

3 -§.Cheksiz uzliksiz kasrlar va kvadrat irratsionalliklar.

Butun koeffitsientli kvadrat tenglamani qanoatlantiruvchi irratsionallikka kvadrat irratsionallik deyiladi. Kvadrat irratsionallikning umumiy ko'rinishi $\frac{a+\sqrt{b}}{c}$ dan iborat. Bunda $a, c \neq 0$ va $b > 0$ – butun sonlar. Cheksiz davriy uzluksiz kasrlar (sof yoki aralash bo'lishidan qat'iy nazar) kvadrat irratsionalliklar bilan yaqindan bog'langan. Bu bog'lanishlarni quyidagi teoremlar yordamida ifodalash mumkin:

1. Har bir cheksiz davriy uzluksiz kasrlar (sof yoki aralash bo'lishidan qat'iy nazar) butun koeffitsientli kvadrat tenglamaning haqiqiy ildizi, ya'ni kvadrat irratsionallik bo'ladi.

2. Har bir butun koeffitsientli kvadrat tenglamaning haqiqiy irratsional ildizi cheksiz davriy uzluksiz kasr (sof yoki aralash bo'lishidan qat'iy nazar) ga yoyiladi.

375. Quyidagi uzluksiz kasrlar bilan berilgan kvadrat irratsionalliklarni toping:

- 1). $(\overline{2,3})$, 2). $(\overline{1,1,2,2})$, 3). $(\overline{3,4,5})$, 4). $(1, 2, 3, \overline{4})$, 5). $(0, 1, 1, 1, 1, \overline{2, 2, 2, 2})$,
6). $(a, \overline{a, 2a})$, 7). $(\overline{2, 2, 1, 1})$.

376. Bir xilda chala bo'linmali cheksiz davriy uzluksiz kasrlarga yoyiladigan kvadrat irratsionalliklarning umumiy ko'rinishini toping.

377. Agar 1) $\frac{p_k}{q_k} = \frac{10}{3}, \alpha_{k+1} = \sqrt{2}$; 2) $\frac{p_k}{q_k} = \frac{37}{13}, \alpha_{k+1} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

bo'lsa, α irratsionalliklarni toping.

378. Uzluksiz kasrlarga yoying va $\frac{p_3}{q_3}$ ni aniqlang: 1) $\sqrt{x^2 + 1}$, 2) $\sqrt{a^4 + 2a}$.

379. $\sqrt{a^2 + a + 1}$ irratsionallik cheksiz davriy uzluksiz kasrlarga yoyilsa, $\frac{p_3}{q_3} = \frac{2a+1}{2}$ bo'lishini isbotlang.

380. a va b lar natural sonlar bo'lsa, $bx^2 - abx - a$ kvadrat uch hadning musbat ildizining sof cheksiz davriy uzluksiz kasrlarga yoyilishini isbotlang. Teskari teorema o'rinli bo'ladimi?

381. Quyidagi teoremani isbotlang: agar butun koeffitsientli kvadrat tenglamaning birta ildizi $x = (\overline{a, b})$ bo'lsa, uning ikkinchi ildizi $-\frac{1}{(\overline{b, a})}$ bo'ladi.

382. Agar musbat kvadrat irratsionallik sof cheksiz davriy uzluksiz kasrga yoyilsa, unga qo'shma bo'lgan irratsionallikning $(-1, 0)$ intervalga tegishli bo'lishini isbotlang.

383. Agar butun koeffitsientli kvadrat tenglamaning birta ildizi $x = (\overline{a, b, c})$ bo'lsa, uning ikkinchi ildizi $a - (\overline{c, b})$ bo'lishini isbotlang.

384. $(\overline{a, b})$ va $(0, \overline{b, a})$ uzluksiz kasrlar ko'paytmasini toping.

385. $\alpha = (\overline{a, b, c})$ va $\beta = (\overline{c, b, a})$ sonlarining $x = (\overline{a, b, c})$ va $y = (\overline{c, b, a})$ sonlariga proporsional ekanligini isbotlang.

386. \sqrt{n} – (n natural son) ko'rinishdagi irratsionallikning davri ikkinchi chala bo'linmadan boshlanuvchi cheksiz davriy uzluksiz kasrga yoyilishini isbotlang.