Slam ex4

Student: asaf vitenshtein, 213223092

Github repo: https://github.com/asaflob/VAN_SLAM.git

4.1

בחרתי במימוש שלכם tracking_databse.py, אחרי שאני הספקתי לממש את החלק הזה בעצמי 🙁 מסתבר שצריך לקרוא את התרגיל עד הסוף...

4.2

Total number of tracks: 164,032

Number of frames: 3300

Mean track length: 3.45

Max track length: 73

Min track length: 2

Mean number of frame links: 171.38

4.3

Figure 1: 20x20 patches of track #1

Code reference: ex4.py, Line 161

4.4

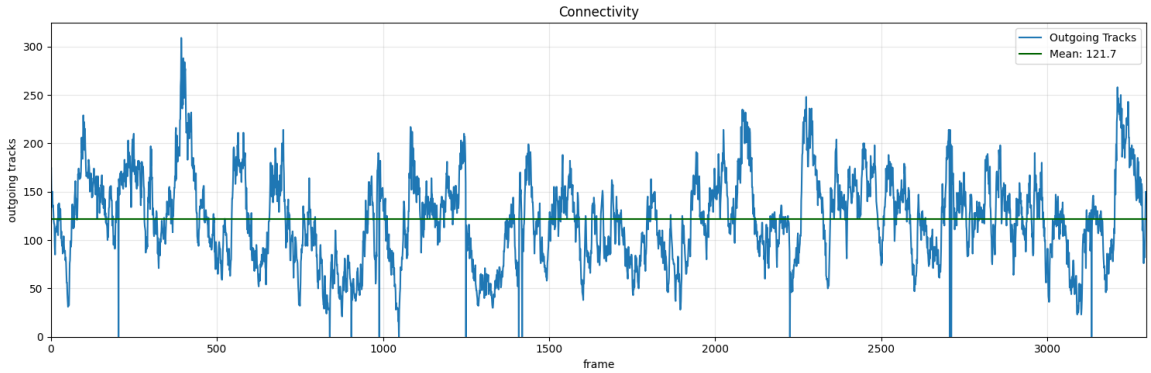

Figure 2: connectivity graph

Code reference: ex4.py, Line 217

4.5

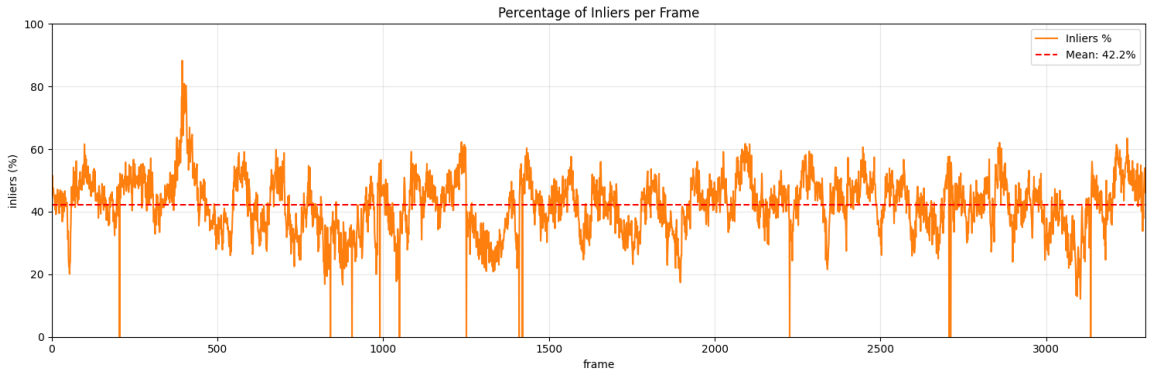

Figure 3: percentage of inliers pre frame

Code reference: ex4.py, Line 255

4.6

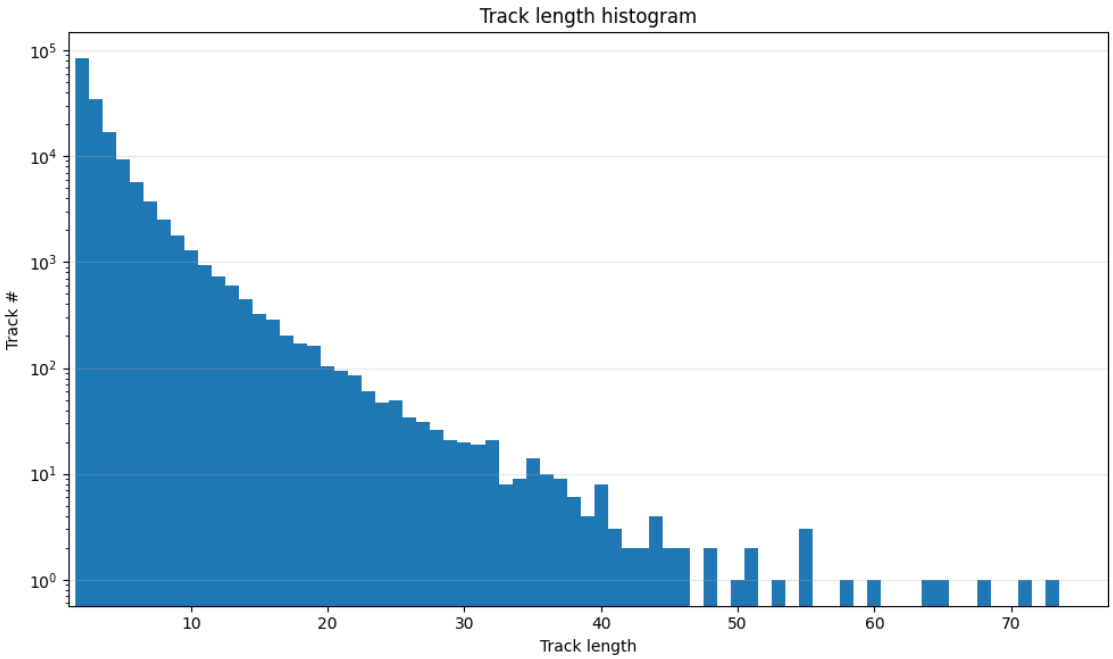

Figure 4: track length histogram

Code reference: ex4.py, Line 301

4.7

-

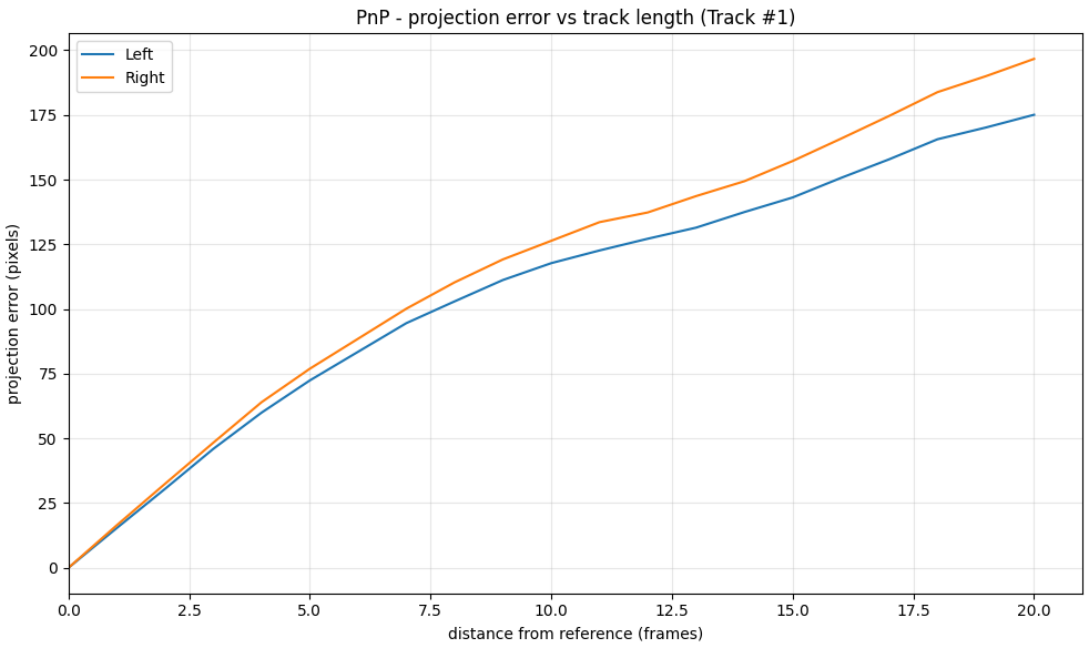

Figure 5: projection error vs track length (track #1)

Code reference: ex4.py, Line 335

