\m \equiv 0(mod 8)\end{cases} \to \begin{cases}m \equiv 0(mod 13)\\m \equiv 0(mod 8)\end{cases} \to m \equiv 0(mod 104)$. Demak, $m = 104$. **Javob:** 104.

5). $\frac{a}{b} = \frac{1}{10\cdot 37}$. Bunda $b = 10\cdot 37$ va $b_1 = 37$ bo'lgani uchun $10^m \equiv 1(mod 37)$ dan m ni aniqlaymiz: $m\, ind_{37}10 \equiv 0(mod 36)$. Bu yerda $i\square d_{37}10 = 24$ bo'lgani uchun $24m \equiv 0(mod 36) \to 2m \equiv 0(mod 3) \to m \equiv 0(mod 3)$. Demak, $m = 3$. **Javob:** 32.

346. Berilgan tengliklarning to'g'ri yoki noto'g'ri ekanligini 11 moduli bo'yicha taqqoslamaga o'tish yo'li bilan tekshiramiz.

1). $4237\cdot 27925 = 118275855$ dan $4237\cdot 27925 \equiv 118275855(mod 11)$.

Bu yerda $4237 = 11\cdot 385 + 2;\ 27925 = 11\cdot 2538 + 7; 118275855 = 11\cdot 10743259 + 6$ ekanligini e'tiborga olsak, $2\cdot 7 \equiv 6(mod 11) \to 3 \equiv 6(mod 11) \to 1 \equiv 2(mod 11)$. Oxirgi taqqoslama o'rinli emas. Shuning uchun ham berilgan tenglik noto'g'ri.

2). $42981: 8264 = 5201$ dan $42981 = 5201\cdot 8264$. Bundan $5201\cdot 8264 \equiv 42981(mod 11)$. Bu yerda $5201 = 11\cdot 472 + 9;\ \ 8264 = 11\cdot 751 + 3; 42981 = 11\cdot 3907 + 4$ ekanligini e'tiborga olsak, $9\cdot 3 \equiv 4(mod 11) \to 5 \equiv 4(mod 11)$. Oxirgi taqqoslama o'rinli emas. Shuning uchun ham berilgan tenglik noto'g'ri.

3). $1965^2 = 3761225$ dan $1965^2 \equiv 3761225(mod 11)$. Bu yerda $1965 = 11\cdot 178 + 7;\ 3761225 = 11\cdot 341929 + 6$ ekanligini e'tiborga olsak, $7^2 \equiv 6(mod 11) \to 5 \equiv 6(mod 11)$. Oxirgi taqqoslama o'rinli emas. Shuning uchun ham berilgan tenglik noto'g'ri.

347. 1).$25041 + 91382 = 116423$. Bu tenglikdan qulaylik uchun 9 moduli bo'yicha taqqoslamaga o'tamiz. U holda $25041 + 91382 \equiv 116423(mod 9)$. Bu yerdagi sonlarni 9 moduli bo'yicha eng kichik manfiy bo'lmagan chegirmalar bilan almashtirsak, $3+5 \equiv 8(mod9) \rightarrow 8 \equiv 8(mod9)$ ayniy taqqoslama hosil bo'ladi. Demak, berilgan tenglik to'g'ri.

2). $42932-18265=24667$. Bu tenglikdan qulaylik uchun 9 moduli bo'yicha taqqoslamaga o'tamiz. U holda $42932-18265 \equiv 24667(mod9)$. Bu yerdagi sonlarni 9 moduli bo'yicha eng kichik manfiy bo'lmagan chegirmalar bilan almashtirsak, $2-4 \equiv 7(mod9) \rightarrow 7 \equiv 7(mod9)$ ayniy taqqoslama hosil bo'ladi. Demak, berilgan tenglik to'g'ri.

3). $13547-9862=3685$. Bu tenglikdan qulaylik uchun 9 moduli bo'yicha taqqoslamaga o'tamiz. U holda $13547-9862 \equiv 3685(mod9)$. Bu yerdagi sonlarni 9 moduli bo'yicha eng kichik manfiy bo'lmagan chegirmalar bilan almashtirsak $2-7 \equiv 4(mod9) \rightarrow 4 \equiv 4(mod9)$ ayniy taqqoslama hosil bo'ladi. Demak, berilgan tenglik to'g'ri.

4). $235463-25376=210087$. Bu tenglikdan qulaylik uchun 9 moduli bo'yicha taqqoslamaga o'tamiz. U holda $235463-25376 \equiv 210087(mod9)$. Bu yerdagi sonlarni 9 moduli bo'yicha eng kichik manfiy bo'lmagan chegirmalarbilan almashtirsak $5-5 \equiv 0(mod9) \rightarrow 0 \equiv 0(mod9)$ ayniy taqqoslama hosil bo'ladi. Demak, berilgan tenglik to'g'ri.