IV BOB. BIR NOMA’LUMLI TAQQOSLAMALAR

1-§. Bir noma’lumli taqqoslamalar (umumiy ma’lumotlar)

Ixtiyoriy darajali taqqoslamalar yechimlari sinflari. Faraz qilaylik *f(x)* n-darajali butun koeffitsientli ko’phad bo’lsin, ya'ni

$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n$. U holda

$$f(x) \equiv 0(mod m) \qquad (1)$$

taqqoslamaga n-darajali bir noma'lumli taqqoslama deyiladi.

(1) da a_0 soni m ga bo’linmaydi, ya’ni $a_0 \not\equiv 0(mod m)$. (1) ni yechish bu uni qanoatlantiruvchi barcha x larni topish yoki uning yechimining yo’q ko’rasatish demakdir. Lekinda agar x_1 (1) ning yechimlaridan biri bo’lsa, ya'ni $f(x_1) \equiv 0(mod m)$ bo’lsa, u holda $x \equiv x_1 (\mathrm{mod}\, m)$ taqqoslamani qanoatlantiruvchi barcha sonlar ham (1) ning yechimi bo’ladi. Haqiqatan ham, $x \equiv x_1 (\mathrm{mod}\, m)$ ni $x = x_1 + mt,\ t \in Z$ deb yoza olamiz. Buni (1) ga olib borib qo’ysak:

$$f(x) = a_0 (x_1 + mt)^n + a_1 (x_1 + mt)^{n-1} + \ldots + a_{n-1}(x_1 + mt) + a_n =$$
$$= a_0 x_1^n + a_1^{n-1} x_1^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x_1 + a_n + mT(x_1) = f(x_1) + mT(x_1).$$

Bundan taqqoslamaga o’tsak, $f(x_1 + mt) \equiv 0(mod m)$ ni hosil qilamiz. Shuning uchun ham (1) ning yechimi, deganda alohida olingan birta x_1 son emas, balki $x_1 + mt$ sinf birta yechim deb tushuniladi. m modul bo’yicha m ta chegirmalar sinflari mavjud bo’lganligi sababli (1) ning barcha yechimlarini m moduli bo’yicha chegirmalarning to’la sistemasidagi chegirmalarni qo’yib sinab ko’rish yo’li bilan topish mumkin. Bu usulga tanlash usuli deyiladi.

Agarda bir xil homa’lumli ikkita taqqoslamaning yechimlari to’plami bir xil bo’lsa, ular teng kuchli taqqoslamalar deyiladi. Quyidagi almashtirishlar natijasida hosil bo’lgan taqqoslamalar teng kuchlidir:

1) taqqoslamaning ikkala tomoniga yoki uning istalgan tomoniga modulga karrali bo’lgan sonni qo’shish;

2) taqqoslamaning ikkala tomonini modul bilan o’zaro tub songa ko’paytirish yoki bo’lish;

3) taqqoslamaning ikkala tomonini va modulini bir xil songa bo’lish;

Agarda berilgan taqqoslamani ixtiyoriy butun son qanoatlantirsa, u holda bu taqqoslamaga ayniy taqqoslama deyiladi. Ayniy taqqoslamaga misol sifatida Ferma teoremasidan kelib chiqadigan $x^p - x \equiv 0(\mathrm{mod}\, p)$ (p-tub son) taqqoslamani olish mumkin. Shuningdek, agar *f*(*x*) ko’phadning barcha koeffitsientlar m ga bo’linsa, $f(x) \equiv 0(\mathrm{mod}\, m)$ taqqoslama ayniy taqqoslama bo’ladi.

248. Eng kichik manfiy bo'lmagan chegirmalarning to'la sistemasidagi chegirmalarni sinash yo'li bilan quyidagi taqqoslamalarning yechimini toping:

$a)\ 5x^2-15x+22\equiv 0(mod3)$, $b)\ x^2+2x+2\equiv 0(mod5)$,

$c)\ x^2-2x+2\equiv 0(mod3)$, $d)\ x^3-2\equiv 0(mod5)$,

$e)\ 2x^3-3x^2+2x-1\equiv 0(mod7)$, $f)\ 2x\equiv 7(mod15)$,

$i)\ 2x^3+3x-5\equiv 0(mod7)$.

249. $x^3-x+1\equiv 0(mod3)$ taqqoslamani yeching.

250. Avvalo soddalashtirib, keyin absolyut qiymati jihatidan eng kichik chegirmalarni sinab ko'rish yo'li bilan quyidagi taqqoslamalarni yeching:

$a)\ 90x^{20}+46x^2-52x+46\equiv 0(mod15)$,

$b)\ 25x^3-36x^2-18x+13\equiv 0(mod12)$,

$c)\ 21x+4\equiv 7(mod6)$,

$d\ )\ x^5-2x^3+13x-1\equiv 0(mod4)$.

251. $7x^3+12x^2-x+24\equiv 0(mod3)$ taqqoslamani noma'lum x ning barcha butun qiymatlarining qanoatlantirishini tekshiring.

252. Quyidagi taqqoslamalarni noma'lum *x* ning barcha butun qiymatlarining qanoatlantirishini tekshiring:

$a) x^3-x+6\equiv 0(mod3)$; $b)\ x(x^2-1)\equiv 0(mod6)$;

$c)\ 20x^5+x^4-10x^3-1\equiv 0(mod5)$;

$d) x^{13}-26x^{12}-x\equiv 0(mod13)$.

253. Quyidagi taqqoslamalarni noma'lum *x* ning birorta ham butun qiymatlarining qanoatlantirmasligini tekshiring:

$a) 5x\equiv 4(mod5)$; $b)\ x^2-2\text{x}+3\ \equiv 0(mod4)$; $c)\ 20x^5+5x^4-10x^3-1\equiv 0(mod5)$; $d) x^{13}-26x^{12}-x+5\equiv 0(mod13)$.

254. *a)* $(m,n)=1$ bo'lsa, *n*-darajali $x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+\ \cdots+a_n\equiv 0(modm)$ taqqoslamani yangi o'zgaruvchi y kiritish yo'li bilan $(n-1)-$ darajali hadi qatnashmagan $y^n+b_2y^{n-2}+\ \cdots+b_n\equiv 0(modm)$ ko'rinishdagi taqqoslamaga keltirish mumkin ekanligini ko'rsating.

255. 254.*a)* dan foydalanib, $x^3+5x^2+6x-8\equiv 0(mod13)$ taqqoslamani uch hadli $y^3+px+q\equiv 0(mod13)$ taqqoslama ko'rinishiga keltiring.

256. $x^{\varphi(60)}\equiv 1(mod60)$ taqqoslamani yeching.