Práctica de Estadística con Statgraphics

Intervalos de Confianza

Fundamentos teóricos

Inferencia Estadística y Estimación de Parámetros

El objetivo de un estudio estadístico es doble: describir la muestra elegida de una población en la que se quiere estudiar alguna característica, y realizar inferencias, es decir, sacar conclusiones y hacer predicciones, sobre la población de la que se ha extraído dicha muestra.

La metodología que conduce a obtener conclusiones sobre la población, basadas en la información contenida en la muestra, constituye la *Inferencia Estadística*.

Puesto que la muestra contiene menos información que la población, las predicciones serán aproximadas. Por eso, uno de los objetivos de la inferencia estadística es determinar la probabilidad de que una conclusión sacada a partir del análisis de una muestra, sea cierta, y por ello, se apoya en la teoría de la probabilidad.

Cuando se desea conocer el valor de alguno de los parámetros de la población, el procedimiento a utilizar es la *Estimación de Parámetros*, que a su vez se divide en *Estimación Puntual*, cuando damos un único valor como estimación del parámetro poblacional considerado, y *Estimación por Intervalos*, cuando interesa conocer no sólo un valor aproximado del parámetro sino también la precisión de la estimación. En este último caso el resultado es un intervalo, dentro del cual estará, con una cierta confianza, el verdadero valor del parámetro poblacional. A este intervalo se le denomina *intervalo de confianza*. A diferencia de la estimación puntual en que se utiliza un único estimador, en la estimación por intervalo emplearemos dos estimadores, uno para cada extremo del intervalo.

Intervalos de Confianza

Dados dos estadísticos muestrales L_1 y L_2 , se dice que el intervalo $I = [L_1, L_2]$ es un Intervalo de Confianza para un parámetro poblacional θ , con nivel de confianza $1 - \alpha$ (o nivel de significación α), si la probabilidad de que los estadísticos que determinan los límites del intervalo tomen valores tales que θ esté comprendido entre ellos, es igual a $1 - \alpha$, es decir,

$$P(L_1 < \theta < L_2) = 1 - \alpha.$$

Los extremos del intervalo son variables aleatorias cuyos valores dependen de la muestra considerada. Es decir, los extremos inferior y superior del intervalo serían $L_1(X_1,...,X_n)$ y $L_2(X_1,...,X_n)$ respectivamente, aunque habitualmente escribiremos L_1 y L_2 para simplificar la notación. Designaremos mediante l_1 y l_2 los valores que toman dichas variables para una muestra determinada $(x_1,...,x_n)$.

Cuando en la definición se dice que la probabilidad de que el parámetro θ esté en el intervalo (L_1, L_2) es $1 - \alpha$, quiere decir que en el $100 \cdot (1 - \alpha)$ % de las posibles muestras, el valor de θ estaría en los correspondientes intervalos (l_1, l_2) .

Una vez que se tiene una muestra, y a partir de ella se determina el intervalo correspondiente (l_1, l_2) , no tendría sentido hablar de la probabilidad de que el parámetro θ esté en el intervalo (l_1, l_2) , pues al ser l_1 y l_2 números, el parámetro θ , que también es un número, aunque desconocido, estará o no estará en dicho intervalo, y por ello hablamos de confianza en lugar de probabilidad.

Así, cuando hablemos de un intervalo de confianza para el parámetro θ con nivel de confianza $1-\alpha$, entenderemos que antes de tomar una muestra, hay una probabilidad $1-\alpha$ de que el intervalo que se construya a partir de ella, contenga el valor del parámetro θ .

Cuando se realiza la estimación de un parámetro mediante un intervalo de confianza, el nivel de confianza se suele fijar a niveles altos (los más habituales son 0,9, 0,95 o 0,99), para tener una alta

confianza de que el parámetro está dentro del intervalo. Por otro lado, también interesa que la amplitud del intervalo sea pequeña para delimitar con precisión el valor del parámetro poblacional (esta amplitud se conoce como error o imprecisión del intervalo). Pero a partir de una muestra, cuanto mayor sea el nivel de confianza deseado, más imprecisión tendrá el intervalo que se obtenga, y si se impone que el intervalo de confianza sea más preciso, el nivel de confianza correspondiente será más pequeño. Por consiguiente, hay que llegar a una solución de compromiso entre el nivel de confianza y la amplitud del intervalo. No obstante, si con la muestra disponible no es posible obtener un intervalo suficientemente preciso con un nivel de confianza aceptable, hay que emplear una muestra de mayor tamaño. Al aumentar el tamaño muestral se consiguen intervalos más precisos sin disminuir el nivel de confianza, o niveles de confianza más altos manteniendo la precisión del intervalo.