- אם היינו עושה טריאנגולציה מהפריים הראשון במקום האחרון השגיאה הייתה גדולה יותר והגרף היה עם הפרש גדול יותר בין הגרפים בגלל מספר סיבות,

--אנחנו תמיד נוסעים קדימה, אז כשאנחנו מזהים נקודת עניין שהיא רחוקה מאוד (בפריים הראשון של המסלול), ואנחנו ממשיכים לעקוב אחריה בזמן שהרכב מתקרב אליה עד שהיא קרובה מאוד ויוצאת מחוץ לפריים(הפריים האחרון של המסלול).

--נניח וניקח נקודת D3 גרועה שיש בה שגיאת עומק מאוד גדולה (כי חישבנו מהפריים הראשון), וננסה להטיל אותה על הפריימים האחרונים שבהם המצלמה ממש קרובה לנקודה. אזי, במצב הזה הסטייה הקטנה בזוויות תהיה שגיאה גדולה בפיקסלים על המסך.

--אנחנו עם מצלמות סטריאו, ושגיאת העומק היא גדלה ביחס ישר לריבוע המרחק, לכן טריאנגולציה של נקודה רחוקה בפריים הראשון היא לא ממש מדויקת ויש בה אי-ודאות בציר Z, בשונה מטריאנגולציה מהפריים האחרון.

כלומר, כשאנחנו משתמשים בפריים האחרון, אנחנו מנצלים את העובדה שהרכב התקרב כבר לנקודה, מה שמעניק לנו עומק מדויק יותר ולכן בסוף שגיאת reprojection קטנה יותר לאורך המסלול לעומת שימוש בפריים הראשון.

