

Ejercicios de Cálculo

Temas: Derivadas implícitas y polinomios de Taylor
Titulaciones: Todas

Alfredo Sánchez Alberca (asalber@ceu.es)



CEU

*Universidad
San Pablo*



Tres variables se hallan relacionadas mediante la expresión $e^{x^2y-z} + 2xyz = 3$.
Suponiendo esta relación define a z como función de x e y ($z = f(x, y)$) en el entorno del punto $(1, 1, 1)$. Se pide:

1. ¿En qué dirección se produce la máxima variación de z a partir del punto $(1, 1)$?
2. ¿Cómo varía z en el punto $(1, 1)$ si x tiene a variar el doble que y ?
3. Calcular el polinomio de Taylor de segundo grado de la función $F(x, y, z) = e^{x^2y-z} + 2xyz$ en el punto $(1, 1, 1)$.

1. ¿En qué dirección se produce la máxima variación de z a partir del punto $(1, 1)$?

Datos

$$e^{x^2y-z} + 2xyz = 3$$

$$z = f(x, y)$$

2 ¿Cómo varía z en el punto $(1,1)$ si x tiene a variar el doble que y ?

Datos

$$e^{x^2y-z} + 2xyz = 3$$

$$z = f(x, y)$$

$$\nabla z(1,1) = (-4, -3)$$

- 3 Calcular el polinomio de Taylor de segundo grado de la función F en el punto $(1,1,1)$.

Datos

$$F(x,y,z) = e^{x^2y-z} + 2xyz$$

$$\text{Punto } (1,1,1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = e^{x^2y-z}2xy + 2yz$$

$$\frac{\partial F}{\partial x}(1,1,1) = 4$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = e^{x^2y-z}x^2 + 2xz$$

$$\frac{\partial F}{\partial y}(1,1,1) = 3$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = -e^{x^2y-z} + 2xy$$

$$\frac{\partial F}{\partial z}(1,1,1) = 1$$

- 3 Calcular el polinomio de Taylor de segundo grado de la función F en el punto $(1, 1, 1)$.

$$P(x, y, z) = F(1, 1, 1) + \nabla F(1, 1, 1)(x - 1, y - 1, z - 1) + \frac{1}{2}((x - 1, y - 1, z - 1)\nabla^2 F(1, 1, 1)(x - 1, y - 1, z - 1))$$

Datos

$$F(x, y, z) = e^{x^2 y - z} + 2xyz$$

Punto $(1, 1, 1)$

$$F(1, 1, 1) = 3$$

$$\nabla F(1, 1, 1) = (4, 3, 1)$$

$$\nabla^2 F(1, 1, 1) =$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 6 & 0 \\ 6 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$