ДЗ 3

Биктимиров Данила, группа 204

1. (a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(p^{\frac{1}{n}} - \frac{q^{\frac{1}{n}} + r^{\frac{1}{n}}}{2} \right)$$

$$p^{\frac{1}{n}} = e^{\frac{1}{n} \ln p} = 1 + \frac{\ln p}{n} + \overline{o} \left(\frac{1}{n^2} \right)$$

Тогда:

$$\left(p^{\frac{1}{n}} - \frac{q^{\frac{1}{n}} + r^{\frac{1}{n}}}{2}\right) = \left(1 + \frac{\ln p}{n} + \overline{\overline{o}}\left(\frac{1}{n^2}\right)\right) - \left(1 + \frac{\ln \sqrt{qr}}{n} + \overline{\overline{o}}\left(\frac{1}{n^2}\right)\right) = \frac{\ln \frac{p}{\sqrt{qr}}}{n} + \overline{\overline{o}}\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

И тогда, если $\ln \frac{p}{\sqrt{qr}} \neq 0$ то ряд расходится. Иначе $p = \sqrt{qr}$. Тогда:

$$-\frac{q^{\frac{1}{n}} - 2\sqrt{qr^{\frac{1}{n}}} + r^{\frac{1}{n}}}{2} = -\frac{\left(q^{\frac{1}{n}} - r^{\frac{1}{n}}\right)^2}{2}$$

И снова разложим:

$$-\frac{\left(\left(1+\frac{\ln q}{n}+\overline{\overline{o}}\left(\frac{1}{n^2}\right)\right)-\left(1+\frac{\ln r}{n}+\overline{\overline{o}}\left(\frac{1}{n^2}\right)\right)\right)^2}{2}=-\frac{\left(\ln q-\ln r\right)^2}{8n^2}$$

Hy а это очевидно сходится, как $\frac{1}{n^2}$.

(b)

2.

3.

4.