Intervalos de confianza para la media

Apoyándose en conclusiones extraídas del Teorema Central del Límite y de las distribuciones en el muestreo para la media muestral, y teniendo en cuenta tres factores de clasificación: la población de partida en la que obtenemos la muestra sigue o no una distribución Normal, la varianza de dicha población es conocida o desconocida, y si la muestra puede o no considerarse grande $(n \ge 30)$; obtenemos las siguientes expresiones correspondientes a los diferentes intervalos de confianza.

Intervalo de confianza para la media de una población normal con varianza conocida en muestras de cualquier tamaño

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \ \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

En la figura ?? aparece un esquema explicativo de la construcción de este intervalo.

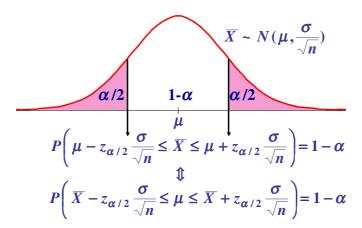


Figura 1: Intervalo de confianza para la media de una población normal con varianza conocida.

Intervalo de confianza para la media de una población normal con varianza desconocida en muestras de cualquier tamaño

$$\left(\overline{x} - t_{\alpha/2}^{n-1} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}, \ \overline{x} + t_{\alpha/2}^{n-1} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}\right)$$

Si las muestras son grandes $(n \ge 30)$ el anterior intervalo puede aproximarse mediante:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}, \ \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}\right)$$

Intervalo de confianza para la media de una población no normal, varianza conocida y muestras grandes $(n \ge 30)$

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \ \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Intervalo de confianza para la media de una población no normal, varianza desconocida y muestras grandes $(n \ge 30)$

$$\left(\overline{x} - t_{\alpha/2}^{n-1} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}, \ \overline{x} + t_{\alpha/2}^{n-1} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}\right)$$

Al tratarse de muestras grandes, el anterior intervalo puede aproximarse por:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}, \ \overline{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}\right)$$

Si la población de partida no es normal, y las muestras son pequeñas, no puede aplicarse el Teorema Central del Límite y no se obtienen intervalos de confianza para la media.

Para cualquiera de los anteriores intervalos:

n es el tamaño de la muestra.

 \overline{x} es la media muestral.

 σ es la desviación típica de la población.

$$\sigma$$
 es la desviación tipica de la población. s_{n-1} es la cuasidesviación típica muestral $\left(s_{n-1}^2 = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n-1}\right)$.

 $z_{\alpha/2}$ es el valor que deja a su derecha una probabilidad $\alpha/2$ en una distribución normal tipificada.

 $t_{\alpha/2}^{n-1}$ es el valor que deja a su derecha una probabilidad $\alpha/2$ en una distribución t de Student con n-1 grados de libertad.

0.0.1. Intervalos de confianza para la diferencia de medias

De nuevo los criterios de clasificación de los diferentes intervalos son el partir o no de poblaciones normales, con varianza conocida o desconocida y en muestras grandes o pequeñas.

Intervalo de confianza para la diferencia de dos medias en poblaciones normales, con varianzas poblacionales conocidas, independientemente del tamaño de la muestra

$$\left(\overline{x}_{1} - \overline{x}_{2} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{1}^{2}}{n_{1}} + \frac{\sigma_{2}^{2}}{n_{2}}}, \ \overline{x}_{1} - \overline{x}_{2} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{1}^{2}}{n_{1}} + \frac{\sigma_{2}^{2}}{n_{2}}}\right)$$

Intervalo de confianza para la diferencia de dos medias en poblaciones normales, con varianzas poblacionales desconocidas, independientemente del tamaño de la muestra

