

# Ejercicios de Estadística

Temas: Regresión no lineal

Titulaciones: Química, Biotecnología

Alfredo Sánchez Alberca (asalber@ceu.es)



CEU

*Universidad  
San Pablo*

© Copyleft

Se sometió a una persona a unas sesiones de entrenamiento para el manejo de una máquina de análisis químicos y se valoró la destreza en el manejo en diversas ocasiones, valorandola en una escala de 0 a 100. Los resultados obtenidos aparecen en la siguiente tabla

Sesiones	2	5	7	10	12	16
Destreza	15	40	62	86	92	95

Se pide:

1. Calcular la destreza alcanzada al cabo de 8 sesiones empleando el modelo logarítmico.
2. Calcular el número de sesiones necesarias para alcanzar una destreza de 80 empleando el modelo exponencial.
3. Justificar razonadamente cuál de las predicciones anteriores es más fiable.

1. Calcular la destreza alcanzada al cabo de 8 sesiones empleando el modelo logarítmico.

Datos

X=Sesiones de entrenamiento

Y=Destreza alcanzada

$z = \log x$	0'69	1'61	1'95	2'3	2'48	2'77
<u>Sesiones</u>	2	5	7	10	12	16
<u>Destreza</u>	15	40	62	86	92	95

Modelo logarítmico de Y sobre X

$$Y = a + b \log x = a + bz$$

Recta de regresión de Y sobre Z

$$y(8) = -18'45832 + 42'3954 \log 8 = \underline{69'7205 \text{ puntos}}$$

$$Y = \bar{y} + \frac{S_{yz}}{S_z^2} (z - \bar{z}) = 65 + \frac{19'6489}{0'4635} (z - 1'9681) = -18'4382 + 42'3954 \cdot z = \underline{-18'4382 + 42'3954 \cdot \log x}$$

$$\bar{z} = \frac{\sum z_i}{n} = \frac{0'69 + 0'61 + 1'95 + 2'3 + 2'48 + 2'77}{6} = \frac{11'8086}{6} = 1'9681 \text{ log (sesiones)}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{15 + 40 + 62 + 86 + 92 + 95}{6} = \frac{390}{6} = 65 \text{ puntos}$$

$$S_z^2 = \frac{\sum z_i^2}{n} - \bar{z}^2 = \frac{0'69^2 + 1'61^2 + 1'95^2 + 2'3^2 + 2'48^2 + 2'77^2}{6} - 1'9681^2 = \frac{26'0212}{6} - 1'9681^2 = 0'4635$$

$$S_{yz} = \frac{\sum z_i y_i}{n} - \bar{z} \cdot \bar{y} = \frac{0'69 \cdot 15 + 1'61 \cdot 40 + 1'95 \cdot 62 + 2'3 \cdot 86 + 2'48 \cdot 92 + 2'77 \cdot 95}{6} - 1'9681 \cdot 65 = \frac{885'4508}{6} - 1'9681 \cdot 65 = 19'6489 \text{ log (sesiones) \cdot puntos}$$

2. Calcular el número de sesiones necesarias para alcanzar una destreza de 80 empleando el modelo exponencial.

### Datos

X=Sesiones de entrenamiento

Y=Destreza alcanzada

$$Z = \log(X)$$

Sesiones	2	5	7	10	12	16
Destreza	15	40	62	86	92	95

$$\bar{z} = 1,9681 \log(\text{sesiones})$$

$$s_z^2 = 0,4635 \log^2(\text{sesiones})$$

$$\bar{y} = 65 \text{ puntos}$$

$$s_{zy} = 19,6489 \log(\text{sesiones}) \cdot \text{puntos}$$

Modelo exponencial de X sobre Y

$$X = e^{atby}$$

$$\log X = \log e^{atby} = atby$$

Recta de regresión de Z sobre Y

$$z = \bar{z} + \frac{s_{zy}}{s_y^2} (y - \bar{y}) = 1,9681 + \frac{19,6489}{867,3333} (y - 65) = 0,4956 + 0,0227y$$

$$s_y^2 = \frac{\sum y_i^2}{n} - \bar{y}^2 = \frac{15^2 + 40^2 + 62^2 + 86^2 + 92^2 + 95^2}{6} - 65^2 = \frac{30554}{6} - 65^2 = 867,3333 \text{ puntos}^2$$

$$z = \log X = 0,4956 + 0,0227y \Rightarrow X = e^{0,4956 + 0,0227 \cdot 80}$$

$$X(80) = e^{0,4956 + 0,0227 \cdot 80} = 10,0534 \text{ sesiones}$$

3. Justificar razonadamente cuál de las predicciones anteriores es más fiable.

$$R^2 = \frac{s_{zy}^2}{s_z^2 s_y^2} = \frac{19'6489^2}{0'4635 \cdot 867'3333} =$$

$$= 0'9604$$

Las dos predicciones son igual de fiables.

### Datos

X= Sesiones de entrenamiento

Y= Destreza alcanzada

Z = log(X)

Sesiones	2	5	7	10	12	16
Destreza	15	40	62	86	92	95

$$s_z^2 = 0,4635 \log^2(\text{sesiones})$$

$$s_y^2 = 867,3333 \text{ puntos}^2$$

$$s_{zy} = 19,6489 \log(\text{sesiones}) \cdot \text{puntos}$$