Índice general

xelatex xelatex

xelatex

Práctica 1

Introducción a Geogebra

1 Introducción

La gran potencia de cálculo alcanzada por los ordenadores en las últimas décadas, ha convertido a los mismos en poderosas herramientas al servicio de todas aquellas disciplinas que, como las matemáticas, requieren cálculos largos y complejos.

Geogebra * es uno de los programas de cálculo numérico y simbólico más utilizados. Aparte de sus capacidades el cálculo numérico, vectorial y matricial, también permite realizar representaciones gráficas, lo cual permite resolver multitud de problemas de álgebra, análisis, cálculo, geometría e incluso estadística. La ventaja de Derive frente a otros programas habituales de cálculo como Mathematica, Mapple o MATLAB, radica en su sencillez y simplicidad de uso, lo cual lo hace idóneo para la enseñanza de las matemáticas.

* Esta practica está basada en la versión 6.1 de Geogebra

Práctica 2

Funciones Elementales

1 Ejercicios resueltos

1. Se considera la función

$$f(t) = \frac{t^4 + 19 \cdot t^2 - 5}{t^4 + 9 \cdot t^2 - 10}.$$

Representarla gráficamente y determinar a partir de dicha representación:

(a) Dominio.

> i. Para representarla gráficamente, introducir la función en la barra de Entrada de la Vista Algebraica y activar la Vista Gráfica.
> ii. Para determinar el dominio tan sólo hay que determinar los valores de x en los que existe la función.
> iii. Recordar que, tanto para éste como para el resto de los apartados del ejercicio, pretendemos llegar a conclusiones aproximadas que tan sólo sacamos del análisis de la gráfica.

(b) Imagen.

> Fijarse en los valores de la variable y hasta los que llega la función.

(c) Asíntotas.

> Son las líneas rectas, ya sea horizontales, verticales u oblicuas, hacia las que tiende la función.

(d) Raíces.

> Son los valores de la variable x, si los hay, en los que la función vale 0.

(e) Signo.

> Hay que determinar, aproximadamente, por un lado los intervalos de variable x en los que la función es positiva, y por el otro aquellos en los que es negativa.

(f) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

> De nuevo, por un lado hay que determinar los intervalos de variable x en los que a medida que crece x también lo hace y, que serían los intervalos de crecimiento, y también aquellos otros en los que a medida que crece x decrece y, que serían los intervalos de decremimiento.

(g) Intervalos de concavidad y convexidad.

> Para los intervalos de concavidad y convexidad, nos fijamos en el segmento de línea recta que une dos puntos cualquiera del intervalo. Si dicho segmento queda por encima de la gráfica, entonces la función es cóncava en el intervalo, mientras que si queda por debajo, entonces es convexa en el mismo.

(h) Extremos relativos.

> Determinamos, aproximadamente, los puntos en los que se encuentran los máximos y mínimos relativos de la función.

(i) Puntos de inflexión.

> Determinamos, aproximadamente, los puntos en los que la función cambia de curvatura, de cóncava a convexa o a la inversa.

2. Representar en una misma gráfica las funciones $2^x, e^x, 0.7^x, 0.5^x$. A la vista de las gráficas obtenidas, indicar cuáles de las funciones anteriores son crecientes y cuáles son decrecientes.

> Introducir cada función en la barra de Entrada de la Vista Algebraica.

¿En general, para qué valores de a será la función creciente? ¿Y para qué valores de a será decreciente? Probar con distintos valores de a representando gráficamente nuevas funciones si fuera necesario.

3. Representar en una misma gráfica las funciones siguientes, indicando su período y amplitud.

(a) $\operatorname{sen} x$, $\operatorname{sen} x + 2$, $\operatorname{sen}(x+2)$.

(b) $\operatorname{sen} 2x$, $2 \operatorname{sen} x$, $\operatorname{sen} \frac{x}{2}$.

> Introducir cada función en la barra de Entrada de la Vista Algebraica.

4. Representar en una gráfica la función

$$f(x) = \begin{cases} -2x & \text{si } x \leq 0; \\ x^2 & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

> Para representar funciones a trozos, Geogebra utiliza el comando
>
> `Si(<Condición>, <Entonces>, <Si no)`

y se pueden anidar varios comandos unos dentro de otros. Utilizando este comando para representar la función anterior, habría que introducir la expresión

Si[x<=0, -2x, x2]

2 Ejercicios propuestos

1. Hallar el dominio de las siguientes funciones a partir de sus representaciones gráficas:
   (a) $f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{x^3-x}$
   (b) $g(x) = \sqrt[2]{x^4-1}$.
   (c) $h(x) = \cos\dfrac{x+3}{x^2+1}$.
   (d) $l(x) = \operatorname{arcsen}\dfrac{x}{1+x}$.
2. Se considera la función
$$f(x) = \frac{x^3+x+2}{5x^3-9x^2-4x+4}.$$
   Representarla gráficamente y determinar a partir de dicha representación:
   (a) Dominio.
   (b) Imagen.
   (c) Asíntotas.
   (d) Raíces.
   (e) Signo.
   (f) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
   (g) Intervalos de concavidad y convexidad.
   (h) Extremos relativos.
   (i) Puntos de inflexión.
3. Representar en una misma gráfica las funciones $\log_{10} x$, $\log_2 x$, $\log x$, $\log_{0.5} x$.
   (a) A la vista de las gráficas obtenidas, indicar cuáles de las funciones anteriores son crecientes y cuáles son decrecientes.
   (b) Determinar, a partir de los resultados obtenidos, o representando nuevas funciones si fuera necesario, para qué valores de a será creciente la función $\log_a x$.
   (c) Determinar, a partir de los resultados obtenidos, o representando nuevas funciones si fuera necesario, para qué valores de a será decreciente la función $\log_a x$.
4. Completar las siguientes frases con la palabra igual, o el número de veces que sea mayor o menor en cada caso:
   (a) La función $\cos 2x$ tiene un período........... que la función $\cos x$.

(b) La función $\cos 2x$ tiene una amplitud............ que la función $\cos x$.

(c) La función $\cos \frac{x}{2}$ tiene un período............ que la función $\cos 3x$.

(d) La función $\cos \frac{x}{2}$ tiene una amplitud............ que la función $\cos 3x$.

(e) La función $3\cos 2x$ tiene un período............ que la función $\cos \frac{x}{2}$.

(f) La función $3\cos 2x$ tiene una amplitud............ que la función $\cos \frac{x}{2}$.

5. Hallar a partir de la representación gráfica, las soluciones de $e^{-1/x} = \frac{1}{x}$.

6. Representar en una gráfica la función

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x < 0 \\ e^x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$