Si aún siendo desconocidas, las varianzas pueden considerarse iguales, el intervalo es:

$$\left(\overline{x}_{1} - \overline{x}_{2} - t_{\alpha/2}^{n_{1} + n_{2} - 2} \cdot \sqrt{s_{p}^{2} \left(\frac{1}{n_{1}} + \frac{1}{n_{2}}\right)}, \ \overline{x}_{1} - \overline{x}_{2} + t_{\alpha/2}^{n_{1} + n_{2} - 2} \cdot \sqrt{s_{p}^{2} \left(\frac{1}{n_{1}} + \frac{1}{n_{2}}\right)}\right)$$

donde s_p^2 es una cuasivarianza ponderada:

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1) \cdot s_{1,n_1 - 1}^2 + (n_2 - 1) \cdot s_{1,n_2 - 1}^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Si las varianzas, desconocidas, no pueden considerarse como iguales, el intervalo es:

$$\left(\overline{x}_1 - \overline{x}_2 - t^{\nu}_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{s^2_{1,n_1-1}}{n_1} + \frac{s^2_{2,n_2-1}}{n_2}}, \ \overline{x}_1 - \overline{x}_2 + t^{\nu}_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{s^2_{1,n_1-1}}{n_1} + \frac{s^2_{2,n_2-1}}{n_2}}\right)$$

donde ν es el número entero más proximo al valor de la expresión:

$$\frac{\left(\frac{s_{1,n_1-1}^2}{n_1} + \frac{s_{2,n_2-1}^2}{n_2}\right)^2}{\left(\frac{s_{1,n_1-1}^2}{n_1}\right)^2 + \left(\frac{s_{2,n_2-1}^2}{n_2}\right)^2 - 2} - 2$$

Si los tamaños muestrales son grandes $(n_1 \ge 30 \text{ y } n_2 \ge 30)$ las $t_{\alpha/2}^{\nu}$ y $t_{\alpha/2}^{n_1+n_2-2}$ pueden sustituirse por $z_{\alpha/2}$.

Intervalo de confianza para la diferencia de dos medias en poblaciones no normales, y muestras grandes $(n_1 \ge 30 \text{ y } n_2 \ge 30)$

En este caso, como ya sucedía con la media muestral, los intervalos para la diferencia de medias son los mismos que sus correspondientes en poblaciones normales y, de nuevo, habría que distinguir si las varianzas son conocidas o desconocidas (iguales o diferentes), lo cual se traduce en que sus correspondientes fórmulas son las mismas que las dadas en los párrafos anteriores. No obstante, por tratarse de muestras grandes, también es válida la aproximación de $t^{\nu}_{\alpha/2}$ y $t^{n_1+n_2-2}_{\alpha/2}$ por $z_{\alpha/2}$, y habitualmente tan sólo se distingue entre varianzas conocidas y desconocidas.

Para varianzas conocidas:

$$\left(\overline{x}_{1} - \overline{x}_{2} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{1}^{2}}{n_{1}} + \frac{\sigma_{2}^{2}}{n_{2}}}, \ \overline{x}_{1} - \overline{x}_{2} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{1}^{2}}{n_{1}} + \frac{\sigma_{2}^{2}}{n_{2}}}\right)$$

Para varianzas desconocidas:

$$\left(\overline{x}_1 - \overline{x}_2 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{s_{1,n_1-1}^2}{n_1} + \frac{s_{2,n_2-1}^2}{n_2}}, \ \overline{x}_1 - \overline{x}_2 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{s_{1,n_1-1}^2}{n_1} + \frac{s_{2,n_2-1}^2}{n_2}}\right)$$

Si las poblaciones de partida no son normales y las muestras son pequeñas, no puede aplicarse el Teorema Central de Límite y no se obtienen intervalos de confianza para la diferencia de medias.

Para cualquiera de los anteriores intervalos:

 n_1 y n_2 son los tamaños muestrales.

 \overline{x}_1 y \overline{x}_2 son las medias muestrales.

 σ_1 y σ_2 son las desviaciones típicas poblacionales.

 s_{1,n_1-1} y s_{2,n_2-1} son las cuasidesviaciones típicas muestrales: $s_{1,n_1-1}^2 = \frac{\sum (x_{1,i} - \overline{x}_1)^2}{n_1 - 1}$, e igualmente s_{2,n_2-1}^2 .

