Ejercicios de Estadística

Temas: Variables Aleatorias Continuas
Titulaciones: Todas

Alfredo Sánchez Alberca (asalber@ceu.es)

CEU Universidad San Pablo

En una población se sabe que las estaturas de los hombres y de las mujeres siguen una distribución normal con la misma desviación típica y que la media de los hombres es 5 cm mayor que la de las mujeres. También se sabe que el 75 % de los hombres miden menos de 178 cm y que el 10 % de las mujeres miden más de 176,8 cm. Se pide:

1. Calcular las medias y las desviaciones típicas de las distribuciones de estaturas de los hombres y de las mujeres.
2. Calcular la probabilidad de que un hombre mida entre 170 y 180 cm.
3. Calcular el percentil 90 de la estatura de los hombres.

1. Calcular las medias y las desviaciones típicas de las distribuciones de estaturas de los hombres y de las mujeres.

$$P(H<178) = P\left(\frac{H-\mu_h}{\sigma_h} < \frac{178-\mu_h}{\sigma_h}\right) =$$

$$= P\left(Z < \frac{178-\mu_h}{\sigma_h}\right) = F\left(\frac{178-\mu_h}{\sigma_h}\right) = 0'75$$

$$\frac{178-\mu_h}{\sigma_h} = 0'67 \Rightarrow \frac{178-(\mu_m+5)}{\sigma_m} = \frac{173-\mu_m}{\sigma_m} = 0'67$$

$$P(M>176'8) = P\left(\frac{M-\mu_m}{\sigma_m} > \frac{176'8-\mu_m}{\sigma_m}\right) =$$

$$= P\left(Z > \frac{176'8-\mu_m}{\sigma_m}\right) = 1 - P\left(Z \le \frac{176'8-\mu_m}{\sigma_m}\right) =$$

$$= 1 - F\left(\frac{176'8-\mu_m}{\sigma_m}\right) = 0'1 \Rightarrow F\left(\frac{176'8-\mu_m}{\sigma_m}\right) = 0'9$$

$$\frac{176'8-\mu_m}{\sigma_m} = 1'28 \Rightarrow 176'8-\mu_m = 1'28\cdot\sigma_m$$

$$\left.\begin{array}{l} 173-\mu_m = 0'67\sigma_m \\ 176-\mu_m = 1'28\sigma_m \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \mu_m = 168'83 \text{ cm} \\ \sigma_m = 6'23 \text{ cm} \end{array} \quad \begin{array}{l} \mu_h = 173'83 \text{ cm} \\ \sigma_h = 6'23 \text{ cm} \end{array}$$

Datos

$\underline{H}$ = Estatura hombres $\sim N(\mu_h, \sigma_h)$

$\underline{M}$ = Estatura mujeres $\sim N(\mu_m, \sigma_m)$

La estatura media de los hombres es 5 cm mayor que la de las mujeres

$$\mu_h = \mu_m + 5$$

La estatura de los hombres y las mujeres tienen la misma desviación típica

$$\sigma_h = \sigma_m$$

El 75 % de los hombres miden menos de 178 cm

$$P(H<178) = 0'75$$

El 10 % de las mujeres miden más de 176,8 cm

$$P(M>176'8) = 0'1$$

$$Z = \frac{H-\mu_h}{\sigma_h} \sim N(0,1) \qquad Z = \frac{M-\mu_m}{\sigma_m} \sim N(0,1)$$

2. Calcular la probabilidad de que un hombre mida entre 170 y 180 cm.

Datos

$H =$ Estatura hombres

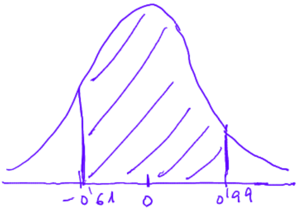
$H \sim N(173{,}83,\ 6{,}23)$

$$Z = \frac{H - 173'83}{6'23} \sim N(0,1)$$

$$P(170 < H < 180) = P\left(\frac{170-173'83}{6'23} < \underbrace{\frac{H-173'83}{6'23}}_{Z} < \frac{180-173'83}{6'23}\right) =$$

$$= P(-0'61 < Z < 0'99) = F(0'99) - F(-0'61)$$

$$= 0'8389 - 0'2709 = 0'568$$



3. Calcular el percentil 90 de la estatura de los hombres.

Datos

H = Estatura hombres

$H \sim N(173{,}83,\ 6{,}23)$

$$Z = \frac{H - 173'83}{6'23} \approx N(0,1)$$

$$P(H \leq P_{90}) = 0'9$$

$$P(H \leq P_{90}) = P\Big(\underbrace{\frac{H-173'83}{6'23}}_{Z} \leq \frac{P_{90}-173'83}{6'23}\Big) = P\Big(Z \leq \frac{P_{90}-173'83}{6'23}\Big) =$$

$$= F\Big(\underbrace{\frac{P_{90}-173'83}{6'23}}\Big) = 0'9 \Rightarrow \frac{P_{90}-173'83}{6'23} = 1'28 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{90} = 173'83 + 1'28 \cdot 6'23 = \underline{181'80 \text{ cm}}$$