

# EJERCICIOS DE ESTADÍSTICA

Asignatura: Estadística Aplicada a la Psicología

Curso: 1º de Grado en Psicología

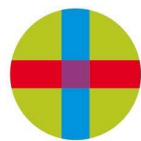
Santiago Angulo Díaz-Parreño ([sangulo@ceu.es](mailto:sangulo@ceu.es))

José Miguel Cárdenas Rebollo ([cardenas@ceu.es](mailto:cardenas@ceu.es))

Anselmo Romero Limón ([arlimon@ceu.es](mailto:arlimon@ceu.es))

Alfredo Sánchez Alberca ([asalber@ceu.es](mailto:asalber@ceu.es))

Curso 2010-2011



CEU

*Universidad  
San Pablo*

# Índice

<b>1. Probabilidad</b>	<b>2</b>
------------------------	----------

## 1. Probabilidad

1. Se dispone de dos urnas, la primera con 10 bolas blancas y 6 bolas negras, y la segunda con 5 bolas rojas, 8 bolas azules y 3 bolas verdes. Construir el espacio muestral del experimento que consiste en sacar una bola de cada urna, y del experimento que consistiría en sacar dos bolas de cada urna.
2. Un experimento consiste en seleccionar a una pareja de personas y medir su grupo sanguíneo y si son fumadores o no. Expresar el espacio muestral en forma de árbol.
3. En una estantería en la que hay 3 cajas de un medicamento  $A$  y 2 de un medicamento  $B$ , se eligen 3 al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que se hayan elegido 2 cajas del medicamento  $A$  y 1 del  $B$ ?

---

**SOLUCIÓN**

---

36/60.

---

4. En un laboratorio hay 4 frascos de ácido sulfúrico y 2 de ácido nítrico, y en otro hay 1 frascos de ácido sulfúrico y 3 de ácido nítrico. Se saca al azar un frasco de cada laboratorio. Hallar la probabilidad de que:
  - a) Los dos frascos sean de ácido sulfúrico.
  - b) Los dos sean de ácido nítrico.
  - c) Uno sea de ácido sulfúrico y otro de ácido nítrico.
  - d) Calcular la probabilidad de estos mismos sucesos si el frasco elegido en el primer laboratorio se introduce en el segundo antes de sacar el frasco de este.

---

**SOLUCIÓN**

---

- a) 4/24.
- b) 6/24.
- c) 14/24.
- d) 8/30, 8/30 y 14/30 respectivamente.

---

5. Sean  $A$  y  $B$  sucesos de un mismo espacio muestral tales que:  $P(A) = 3/8$ ,  $P(B) = 1/2$ ,  $P(A \cap B) = 1/4$ . Calcular:

- a)  $P(A \cup B)$ .
- b)  $P(\overline{A})$  y  $P(\overline{B})$ .
- c)  $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ .
- d)  $P(A \cap \overline{B})$ .
- e)  $P(A/B)$ .
- f)  $P(A/\overline{B})$ .

---

**SOLUCIÓN**

---

- a)  $P(A \cup B) = 5/8$ .
- b)  $P(\overline{A}) = 5/8$  y  $P(\overline{B}) = 1/2$ .
- c)  $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 3/8$ .
- d)  $P(A \cap \overline{B}) = 1/8$ .
- e)  $P(A/B) = 1/2$ .

f)  $P(A/\overline{B}) = 1/4$ .

---

6. La probabilidad de contraer hepatitis a partir de una unidad de sangre es 0'01. Un paciente recibe dos unidades de sangre durante su estancia en el hospital. ¿Cuál es la probabilidad de que contraiga hepatitis como consecuencia de ello?

\_\_\_\_\_ SOLUCIÓN \_\_\_\_\_

0,0199.

---

7. Sean  $A$  y  $B$  sucesos de un mismo espacio muestral, tales que  $P(A) = 0,6$  y  $P(A \cup B) = 0,9$ . Calcular  $P(B)$  si:

- a)  $A$  y  $B$  son independientes.  
b)  $A$  y  $B$  son incompatibles.

\_\_\_\_\_ SOLUCIÓN \_\_\_\_\_

- a)  $P(B) = 0,75$ .  
b)  $P(B) = 0,3$ .
- 

8. El tétanos es mortal en el 70 % de los casos. Si tres personas contraen el tétanos, ¿Cuál es la probabilidad de que mueran al menos dos de los tres?

\_\_\_\_\_ SOLUCIÓN \_\_\_\_\_

0,784.