 $z_{\alpha/2}$ es el valor que deja a su derecha una probabilidad $\alpha/2$ en una distribución normal tipificada.

 $t_{\alpha/2}^{n_1+n_2-1}$ es el valor que deja a su derecha una probabilidad $\alpha/2$ en una distribución t de Student con n_1+n_2-1 grados de libertad.

 $t^{\nu}_{\alpha/2}$ es el valor que deja a su derecha una probabilidad $\alpha/2$ en una distribución t de Student con ν grados de libertad.

0.0.2. Intervalos de confianza para datos emparejados

En muchas ocasiones hay que estudiar una característica en una población en dos momentos distintos, para estudiar cómo evoluciona con el tiempo, o para analizar la incidencia de algún hecho ocurrido entre dichos momentos.

En estos casos se toma una muestra aleatoria de la población y en cada individuo de la misma se observa la característica objeto de estudio en los dos momentos citados. Así se tienen dos conjuntos de datos que no son independientes, pues los datos están emparejados para cada individuo. Por consiguiente, no se pueden aplicar los procedimientos vistos anteriormente, ya que se basan en la independencia de las muestras.

El problema se resuelve tomando para cada individuo la diferencia entre ambas observaciones. Así, la construcción del intervalo de confianza para la diferencia de medias, se reduce a calcular el intervalo de confianza para la media de la variable diferencia, el cual se obtiene aplicando las expresiones establecidas en 1.2.1. Además, si cada conjunto de observaciones sigue una distribución normal, su diferencia también seguirá una distribución normal.

0.0.3. Intervalos de confianza para proporciones y diferencia de proporciones

Para muestras grandes $(n \ge 30)$ y valores de p (probabilidad de "éxito") cercanos a 0,5, la distribución Binomial puede aproximarse mediante una Normal de media np y desviación típica $\sqrt{np(1-p)}$. En la práctica, para que sea válida dicha aproximación, se toma el criterio de que tanto np como n(1-p) deben ser mayores que 5. Y lo anterior hace que también podamos construir intervalos de confianza para proporciones y diferencias de proporciones tomando éstas como medias de variables dicotómicas en las que la presencia o ausencia de la característica objeto de estudio ("éxito" ó "fracaso") se expresan mediante un 1 ó un 0.

Ejercicios prácticos

1. Se analiza la concentración de principio activo en una muestra de 10 envases tomados de un lote de un fármaco, obteniendo los siguientes resultados en mg/mm³:

$$17,6 - 19,2 - 21,3 - 15,1 - 17,6 - 18,9 - 16,2 - 18,3 - 19,0 - 16,4$$

Se pide:

- a) Crear la variable Concentración, e introducir los datos de la muestra.
- b) Calcular el intervalo de confianza para la media de la concentración del lote con nivel de confianza del 95 % (nivel de significación $\alpha=0{,}05$)

Indicación

- 1) Seleccionar el menú Descripción->Datos Numéricos->Análisis Unidimensional.
- 2) Seleccionar la variable Concentración en el campo Datos del cuadro de diálogo.
- 3) Hacer click en el botón Opciones Tabulares y activar la casilla Intervalos de Confianza.
- c) Calcular los intervalos de confianza para la media con niveles del 90 % y del 99 %.

Indicaciór

- 1) Hacer click con el botón derecho del ratón sobre los resultados obtenidos en el apartado anterior y seleccionar Opciones de Ventana.
- 2) Introducir el nivel de confianza deseado en el campo Nivel de Confianza.
- d) ¿Cómo afecta a la imprecisión del intervalo de confianza el tomar niveles de significación cada vez más bajos? ¿Cuál puede ser la explicación?
- e) De todos los tipos de intervalos expuestos en la introducción teórica de la práctica, ¿cuál crees que utiliza el programa para el cálculo de los intervalos anteriores?
- f) Si, para que sea efectivo, el fármaco debe tener una concentración mínima de 16 mg/mm³ de principio activo, ¿se puede aceptar el lote como bueno?
- 2. Para ver si una campaña de publicidad sobre un fármaco ha influido en sus ventas, se tomó una muestra de 8 farmacias y se midió el número de unidades de dicho fármaco vendidas durante un mes, antes y después de la campaña, obteniéndose los siguientes resultados:

