2-§. Bir noma'lumli birinchi darajali taqqoslamalar.

Birinchi darajali $a_0x + a_1 \equiv 0(modm)$ taqqoslamani hamm vaqt

$$ax \equiv b(\mathrm{mod}\, m) \qquad (1)$$

ko'rinishga keltirish mumkin. Shuning uchun ham biz (1) ni tekshiramiz. Avvalo, faraz etaylik, $(a,m)=1$ bo'lsin. U holda x o'zgaruvchi m moduli bo'yicha chegirmalarning to'la sistemasini qabul qilsa, ax ham shu sistemasi qabul qiladi. Shuning uchun ham x ning faqat bitta qiymatida ax soni b tegishli bo'lgan sinfga qarashli bo'ladi. Shu qiymatda $ax_1 \equiv b(modm)$ga ega bo'lamiz. Shunday qilib, agar $(a,m)=1$ bo'lsa, (1) taqqoslama birta (yagona) $x \equiv x_1(modm)$ (yoki $x \equiv x_1 + mt,\ t = 0, \pm1, \pm2, \dots$) yechimga ega bo'lar ekan.

Endi, faraz etaylik, $(a,m) = d > 1$ bo'lsin. Bu holda agar b soni d ga bo'linsa, $a = a_1 \cdot d,\ b = b_1 \cdot d,\ m = m_1 \cdot d$ deb olib (1) dan

$$a_1x \equiv b_1(\mathrm{mod}\ m_1), \qquad (a_1, m_1) = 1 \qquad (2)$$

taqqoslamani hosil qilamiz. Bu (2) taqqoslama esa yuqorida qarab chiqilgan holga ko'ra yagona yechim $x \equiv x_1(\mathrm{mod}\, m_1)$ ga ega bo'ladi. Biz m moduli bo'yicha $(m=m_1 \cdot d)$ (1) taqqoslamaning yechimlarini topishimiz kerak. Buning uchun (2) ning yechimlari

$$\dots, x_1 - m_1,\ x_1,\ x_1 + m_1, \dots, x_1 + (d-1)m_1,\ x_1 + dm_1, \dots \qquad (3)$$

$m_1d = m$ modul bo'yicha nechta har xil sinfga tegishli ekanligini aniqlashimiz kerak. Tushunarliki, (3) dagi sonlar d ta sinfga tegishli bu sinflar sifatida

$$x_1,\quad x_1 + m_1,\quad \dots,\quad x_1 + (d-1)m_1 \qquad (4)$$

larni olish mumkin. Demak, (1) ning bu holda d ta yechimiga ega bolamiz.

Agarda $(a,m)=d>1$ bo'lib, b soni d ga bo'linmasa, u holda (1)-taqqoslama birorta ham yechimga ega emas. Chunki bu holda (1) dan $a_1dx = b + m_1dt$ yoki $= b = d(a_1x - m_1t)$ tenglikga ega bo'lamiz. b soni d ga bo'linmaganligi uchun bu tenglikning bajarilishi mumkin emas. Shunday qilib biz quyidagilarni isbotladik:

1). Agar $(a,m)=1$ bo'lsa, (1) taqqoslama yagona yechimga ega;

2) Agarda $(a,m)=d>1$ va b soni d bo'linsa, (1) taqqoslama d ta yechimga ega;

3) Agarda $(a,m)=d>1$ va b soni d bo'linmasa, (1) taqqoslama birorta ham yechimga ega emas. (1)-taqqoslamaning yechimini topish uchun quyidagi usullardan foydalanish mumkin:

1) tanlash usuli (bu usulda m moduli bo'yicha chegirmalarning to'la sistemasidagi chegermalar qo'yib sinab ko'riladi. Bu usul sodda, lekin m modul katta bo'lsa, chegirmalar sinflari soni ko'p bo'lgan uchun amaliy jihatdan noqulaydir);

2) taqqoslamalarning xossalaridan foydalanib, koeffitsientlarini almashtirish usuli (bu usulda taqqoslamalarning xossalaridan foydalanib, x noma'lumning oldidagi koeffitsient 1 bilan almashtiriladi. Bu usul ham koeffitsientlar katta bo'lgan holda aniq yo'llanma (algoritm) bo'lmagani uchun unchalik ham qulay emas. Bunday hollarda (1) ning yechimining topish uchun aniq formulaga ega bo'lish qulaydir);

3) Eyler teoremasidan foydalanib yechish usuli (bu usulda yechim $x \equiv a^{\varphi(m)-1} \cdot b(\mathrm{mod}\, m)$ formula yordamida topiladi) ;

4) uzluksiz (zanjirli) kasrlardan foydalanib yechish usuli mavjud. (Bu usulda yechim $x \equiv (-1)^{n-1} b P_{n-1} (\mathrm{mod}\, m)$ formula yordamida topiladi. Bu yerda P_{n-1} soni $\frac{a}{m}$ kasrning uzluksiz kasrlarga yoyilmasidagi $(n-1)-$ munosib kasrning surati (munosib kasrlar mavzusiga qarang)).

