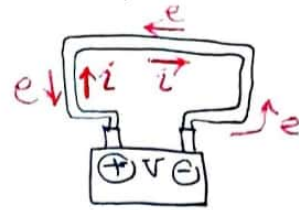


(B1A)

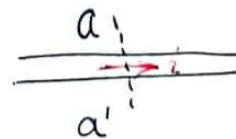
★ **جریان:** اگر دو سر باتری (با اختلاف

پتانسیل V) را به یک سیم رسانا وصل کنیم:



چون پتانسیل $+$ در تانسیل بالاتری است، الکترونها از پتانسیل منفی باتری دور و جذب پتانسیل مثبت می شوند. این الکترونها، حامل جریان الکتریکی هستند. طبق تعریف، جهت حرکت الکترونها، جهت جریان است. اگر فرض کنیم سطح مقطعی

از این سیم (aa') را در بازه زمانی dt در نظر بگیریم، انتظار داریم که به دلیل عبور الکترونها، به اندازه dq بار الکتریکی از aa' عبور کنند.



$$\frac{dq}{dt} = I = \text{جریان} = \text{آهنه زنی عبور بار (کثرتی)}$$

$$\rightarrow dq = I dt$$

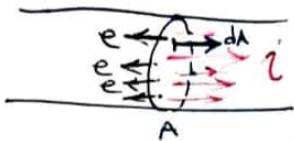
حالت جریان پایا را در نظر می گیریم و

$$\text{واحد جریان: } I = \frac{dq}{dt} \rightarrow \frac{C}{s} = \text{آمپر (A)}$$

دوباره به سیم برق برگردیم: انتظار داریم عبور

جریان (یا عبور الکترونها در جهت عکس) از سطح مقطع A

سیم برق باشد:



معلوم است که هرچه A بزرگتر باشد، جریان I هم بیشتر است. ← بجای جریان، گیتیایی جریان \vec{J} را تعریف می کنیم که جریان عبوری در واحد سطح سیم تعریف می شود:

برای الحاق سطحی dA ، جریان I عبور می کند

$$\text{و داریم: } \vec{J} = \frac{dI}{dA} \text{ گیتیایی جریان}$$

$$\rightarrow dI = \vec{J} \cdot dA$$

برای سیم به سطح مقطع A :

$$I = \int_A \vec{J} \cdot dA$$

اگر جریان در تمام سطح کنیواخت و موازی با dA

$$\text{باشد: } I = \vec{J} \int_A dA = \vec{J} \cdot A$$

$$\rightarrow \vec{J} = \frac{I}{A} \text{ واحد: } \frac{A}{m^2} \text{ مترمربع}$$

(A) (B)

مقاومت : در مثال اتصال دوسری باتری به سیم رسانا، اگر جنس سیم تغییر کند، با وجود اینکه همواره بین دو انتهای سیم پتانسیل V یکسان است، جریان های الکتریکی مختلف خواهد بود. **طبق قانون اهم:** جریانی که از یک رسانا عبور می کنند، با اختلاف پتانسیل V نسبت مستقیم دارد:

$$I \propto V \rightarrow V = RI$$

خطی

مقاومت

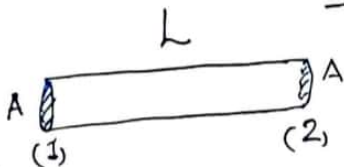
$$R = \frac{V}{I} = \frac{\text{ولت}}{\text{آمپر}} \text{ واحد } R = \frac{V}{I}$$

نظریه میکروسکوپی مقاومت :



درون رسانا هر آترونی دارای حرکت کاتوره ای طبق شکل بالاست و وقتی از حرکت آترونها و تولید جریان صحبت می کنیم، منظور این حرکت های متد زینترائی نیست. بلکه منظور این است که آترونها در شکل از (۱) به (۲) رفته است. سرعتی که آترونها از (۱) به (۲) می رود سرعت سوق (v_d) نام دارد و طبیعی است که رابطه ای باید بین v_d و I وجود داشته باشد.