Antes	147	163	121	205	132	190	176	147
Después	150	171	132	208	141	184	182	145

- a) Crear las variables Antes y Después e introducir los datos de la muestra.
- b) Obtener un resumen estadístico en el que aparezcan la media y la desviación típica de ambas variables. A la vista de los resultados, ¿son las medias diferentes?, ¿ha aumentado la campaña el nivel de ventas? ¿Crees que los resultados son estadísticamente significativos?

Indicación

- 1) Seleccionar el menú Comparación->Dos Muestras->Comparación de Dos Muestras.
- 2) Seleccionar la variable Antes en el campo Muestra 1 y la variable Después en el campo Muestra 2 del cuadro de diálogo.
- 3) Hacer click en el botón Opciones Tabulares y activar la casilla Resumen Estadístico.
- c) Obtener intervalo de confianza para la media de la diferencia entre ambas variables con un nivel de significación 0,05.

Indicación

- 1) Seleccionar el menú Comparación->Dos Muestras->Comparación Muestras Pareadas.
- 2) Seleccionar la variable Antes en el campo Muestra 1 y la variable Después en el campo Muestra 2 del cuadro de diálogo.
- 3) Hacer click en el botón Opciones Tabulares y activar la casilla Intervalos de Confianza.
- d) Crear la variable Diferencia como Después-Antes y calcular el intervalo de confianza para la media de dicha variable con un nivel de significación del 0,05. Comparar el intervalo obtenido con el del apartado anterior.

Indicación

- 1) Seleccionar el menú Descripción->Datos Numéricos->Análisis Unidimensional.
- 2) Seleccionar la variable Diferencia en el campo Datos del cuadro de diálogo.
- 3) Hacer click en el botón Opciones Tabulares y activar la casilla Intervalos de Confianza.
- e) ¿Existen pruebas suficientes para afirmar con un 95 % de confianza que la campaña de publicidad ha aumentado las ventas? ¿Y si cambiamos los dos últimos datos de la variable Después y ponemos 190 en lugar de 182 y 165 en lugar de 145? Observar qué le ha sucedido al intervalo para la diferencia de medias y darle una explicación.
- 3. Una central de productos lácteos recibe diariamente la leche de dos granjas X e Y. Para analizar la calidad de la leche, durante una temporada, se controla el contenido de materia grasa de la leche que proviene de ambas granjas, con los siguientes resultados:

Ŋ	X	Y					
0,34	0,34	0,28	0,29				
$0,\!32$	$0,\!35$	0,30	$0,\!32$				
$0,\!33$	$0,\!33$	0,32	0,31				
$0,\!32$	$0,\!32$	0,29	$0,\!29$				
$0,\!33$	$0,\!30$	0,31	$0,\!32$				
0,31	$0,\!32$	0,29	0,31				
		0,33	$0,\!32$				
		0,32	$0,\!33$				

- a) Crear las variables Materia grasa y Granja, e introducir los datos de la muestra.
- b) Calcular el intervalo de confianza con un 95 % de confianza para la diferencia en el contenido medio de materia grasa de la leche procedente de ambas granjas.

Indicación

- 1) Seleccionar el menú Comparación->Dos Muestras->Comparación de Dos Muestras.
- 2) Seleccionar la opción Columnas de Códigos y Datos e introducir la variable Materia Grasa en el campo Datos y la variable Granja en el campo Código de Muestra del cuadro de diálogo.
- $3) \ \ Hacer \ click \ en \ el \ bot\'on \ \textbf{Opciones} \ \ \textbf{Tabulares} \ y \ activar \ la \ casilla \ \textbf{Comparaci\'on} \ \ \textbf{de Medias}.$
- c) Interpreta el intervalo de confianza obtenido en el apartado anterior.

d) De las fórmulas vistas en teoría, ¿cuál crees que utiliza el programa para el cálculo del intervalo del primer apartado, la que supone igualdad de varianzas en ambas muestras o la que no da por supuesta dicha igualdad?

