

Ejercicios de Cálculo

Temas: Derivadas de trayectorias
Titulaciones: Todas

Alfredo Sánchez Alberca (asalber@ceu.es)



CEU

*Universidad
San Pablo*



Dada la trayectoria $\left(t \cos t, \frac{-\sin t}{2}, \sqrt{e^t}\right)$ y el punto $P = (0, 0, 1)$, se pide:

1. Calcular la ecuación de la recta tangente a la trayectoria en P .
2. Calcular la ecuación del plano normal a la trayectoria en P .

1. Calcular la ecuación de la recta tangente a la trayectoria en P .

$$(t \cos t, -\frac{\sin t}{2}, \sqrt{e^t}) = (0, 0, 1)$$

$$t \cos t = 0$$

$$-\frac{\sin t}{2} = 0 \Rightarrow \underline{t=0}$$

$$\sqrt{e^t} = 0$$

$$Tg: P + f'(0)t = (0, 0, 1) + (1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})t = \underline{(t, -\frac{t}{2}, 1+\frac{t}{2})}$$

$$f'(t) = (\cos t + t(-\sin t), -\frac{\cos t}{2}, e^{t/2} \cdot \frac{1}{2})$$

$$f'(0) = (\cos 0 + 0 \cdot \cancel{\sin 0}, -\frac{\cos 0}{2}, e^{0/2} \cdot \frac{1}{2}) = (1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

Datos

Trayectoria

$$f(t) = \left(t \cos t, \frac{-\sin t}{2}, \sqrt{e^t} \right)$$

Punto $P = (0, 0, 1)$

$e^{t/2}$

- 2 Calcular la ecuación del plano normal a la trayectoria en P .

$$Q = (x, y, z)$$

$$\vec{PQ} = (x-0, y-0, z-1) = (x, y, z-1)$$

$$(x, y, z-1) \cdot \left(1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\underline{x - \frac{y}{2} + \frac{z}{2} - \frac{1}{2} = 0}$$

Datos

Trayectoria

$$f(t) = \left(t \cos t, \frac{-\sin t}{2}, \sqrt{e^t}\right)$$

Punto $P = (0, 0, 1)$

$$\text{Velocidad } f'(1) = \left(1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$