4.8

(1

The mean has linearity property, such that, $y = Ax + b \rightarrow E[y] = E[Ax + b] \rightarrow$ $because\ the\ A, b\ are\ const, E[y] = A \cdot E[x] + b$

$$\downarrow$$

$$\mu_y = A\mu_x + b \ \blacksquare$$

I will show the joint covariance proof,

The definition for cov matrix for var y, $Cov(y) = E\left[(y - \mu_y)(y - \mu_y)^T\right]$

As we know, $y - \mu_y = (Ax + b) - (A\mu_x + b) = A(x - \mu_x)$

And together, $\Sigma_y = E\left[A(x - \mu_x)\left(A(x - \mu_x)\right)^T\right] \rightarrow E[A(x - \mu_x)(x - \mu_x)^T A^T]$

$$because\ the\ A, A^T\ are\ const, s.t.\ \ A \cdot E[(x - \mu_x)(x - \mu_x)^T] \cdot A^T$$

$$\downarrow$$

$$\Sigma_y = A\Sigma_x A^T \ \ \blacksquare$$

(2

First, we show the mahalanobis norm, s.t. $||v||_S^2 = v^T S^{-1} v$,

The left side of the equation, $||Mu||_\Sigma^2 = (Mu)^T \Sigma^{-1} (Mu) = u^T M^T \Sigma^{-1} M u$

$$as\ we\ know, we\ work\ on\ S = M^{-1}\Sigma M^{-T}$$

$$(M^{-1}\Sigma M^{-T})^{-1} = (M^{-T})^{-1}\Sigma^{-1}(M^{-1})^{-1} = M^T\Sigma^{-1}M$$

$$\downarrow now\ we\ put\ it\ in\ the\ norm$$

$$||u||^2_{M^{-1}\Sigma M^{-T}} = u^T(M^T\Sigma^{-1}M)u\ , \qquad so\ the\ norm\ is\ true\ \blacksquare$$

Now I will use the transformation, we get that, $y = g(x) = Ax + b$

And we need to find, $g^{-1}(y)\ and\ its\ jacobian$

$$x = g^{-1}(y) = A^{-1}(y-b)$$

$$\downarrow$$

$$the\ jacobian\ is, J_{g^{-1}} = \frac{\partial x}{\partial y} = A^{-1} \quad and\ it\ \det\left(J_{g^{-1}}\right) = |A^{-1}|$$

כאן משוואה הקלד.

$$the\ PDF\ of\ y\ is, \qquad f_y(y) = f_x\left(g^{-1}(y)\right)\cdot|\det(A^{-1})|$$

כאן משוואה הקלד.

$$and\ the\ PDF\ of\ x\ is(we\ get\ it), \qquad f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n|\Sigma_x|}}\exp\left(-\frac{1}{2}||x-\mu_x||^2_{\Sigma_x}\right)$$

$$\downarrow we\ know, \mu_x = A^{-1}\left(\mu_y - b\right), \qquad x = A^{-1}(y-b)$$

$$x - \mu_x = A^{-1}(y-b) - A^{-1}\left(\mu_y - b\right) = A^{-1}\left(y - \mu_y\right)$$

$$\downarrow$$

$$our\ exponent\ is\ now, \left|\left|A^{-1}\left(y-\mu_y\right)\right|\right|^2_{\Sigma_x}$$

$$\downarrow\ \ i\ use\ the\ \text{mahalanobis norm, s.t. u} = \left(\mathrm{y} - \mu_{\mathrm{y}}\right)\ and\ M = A^{-1}$$

$$\left|\left|A^{-1}\left(y-\mu_y\right)\right|\right|^2_{\Sigma_x} = \left|\left|y-\mu_y\right|\right|^2_{\left(A^{-1}\right)^{-1}\Sigma_x\left(A^{-1}\right)^{-T}} = \left|\left|y-\mu_y\right|\right|^2_{A\Sigma_x A^T} = \left|\left|y-\mu_y\right|\right|^2_{\Sigma_y}$$

Now we get exactly the exp of the normal distribution of y.

We remember that $|\det(A^{-1})| = \frac{1}{|det(A)|}$

$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n|\Sigma_x|}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\det(A)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n\det(\Sigma_x)\det(A)\det(A^T)}}$$

$$\downarrow as\ we\ know\ the\ determinate\ property\ of\ multiplication$$

כאן משוואה הקלד.

$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n\det\left(\mathrm{A}\Sigma_{\mathrm{x}}\mathrm{A}^{\mathrm{T}}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n|\Sigma_{\mathrm{y}}|}}$$

כאן משוואה הקלד.

$$\downarrow now\ we\ combine\ all\ of\ the\ above$$

כאן משוואה הקלד.

$$f_y(y) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n|\Sigma_{\mathrm{y}}|}}\exp\left(-\frac{1}{2}\left|\left|y-\mu_y\right|\right|^2_{\Sigma_y}\right)$$

this is exactly what we expected from a PDF of random variable that distribution normal, $y \sim N(\mu_y, \Sigma_y)$ ■