Indicación

En la misma ventana de resultados del apartado anterior hacer click en el botón Opciones Tabulares y activar la casilla Comparación de Desviaciones Típicas.

4. En una encuesta realizada en una facultad, sobre si los alumnos utilizan habitualmente (al menos una vez a la semana) la biblioteca de la misma, se han obtenido los siguientes resultados, en los que se ha anotado 1 si la respuesta ha sido positiva y 0 si ha sido negativa:

Alumno	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Sexo	Η	Μ	Μ	Η	Η	Η	Μ	Μ	Μ	Μ	Н	Н	Μ	Н	Μ	Н	Η	Μ
Respuesta	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0

Alumno	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
Sexo	Н	М	Μ	М	Н	Μ	Н	Η	Μ	M	Н	Н	Μ	Μ	М	Η
Respuesta	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0

- a) Crear las variables Respuesta y Sexo e introducir los datos de la muestra.
- b) Calcular el intervalo de confianza con $\alpha = 0.1$ para la media de la variable respuesta.

Indicación

- 1) Seleccionar el menú Descripción->Datos Numéricos->Análisis Unidimensional.
- 2) Seleccionar la variable Respuesta en el campo Datos del cuadro de diálogo.
- 3) Hacer click en el botón Opciones Tabulares y activar la casilla Intervalos de Confianza.
- 4) Hacer click con el botón derecho del ratón sobre los resultados obtenidos y seleccionar Opciones de Ventana.
- 5) Introducir el nivel de confianza deseado en el campo Nivel de Confianza.
- c) ¿Qué interpretación tiene dicho intervalo en términos de proporción de alumnos que habitualmente utilizan la biblioteca?
- d) Calcular el intervalo de confianza para la diferencia de proporciones de visitas a la biblioteca de hombres y mujeres. ¿Se puede afirmar con un $95\,\%$ de confianza que las mujeres visitan la biblioteca más a menudo que los hombres?

Indicación

- 1) Seleccionar el menú Comparación->Dos Muestras->Comparación de Dos Muestras.
- 2) Seleccionar la opción Columnas de Códigos y Datos e introducir la variable Respuesta en el campo Datos y la variable Sexo en el campo Código de Muestra del cuadro de diálogo.
- 3) Hacer click en el botón Opciones Tabulares y activar la casilla Comparación de Medias.

Problemas

1. Para determinar el nivel medio de colesterol en la sangre de una población, se realizaron análisis sobre una muestra de 8 personas, obteniéndose los siguientes resultados:

$$196 - 212 - 188 - 206 - 203 - 210 - 201 - 198$$

Hallar los intervalos de confianza para la media del nivel de colesterol con niveles de significación 0,1, 0,05 y 0,01.

2. Se ha realizado un estudio para investigar el efecto del ejercicio físico en el nivel de colesterol en la sangre. En el estudio participaron once personas, a las que se les midió el nivel de colesterol antes y después de desarrollar un programa de ejercicios. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Nivel Previo	182	232	191	200	148	249	276	213	241	280	262
Nivel Posterior	198	210	194	220	138	220	219	161	210	213	226

- a) Hallar el intervalo de confianza del 90 % para la diferencia del nivel medio de colesterol antes y después del ejercicio.
- b) A la vista de dicho intervalo, ¿se concluye que el ejercicio físico disminuye el nivel de colesterol con una confianza del $90\,\%$?
- 3. Dos químicos A y B realizan respectivamente 14 y 16 determinaciones de la actividad radiactiva de una muestra de material. Sus resultados en Curios:

A	A	В						
263.36	254.68	286.53	254.54					
248.64	276.32	284.55	286.30					
243.64	256.42	272.52	282.90					
272.68	261.10	283.85	253.75					
287.33	268.41	252.01	245.26					
287.26	282.65	275.08	266.08					
250.97	284.27	267.53	252.05					
		253.82	269.81					

- a) Calcular el intervalo de confianza para la media de la diferencia de actividad detectada por cada uno de los químicos con un $95\,\%$ de confianza.
- b) ¿Se puede decir que existen diferencias significativas en la media de actividad detectada por cada químico?