Taqqoslamalardan foydalanib, $ax + by = c$ ko'rinishdagi birinchi darajali ikki noma'lumli, butun koeffitsientli aniqmas tenglamalarni butun sonlarda yechish mumkin. Berilgan tenglamani $ax = c + b(-y)$ ko'rinishda, buni esa $ax \equiv c(modb)$ ko'rinishda yozish mumkin. Bu taqqoslamaning yechimini yuqorida qarab chiqilgan usullardan biri bilan topamiz. $x = x_1 + bt, t \in Z$ bo'lsin. U holda x ning bu qiymatini berilgan tenglamaga qo'yib, y ni aniqlaymiz: $a(x_1 + bt) + by = c \to y = \frac{1}{b}(c - ax_1 - abt) = \frac{c - ax_1}{b} - at,$ ya'ni $y = y_1 - at, t \in Z$ ga ega bo'lamiz.

257. Quyidagi taqqoslamalarning yechimga ega yoki ega emasligini tekshiring, agar yechimga ega bo'lsa, uni tanlash usuli bilan toping:

$a)$ $5x \equiv 3(mod6),$ $b)$ $8x \equiv 3(mod10),$ $c)$ $2x \equiv 6(mod8),$
$d)$ $3x \equiv -6(mod7),$ $e)$ $4x \equiv 3(mod12),$ $f)$ $6x \equiv 5(mod9),$
$g)$ $5x \equiv 7(mod8).$

258. Quyidagi taqqoslamalarning yechimga ega yoki ega emasligini tekshiring, agar yechimga ega bo'lsa, uni taqqoslamalarning xossalaridan foydalanib, koeffitsientlarini almashtirish usuli bilan toping:

$a)$ $5x \equiv 3(mod7),$ $b)$ $8x \equiv 3(mod11),$ $c)$ $4x \equiv 6(mod8),$
$d)$ $4x \equiv 25(mod13),$ $e)$ $11x \equiv 3(mod12),$ $f)$ $7x \equiv 5(mod9),$
$g)$ $5x \equiv 7(mod8),$ $h)$ $7x \equiv 6(mod15).$

259. Quyidagi taqqoslamalarning yechimga ega yoki ega emasligini tekshiring, agar yechimga ega bo'lsa, uni Eyler teoremasidan foydalanib toping:

$a)$ $13x \equiv 3(mod19),$ $b)$ $27x \equiv 7(mod58),$ $c)$ $5x \equiv 7(mod10),$
$d)$ $3x \equiv 8(mod13),$ $e)$ $25x \equiv 15(mod17),$ $f)$ $29x \equiv 35(mod12),$
$g)$ $3x \equiv 7(mod11).$

260. Quyidagi taqqoslamalarning yechimga ega yoki ega emasligini tekshiring, agar yechimga ega bo'lsa, uni uzluksiz kasrlardan foydalanib toping:

$a)$ $13x \equiv 1(mod27),$ $b)$ $37x \equiv 25(mod117),$
$c)$ $113x \equiv 89(mod311),$ $d)$ $221x \equiv 111(mod360),$
$e)$ $23x \equiv 667(mod693),$ $f)$ $143x \equiv 41(mod221),$
$g)$ $20x \equiv 13(mod43).$

261. Quyidagi taqqoslamalarni yeching:

$a)$ $12x \equiv 9(mod15),$ $b)$ $12x \equiv 9(mod18),$
$c)$ $20x \equiv 10(mod25),$ $d)$ $10x \equiv 25(mod35),$

$e)$ $39x \equiv 84(mod93)$, $f)$ $90x + 18 \equiv 0(mod138)$,
$g)$ $15x \equiv 35(mod55)$.

262. Quyidagi aniqmas tenglamalarni taqqoslamalardan foydalanib yeching:

$a)$ $5x + 4y = 3$, $b)$ $17x + 13y = 1$, $c)$ $91x - 28y = 35$,
$d)$ $2x + 3y = 4$, $e)$ $4x - 3y = 2$, $f)$ $3x - 7y = 1$,
$g)$ $7x + 6y = 11$.

263. $a)$. $x = -100$ va $x = 150$ to'g'ri chiziqlar orasida joylashgan va $8x - 13y + 6 = 0$ to'g'ri chiziqda yotuvchi butun koordinatali nuqtalar sonini aniqlang.

$b)$. $x = 1$va $x = 200$ to'g'ri chiziqlar orasida joylashgan va $5x - 7y - 8 = 0$ to'g'ri chiziqda yotuvchi butun koordinatali nuqtalar sonini aniqlang.

264. x ning qanday butun qiymatlarida quyidagi funksiyalar butun qiymat qabul qiladi: $a)$ $f(x) = \frac{9x-1}{7}$; $b)$ $f(x) = \frac{7x-1}{15}$;
$c)$ $f(x) = \frac{2x-1}{11}$.

265.*a).* G'allani tashish uchun 60 kg va 80 kg lik qoplar mavjud. 440 kg g'allani tashish uchun nechta 60 kg va 80 kg lik qoplar kerak bo'ladi.

b). 1490 so'mga 30 so'mlik va 50 so'mlik markalardan necha dona sotib olish mumkin.

c). 6000 so'mga 200 va 250 so'mlik daftarlardan necha dona sotib olish mumkin.

266.a). 523 sonining o'ng tomoniga shunday uchta raqam yozingki, hosil bo'lgan olti xonali son 7,8 va 9 ga bo'linsin.

b). 32 sonining o'ng tomoniga shunday ikkita raqam yozingki, hosil bo'lgan to'rt xonali son 3 va 7 ga bo'linsin.