

Ejercicios de Cálculo

Temas: Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden
Titulaciones: Química, Biotecnología

Alfredo Sánchez Alberca (asalber@ceu.es)



CEU

*Universidad
San Pablo*



1. En una reacción química, una sustancia A se transforma en otra B con una velocidad del doble de la cantidad de sustancia A . Si en el instante inicial la cantidad de A es de 5 gr/dl, ¿qué cantidad de sustancia A habrá a los 2 segundos?
2. Si en esa misma reacción, la sustancia B , a su vez, se transforma en otra C a una velocidad del triple de la cantidad de B , sabiendo que al comienzo de la reacción la cantidad de sustancia B era nula, ¿qué cantidad de B habrá a los 2 segundos?

1. En una reacción química, una sustancia A se transforma en otra B con una velocidad del doble de la cantidad de sustancia A . Si en el instante inicial la cantidad de A es de 5 gr/dl, ¿qué cantidad de sustancia A habrá a los 2 segundos?

Datos

$A(t)$ = Cantidad de sustancia

A en el instante t

$A(0) = 5$ gr/dl

$$A' = \frac{dA}{dt} = -2A \Rightarrow \int \frac{dA}{A} = \int -2 dt \Rightarrow \log|A| = -2t + C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{\log|A|} = e^{-2t+C} \Rightarrow A = e^{-2t} \cdot e^C \Rightarrow \underline{A(t) = Ce^{-2t}}$$

$$A(0) = C e^{-2 \cdot 0} = C = 5 \Rightarrow \underline{A(t) = 5 \cdot e^{-2t}}$$

$$A(2) = 5 \cdot e^{-2 \cdot 2} = 5 e^{-4} = \frac{5}{e^4} = \underline{0.0916 \text{ gr/dl}}$$

2. Si en esa misma reacción, la sustancia B , a su vez, se transforma en otra C a una velocidad del triple de la cantidad de B , sabiendo que al comienzo de la reacción la cantidad de sustancia B era nula, ¿qué cantidad de B habrá a los 2 segundos?

Datos

$A(t) =$ Cantidad de sustancia A en el instante t

$$A(t) = 5e^{-2t}$$

$B(t) =$ Cantidad de sustancia B en el instante t

$$B(0) = 0 \text{ gr/dl}$$

$$B' = \frac{dB}{dt} = 2A - 3B = 2 \cdot 5e^{-2t} - 3B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B' = 10e^{-2t} - 3B \Rightarrow B' + 3B = 10e^{-2t} \quad B = e^{-\int 3 dt} \left(\int 10e^{-2t} e^{\int 3 dt} dt + C \right)$$

$$B = e^{-\int 3 dt} \left(\int 10e^{-2t} e^{\int 3 dt} dt + C \right) = e^{-3t} \left(\int 10e^{-2t} e^{3t} dt + C \right) = e^{-3t} \left(\int 10e^t dt + C \right) = e^{-3t} (10e^t + C) \Rightarrow B(t) = 10e^{-2t} + Ce^{-3t}$$

$$B(0) = 10e^{-2 \cdot 0} + Ce^{-3 \cdot 0} = 10 + C = 0 \Rightarrow C = -10 \Rightarrow B(t) = 10e^{-2t} - 10e^{-3t}$$

$$B(2) = 10 \cdot e^{-2 \cdot 2} - 10e^{-3 \cdot 2} = 10e^{-4} - 10e^{-6} = \frac{10}{e^4} - \frac{10}{e^6} = 0.1584 \text{ gr/dl}$$