(۲) سده است. \leftarrow اتصال رسانا به باتری یا وجود V در دوسری باتری یا وجود میدان E از سری \oplus به سری \ominus باتری. \leftarrow برای به دست آوردن رابطه بین v_d و I : سیمی با سطح مقطع A و طول L که جایی جریان I دارد را در نظر می گیریم:



اگر n جایی بار (تعداد حامل ها در واحد حجم) باشد، کل بار موجود در سیم بالا:

$$Q = (n \cdot A \cdot L) \cdot e$$

بار حاصل \uparrow \uparrow حجم سیم \uparrow جایی بارجمعی

این تعداد بار که از سطح (۱) تا سطح (۲) را باید طی کنند تا از آن خارج شوند، اگر t ثانیه طول بکشد:

$$v_d = \frac{L}{t} \rightarrow t = \frac{L}{v_d}$$

فیزیک عمومی (۱) - فصل ۲۴ - جریان و مقاومت - صفحه (۳)

(B | A)

از طرفی، الکترون‌ها که حالا در مسیر انحنای خف E با سرعت v_d حرکت می‌کنند و آن زمان بین دو برخورد τ باشد:

$$v_d = a\tau = \frac{eE}{m}\tau$$

الکترون‌ها پس از برخوردی متعده، مسیر درخلاف E را طی می‌کنند و پس از هر برخورد تازه، درجهت ریزائی دوباره شروع به حرکت می‌کنند. لذا در میانین زمانی τ بین برخوردها، یک الکترون به اندازه v_d تندی سویی لشک می‌کند.

$$v_d = \frac{eE}{m}\tau = \frac{j}{ne}$$

$$\Rightarrow E = \left(\frac{m}{ne^2\tau}\right) \cdot j$$

m ، n و e ثابت هستند. τ هم تقریباً ثابت می‌توان در نظر گرفت. توجه کنید که زمان بین برخوردها (τ) به دلیل سرعت های تصادفی بسیار بزرگ است و E هم که عامل v_d است. چون سرعت تصادفی بسیار بزرگتر از v_d است، پس E هم چندین درج اثر ندارد.

$$\rightarrow E = \frac{P}{j} \cdot \text{ضریب ثابت} \leftarrow \text{مقاومت وثره.}$$

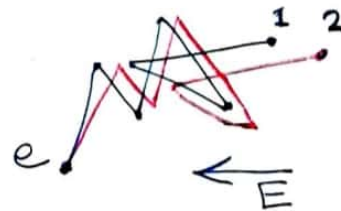
پس در این سیم در طی t ثانیه، بار q عبور کرد:

$$j = \frac{q}{A} \quad \text{و} \quad j = \frac{nALe}{\left(\frac{L}{v_d}\right)t} = \frac{q}{t}$$

$$\Rightarrow v_d = \frac{j}{ne}$$

حال که رابطه بین j و v_d را به دست آوردیم، مقاومت را از دید میکروسکوپی بررسی می‌کنیم:

الکترون‌ها حرکت های تصادفی (ریزائی) بسیار بزرگ (حدود $\frac{m}{3} \times 10^4$) دارند و چون با شبکه ای از اتم های رسانا مواجه می‌شوند، در اثر برخوردهای متعده، به اندازه کمی جابجایی شوند. متده آن میدان الکتریکی طبق شکل زیر اعمال شود:



با اعمال میدان E ، الکترون درخلاف جهت میدان جابجایی شود و از (۱) به (۲) می‌رود. نیروی که به الکترون‌ها در اثر میدان اعمال می‌شود.

$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{e \cdot E}{m}$$

فیزیک محرم (۲) - فصل ۲۴ - جریان و مقاومت - صفحه ۴

$$\rightarrow J = \frac{V \cdot A}{i \cdot L} = \left(\frac{V}{i}\right) \cdot \frac{A}{L} = R \cdot \frac{A}{L}$$

$$\Rightarrow R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$

برای سیم مستقیم به
طول L و سطح A :

توان: آهنگ تبدیل انرژی الکتریکی را توان

می نامیم:

$$P = \frac{dU}{dt} \quad \text{و} \quad dU = V \cdot dq$$

$$\rightarrow P = \frac{d}{dt} (V \cdot dq) = V \cdot \frac{dq}{dt} = V \cdot i$$

$$\rightarrow P = V \cdot i = V \cdot \left(\frac{V}{R}\right) = \frac{V^2}{R}$$

$$P = V \cdot i = (R \cdot i) \cdot i = R \cdot i^2$$

* نکته: عکس مقاومت ویژه: رسانندگی که نام

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad \text{و} \quad J = \frac{1}{\rho} E$$

