ДЗ 10

Биктимиров Данила, группа 204

1. Рассмотрим с.в. $W = X \cdot Y$ её ф.р. $FW(\alpha)$ равна нулю при $\alpha < 0$ и единице при $\alpha > 1$. При $\alpha \in [0;1]$ по методу монте-карло получим $F_W(\alpha) = \iint\limits_{[0;1]^2 \cap xy < \alpha} 1\,dx\,dy = \alpha + \int\limits_{\alpha}^{1} \frac{\alpha}{x}\,dx = \alpha - \alpha \cdot \ln \alpha$

   Тогда плотность этой с.в. равна $f_W(\alpha) = -\ln \alpha$. Дальше рассмотри с.в $S = WZ$, у неё так же с.в. $FS(\beta)$ равна нулю при $\beta < 0$ и единице при $\beta > 1$ и снова по методу монте-карло получаем, что при $\beta \in [0;1]$ $F_S(\beta) = \iint\limits_{[0;1]^2 \cap s^z < \beta} (-\ln s)\,ds\,dz$

   Если сделать замену $u = \ln s$,$v = z$, то $(s;z) \in [0;1]^2 \to (u;v) \in (-\infty; \ln \beta] \times [0;1]$ получим

$$F_S(\beta) = \iint\limits_{(-\infty;\ln\beta]\times[0;1] \cap uv < \ln\beta} (-u \cdot e^u)\,du\,dv = \int\limits_{-\infty}^{\ln\beta} (-u \cdot e^u)\,du \int\limits_{\frac{\ln\beta}{u}}^{1} 1\;dv = \ldots = \beta$$