

# Ejercicios de Estadística

Temas: Estadística descriptiva  
Titulaciones: Ciencias de la Salud

Alfredo Sánchez Alberca (asa1ber@ceu.es)



CEU

*Universidad  
San Pablo*

© Copyleft

En un grupo de personas sometidas a una anestesia general se ha medido la dosis de sustancia anestésica recibida ( $X$ ) en mg y el tiempo que estuvieron dormidas ( $Y$ ) en horas. Las frecuencias observadas aparecen en la siguiente tabla:

$X \backslash Y$	$[1, 2)$	$[2, 3)$	$[3, 4)$	$n_x$
$(20, 30]$	14	10	0	24
$(30, 40]$	12	26	7	45
$(40, 50]$	2	12	17	31
$n_y$	28	48	24	100

Se pide:

1. ¿En qué variable es más representativa la media? Justificar la respuesta.
2. ¿Por encima de cuánto tiempo estarán dormidas el 10 % de las personas que reciben una dosis entre 30 y 40 mg?
3. ¿En qué variable hay más asimetría? Justificar la respuesta.
4. Según el modelo de regresión lineal, ¿cuánta sustancia anestésica será necesaria para dormir a alguien durante al menos dos horas? ¿Es fiable la predicción? Justificar la respuesta.

1. ¿En qué variable es más representativa la media? Justificar la respuesta

Datos

X=Dosis de anestesia en mg

Y=Tiempo dormidas en horas

	1'5	2'5	3'5	
X\Y	[1,2)	[2,3)	[3,4)	$n_x$
(20,30]	14	10	0	24
(30,40]	12	26	7	45
(40,50]	2	12	17	31
$n_y$	28	48	24	100

$$CV_x = \frac{s}{\bar{x}}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{n} = \frac{25 \cdot 24 + 35 \cdot 45 + 45 \cdot 31}{100} = \frac{3570}{100} = 35'70 \text{ mg}$$

$$s_x^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{n} - \bar{x}^2 = \frac{25^2 \cdot 24 + 35^2 \cdot 45 + 45^2 \cdot 31}{100} - 35'70^2 = \frac{132900}{100} - 35'70^2 = 54'51 \text{ mg}^2$$

$$s_x = \sqrt{54'51} = 7'3831$$

$$CV_x = \frac{7'3831}{35'70} = 0'2068 \quad \bar{x} \text{ es más representativa}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_j \cdot n_j}{n} = \frac{1'5 \cdot 28 + 2'5 \cdot 48 + 3'5 \cdot 24}{100} = \frac{246}{100} = 2'46 \text{ horas}$$

$$s_y^2 = \frac{\sum y_j^2 \cdot n_j}{n} - \bar{y}^2 = \frac{1'5^2 \cdot 28 + 2'5^2 \cdot 48 + 3'5^2 \cdot 24}{100} - 2'46^2 = \frac{657}{100} - 2'46^2 = 0'5184 \text{ horas}^2$$

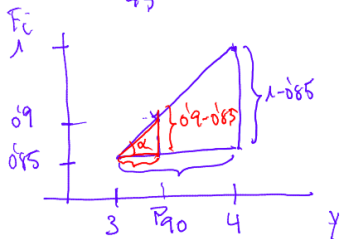
$$s_y = \sqrt{0'5184} = 0'72$$

$$CV_y = \frac{0'72}{2'46} = 0'2927$$

2. ¿Por encima de cuánto tiempo estarán dormidas el 10 % de las personas que reciben una dosis entre 30 y 40 mg?