$$\Rightarrow \vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$$

(B) (A)

$$V = R \cdot i \quad \text{طبق قانون اهم :}$$

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad \text{و حالادیدیم :}$$

در واقع فرمول $E = \rho J$ بیان میکروکلویک

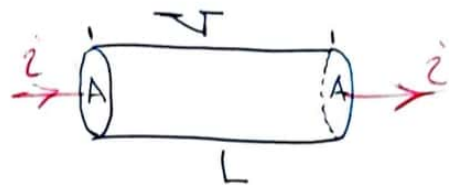
فرمول اهم $V = R \cdot i$ است و ρ معادل

میکروکلویک R است. به همین

دلیل اسم آن، مقاومت ویژه است.

برای پیدا کردن رابطه ای بین R و ρ :

برای یک سیم به طول L و سطح A که اختلاف پتانسیل V بین دو سر آن اعمال شده است:



در اثر اختلاف پتانسیل V ، جریان i

در سیم ایجاد می شود و:

$$i = J \cdot A \rightarrow J = \frac{i}{A}$$

رابطه بین اختلاف پتانسیل V و میدان E :

$$V = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} \rightarrow V = E \cdot L$$

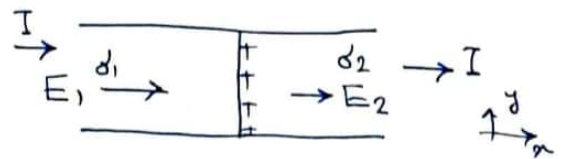
$$\rightarrow E = \frac{V}{L}$$

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{V/L}{i/A}$$

(B A)

* مثال: دو قطعه سیم از دو ماده متفاوت

با رسانندگی های σ_1 و σ_2 ($\sigma_2 > \sigma_1$) طبق شکل به هم وصل شده اند. اگر از پیوندگاه این دو سیم، جریان I عبور کند، بار الکتریکی کل را در پیوندگاه به دست آورید.



حل: چون جریان با یکدیگر برابر می باشد، در سمت راست وجه پیوندگاه، \vec{J} باید یکسان باشد.

$$\vec{J} = \sigma \cdot E \rightarrow$$

$$\vec{J}_1 = \vec{J}_2 \rightarrow \sigma_1 E_1 = \sigma_2 E_2$$

$$\rightarrow E_2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} E_1$$

اگر در سطح مقطع A پیوندگاه طبق قانون گوس مجموعیم مقدار بار درون سطح بسته دایره ای را به دست آوریم،

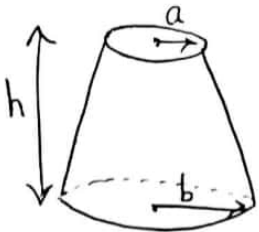
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \rightarrow (E_2 - E_1) \cdot A = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

در محل پیوندگاه، E_2 خارج و E_1 وارد می شود. لذا \vec{E} خالص $= \hat{i}(E_2 - E_1)$ است.

$$\rightarrow q_{in} = \epsilon_0 A \sigma_1 E_1 \left(\frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\sigma_1} \right)$$

$$\vec{J} = \vec{E} \cdot A = \sigma_1 E_1 \cdot A \Rightarrow q_{in} = \epsilon_0 \cdot I \left(\frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\sigma_1} \right)$$

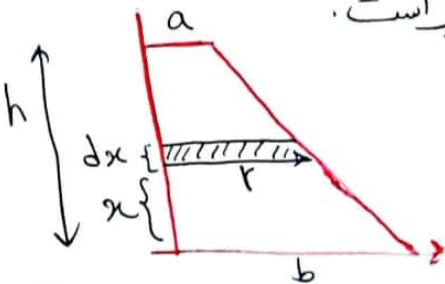
* مثال: مخروط ناقصی طبق شکل از مقاومت ویژه ρ به ارتفاع h و شعاع بی قاعده a و ساخته شده است. اگر جریان I توزیع شده باشد، مقاومت بین دو انتهای مخروط را به دست آورید.



حل: برای یک سیم استوانه ای به شعاع r و طول L

$$\text{مقاومت برابر با } R = \frac{\rho \cdot L}{A} = \frac{\rho \cdot L}{\pi r^2}$$

آید. الان شعاع سطح مقطع در طول h تغییر می کند. لذا مساحت متغیر است.