---

- ★ 9. En un estudio sobre el tabaco, se informa que el 40 % de los fumadores tiene un padre fumador, el 25 % tiene una madre fumadora, y el 52 % tiene al menos uno de los dos padres fumadores. Se elige una persona fumadora al azar. Calcular:

- a) Probabilidad de que la madre sea fumadora si lo es el padre.  
b) Probabilidad de que la madre sea fumadora si no lo es el padre.  
c) ¿Son independientes el tener padre fumador y el tener madre fumadora?

\_\_\_\_\_ SOLUCIÓN \_\_\_\_\_

Llamando  $PF$  al suceso que consiste en tener un padre fumador y  $MF$  a tener una madre fumadora:

- a)  $P(MF/PF) = 0,33$ .  
b)  $P(MF/\overline{PF}) = 0,2$ .  
c) No son independientes.
- 

- ★ 10. Tras observar los resultados de la prueba de selectividad se sabe que el 40 % de los alumnos aprueba el examen de Matemáticas, el 30 % el examen de Física y el 55 % suspenden los dos. Si se elige un alumno al azar, calcular:

- a) Probabilidad de que haya aprobado al menos uno de los dos exámenes.
- b) Probabilidad de que haya aprobado Matemáticas si ha aprobado Física.
- c) Probabilidad de que haya aprobado Física si ha suspendido Matemáticas.
- d) ¿Son independientes aprobar Matemáticas y aprobar Física?

---

**SOLUCIÓN**


---

Llamando  $M$  al suceso correspondiente a aprobar Matemáticas y  $F$  a aprobar Física:

- a)  $P(M \cup F) = 0,45$ .
  - b)  $P(M/F) = 0,83$ .
  - c)  $P(F/\overline{M}) = 0,08$ .
  - d) No son independientes.
- 

- ★ 11. En un servicio clínico digestivo se sabe que, de cada 1000 pacientes con dolor de estómago, 700 presentan gastritis, 200 presentan úlcera y 100 presentan cáncer. En el análisis de la sintomatología gástrica, se ha comprobado que las probabilidades de presentar vómitos son 0,3 en el caso de gastritis, 0,6 en el caso de úlcera y 0,9 en el caso de cáncer. Llega un nuevo paciente con dolor de estómago que, además, presenta vómitos. ¿Qué diagnosticaríamos?

---

**SOLUCIÓN**


---

Llamando  $G$  a tener gastritis,  $U$  a tener úlcera,  $C$  a tener cáncer y  $V$  a tener vómitos,  $P(G/V) = 0,5$ ,  $P(U/V) = 0,286$  y  $P(C/V) = 0,214$ , de modo que se diagnosticaría gastritis.

---

- ★ 12. Un estudiante se somete a un examen de tipo test en el que cada pregunta tiene 3 respuestas posibles. El estudiante se sabe el 40 % de las preguntas, y el resto las contesta al azar. Se elige al azar una pregunta. ¿Qué probabilidad hay de que no la supiera si la contestó correctamente?

---

**SOLUCIÓN**


---

1/3.

---

- ★ 13. Se ha desarrollado un nuevo test diagnóstico para detectar el síndrome de Down en niños recién nacidos, con un sensibilidad del 80 % y una especificidad del 90 %. Si en una determinada población en la que hay un 1 % de recién nacidos con el síndrome, al aplicarle el test a un niño, da positivo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga el síndrome? ¿le diagnosticarías la enfermedad? ¿Cuál debería ser la especificidad mínima del test para diagnosticar el síndrome en el caso de dar positivo?

Nota: La *sensibilidad* de un test diagnóstico es la proporción de personas con la enfermedad que tienen un resultado positivo en el test, mientras que la *especificidad* del test es la proporción de personas sin la enfermedad que tienen un resultado negativo en el test.

---

**SOLUCIÓN**


---

Llamando  $S$  a tener el síndrome de Down y  $+$  a que el test de positivo,  $P(S/+) = 0,0748$  y  $P(\overline{S}/+) = 0,9252$ , de modo que no se diagnosticaría el síndrome al ser más probable que no lo tenga. La especificidad mínima para que el test diagnostique el síndrome es  $P(-/\overline{S}) = 0,9919$ .

---

- ★ 14. En un estudio se han probado tres tipos de tratamientos  $A$ ,  $B$  y  $C$  contra una determinada enfermedad. De los pacientes participantes en el estudio, el 50 % fueron tratados con el tratamiento  $A$ , el 30 % con el  $B$  y el 20 % con el  $C$ . Posteriormente se observaron los pacientes que sanaron y los que tuvieron algún efecto secundario, según se muestra en la siguiente tabla:

Tratamiento	Sanados	Con efectos secundarios
$A$	86 %	12 %
$B$	92 %	14 %
$C$	81 %	6 %

Se pide:

- Si se selecciona un enfermo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que haya sanado? ¿Y de que haya tenido algún efecto secundario?
- Si un enfermo ha sanado, ¿qué tratamiento es más probable que haya recibido? ¿Y si en vez de decirnos que ha sanado nos dicen que no ha tenido efectos secundarios?
- Si en total hay un 8 % pacientes que no sanaron pero que tampoco tuvieron efectos secundarios, ¿cuál es la probabilidad de que un enfermo se haya curado sin tener efectos secundarios?