Y	$n_i$	$f_i$	$F_i$
[1,2)	12	0'27	0'27
[2,3)	26	0'58	0'85
→ [3,4]	7	0'15	1
	45		

$$F_{P_{90}} = 0'9$$



### Datos

X=Dosis de anestesia en mg

Y=Tiempo dormidas en horas

X\Y	[1,2)	[2,3)	[3,4)	$n_x$
(20,30]	14	10	0	24
(30,40]	12	26	7	45
(40,50]	2	12	17	31
$n_y$	28	48	24	100

$$\left. \begin{aligned} \text{tg } \alpha &= \frac{1 - 0'85}{4 - 3} = \frac{0'15}{1} = 0'15 \\ \text{tg } \alpha &= \frac{0'9 - 0'85}{P_{90} - 3} = \frac{0'05}{P_{90} - 3} \end{aligned} \right\} \frac{0'05}{P_{90} - 3} = 0'15$$

$$P_{90} = 3 + \frac{0'05}{0'15} = \underline{3'33 \text{ horas}}$$

3. ¿En qué variable hay más asimetría?  
Justificar la respuesta.

### Datos

X=Dosis de anestesia en mg

Y=Tiempo dormidas en horas

	15	25	35	
X\Y	[1,2)	[2,3)	[3,4)	$n_x$
(20,30]	14	10	0	24
(30,40]	12	26	7	45
(40,50]	2	12	17	31
$n_y$	28	48	24	100

$$\bar{x} = 35,7 \text{ mg}, s_x = 7,3831 \text{ mg}$$

$$\bar{y} = 2,46 \text{ horas}, s_y = 0,72 \text{ horas}$$

$$g_{1x} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 n_i / n}{s^3} =$$

$$= \frac{(25-35,7)^3 24 + (35-35,7)^3 45 + (45-35,7)^3 31}{100 \cdot 7,3831^3} =$$

$$= \frac{-4481,4}{100 \cdot 7,3831^3} = -0,1097$$

x es más asimétrica

$$g_{1y} = \frac{\sum (y_j - \bar{y})^3 n_j / n}{s_y^3} =$$

$$= \frac{(1,5-2,46)^3 28 + (2,5-2,46)^3 48 + (3,5-2,46)^3 24}{100 \cdot 0,72^3} = \frac{2,272}{100 \cdot 0,72^3} = 0,0588$$

4. Según el modelo de regresión lineal, ¿cuánta sustancia anestésica será necesaria para dormir a alguien durante al menos dos horas? ¿Es fiable la predicción? Justificar la respuesta.

Recta de regresión de  $x$  sobre  $y$

$$x = \bar{x} + \frac{s_{xy}}{s_y^2} (y - \bar{y})$$

$$s_{xy} = \frac{\sum x_i y_i n_{ij}}{n} - \bar{x} \bar{y}$$

$$= \frac{28 \cdot 15 \cdot 14 + 25 \cdot 25 \cdot 10 + 25 \cdot 35 \cdot 0 + 35 \cdot 15 \cdot 12 + 35 \cdot 25 \cdot 26 + 35 \cdot 35 \cdot 7 + 45 \cdot 15 \cdot 2 + 45 \cdot 25 \cdot 12 + 45 \cdot 35 \cdot 7}{100} - 35,7 \cdot 2,46 = \frac{9075}{100} - 35,7 \cdot 2,46 = 2,928 \text{ mg} \cdot \text{horas}$$

$$x = 35,7 + \frac{2,928}{0,5184} (y - 2,46) = 5,64817 + 21,8056 \quad x(2) = 5,6481 + 21,8056 = 33,1016 \text{ mg}$$

$$r^2 = \frac{s_{xy}^2}{s_x^2 s_y^2} = \frac{2,928^2}{54,51 \cdot 0,5184} = 0,3033 \quad \text{Predicciones poco fiables}$$

## Datos

$X$  = Dosis de anestesia en mg

$Y$  = Tiempo dormidas en horas

	15	25	35	
$X \backslash Y$	[1, 2)	[2, 3)	[3, 4)	$n_x$
(20, 30]	14	10	0	24
(30, 40]	12	26	7	45
(40, 50]	2	12	17	31
$n_y$	28	48	24	100

$$\bar{x} = 35,7 \text{ mg}, s_x^2 = 54,51 \text{ mg}^2$$

$$\bar{y} = 2,46 \text{ horas}, s_y^2 = 0,5184 \text{ horas}^2$$