اگر شعاع r بین a و b را که به فاصله x از قاعده پایینی است را در نظر بگیریم، بین r و x طبق رابطه تناسب بندی در ریاضیات داریم:

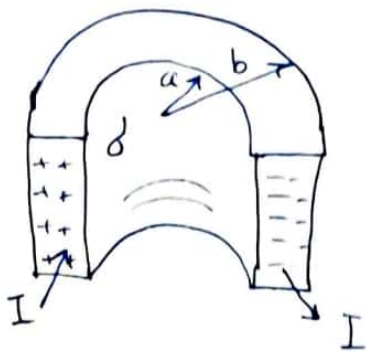
$$\frac{b-r}{x} = \frac{b-a}{h} \rightarrow r = (a-b) \frac{x}{h} + b$$

حالا برای همان طول dx و شعاع r :

$$dR = \frac{\rho \cdot dx}{\pi r^2} \rightarrow R = \int \frac{\rho \cdot dx}{\pi r^2}$$

$$= \int_0^h \frac{\rho \cdot dx}{\pi [b + (a-b)x/h]^2} = \frac{\rho h}{\pi ab}$$

$$\text{فرمول اشتغال: } \int \frac{du}{(\alpha u + \beta)^2} = \frac{1}{\alpha(\alpha u + \beta)}$$

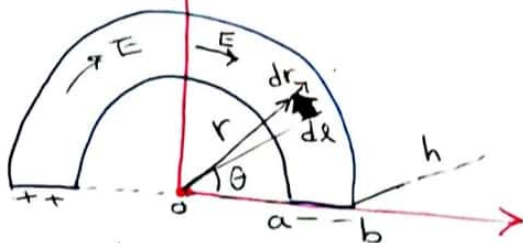


$$R = \frac{V}{I}$$

حل: با توجه رابطه:

$$V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{l} \text{ و } \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \vec{J} \text{ و } I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

اگر سطح مقطع را a را از بالا نگاه کنیم:



$$\vec{E} = E(-\hat{a}_r) \text{ و } \hat{a}_r \text{ در جهت بردار رادیوسه}$$

در جهت کم شدن θ است:

$$d\vec{l} = r d\theta (+\hat{a}_\theta) \text{ : در جهت } \theta$$

$$V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} E(-\hat{a}_r) r d\theta (+\hat{a}_\theta)$$

$$= \int_0^\pi E \cdot r d\theta = E r \cdot \theta \Big|_0^\pi = E r \pi$$

$$\Rightarrow E = \frac{V}{r \cdot \pi} \quad (a < r < b)$$

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} = \sigma \int E dA = \sigma \int E \cdot h \cdot dr$$

$$= \sigma h \cdot \int \frac{V dr}{\pi r} = \frac{\sigma h V}{\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{\pi}{\sigma h \ln b/a}$$

مسئله: آب دریا با مقاومت ویژه $25 \Omega \cdot m$

دارای حامل‌های بار Na^+ و Cl^- با فراوانی تقریباً یکسان $3 \times 10^{20} / cm^3$ است. اگر لوله‌ای به طول $2m$ از آب دریا را بکنیم و دو الکترود در انتهایش قرار دهیم که به باتری 12 ولتی وصل باشد، میانگین سرعت سوزن یون‌ها چقدر است؟
($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

حل: $V = RI$ و $R = \frac{\rho L}{A}$

$$I = enA \cdot v_d \Rightarrow$$

$$v_d = \frac{V}{ne\rho L}$$

$$= \frac{12 V}{(6 \times 10^{20} \cdot cm^{-3})(1.6 \times 10^{-19} C)(25 \Omega \cdot m)(2m)}$$

$$= 2.5 \times 10^{-5} cm/s$$

$$\frac{v}{\frac{V}{\rho \cdot C}} = \left(\frac{V}{\rho}\right) \frac{1}{C} = \frac{A}{C} = \frac{1}{s}$$

در تبدیلی واحد داریم:

مسئله: نیم استوانه‌ای به شعاع داخلی a ، شعاع خارجی b و طول h داریم که طبق شکل جریان I به صورت ساعتگرد از یک سطح مقطع عبور می‌کند و از سطح دیگر برمی‌گردد. اگر رسانندگی این قطعه σ باشد، مقاومت الکتریکی آن را به دست آورید؟