---

**SOLUCIÓN**

---

Llamado  $S$  a sanar y  $E$  a tener efectos secundarios:

- $P(S) = 0,868$  y  $P(E) = 0,114$ .
  - $P(A/S) = 0,495$ ,  $P(B/S) = 0,318$  y  $P(C/S) = 0,187$ .  
 $P(A/\overline{E}) = 0,497$ ,  $P(B/\overline{E}) = 0,291$  y  $P(C/\overline{E}) = 0,212$ .  
 En ambos casos el tratamiento más probable es el  $A$ .
  - $P(S \cap \overline{E}) = 0,806$ .
- 

- ★ 15. En una población se ha vacunado a la tercera parte de los individuos contra la gripe. Trascurrido el invierno, se comprueba que la probabilidad de estar vacunado si se tiene la gripe es 0,2, y que el 10 % de los vacunados tuvieron gripe.

- ¿Cuál fue la incidencia de la epidemia de gripe?  
(Nota: La incidencia de una epidemia es la probabilidad de personas infectadas).
- ¿Cuál es la probabilidad de que una persona no vacunada contraiga la gripe?
- ¿Se puede afirmar que la vacuna tiene alguna eficacia?

---

**SOLUCIÓN**

---

Llamando  $G$  al suceso consistente en tener la gripe y  $V$  a estar vacunado:

- $P(G) = 1/6$ .
  - $P(G/\overline{V}) = 0,2$ .
  - Si resulta eficaz, aunque poco.
- 

16. Se sabe que los grupos sanguíneos en una determinada población se distribuyen con las siguientes frecuencias:

$$0 : 30 \% \quad A : 45 \% \quad B : 18 \% \quad AB : 7 \%$$

Por otro lado, también se sabe que la octava parte de los individuos del grupo 0 tienen RH negativo, así como la cuarta parte del grupo  $A$ , la mitad del grupo  $B$ , y la tercera parte del grupo  $AB$ .

Se pide:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo elegido al azar sea del tipo  $A$  y tenga RH positivo?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga RH negativo o sea del grupo universal?
- c) Si un individuo elegido al azar tiene RH positivo, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca al grupo  $B$ ?

---

**SOLUCIÓN**

---

Llamando  $0$  a tener grupo  $0$ ,  $A$  a tener grupo  $A$ ,  $B$  a tener grupo  $B$ ,  $AB$  a tener grupo  $AB$ ,  $+$  a tener RH positivo y  $-$  a tener RH negativo:

- a)  $P(A \cap +) = 0,34$ .
  - b)  $P(- \cup 0) = 0,53$ .
  - c)  $P(B/+ ) = 0,12$ .
- 

17. Sabemos que el test de Bender para detectar alteraciones cerebrales tiene una sensibilidad del 88 % y una especificidad del 96 %. Por otro lado, sabemos que en una población la probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga alteraciones cerebrales y además de positivo en el test es 0,08. Se pide:
- a) Calcular el porcentaje de personas que tienen alteraciones cerebrales en la población.
  - b) ¿Es efectivo el test en esta población para detectar la ausencia de alteraciones cerebrales?

---

**SOLUCIÓN**

---

Llamando  $E$  a presentar alteraciones cerebrales y  $+$  y  $-$  a que el test de positivo y negativo respectivamente:

- a)  $P(E) = 0,0901$ , es decir, un 9,09 %.
  - b)  $P(\overline{E}/-) = 0,99$ , lo cual indica que es muy efectivo para detectar la ausencia de alteraciones cerebrales.
- 

18. Los estudios epidemiológicos indican que el 20 % de las personas mayores sufren un deterioro neuropsicológico. También se sabe que la tomografía axial computerizada (TAC) puede detectar ese trastorno en el 90 % de los que lo padecen, pero que también puede diagnosticarlo en el 5 % de las personas que no lo tienen. Si se toma una persona al azar y el TAC da positivo, ¿cuál es la probabilidad de que realmente esté enfermo?

---

**SOLUCIÓN**

---

Llamando  $E$  a sufrir el deterioro neuropsicológico y  $+$  a que el TAC de positivo:  $P(E/+ ) = 0,82$ .

---

NOTA: Los problemas marcados con una estrella (★) son problemas de exámenes de otros años.