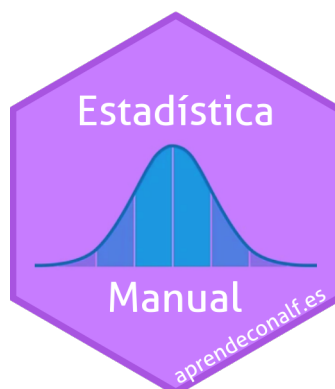


Problemas de Análisis Matemático



Alfredo Sánchez Alberca
asalber@ceu.es
<https://aprendeconalf.es>

Tabla de contenidos

Prefacio	3
1 Estimación de parámetros	4

Prefacio

Colección de problemas de Estadística aplicada a la Economía para el Master en Análisis y Comunicación de Datos.

1 Estimación de parámetros

Ejercicio 1.1. El número medio de trabajadores en las PYMES españolas es 5 y su varianza 4. Realizado un muestreo aleatorio de 16 PYMES.

Calcular:

- La esperanza y varianza de la media muestral.
- La esperanza de la varianza y de la cuasivarianza muestral.
- Mínimo tamaño que ha de tener la muestra para que exista una probabilidad mayor o igual al 95% de que la media muestral se desvíe de la media poblacional a lo sumo 0.25 unidades.
- Si realizamos un muestreo aleatorio de tamaño 320 obtener $P(4.9 \leq \bar{x} \leq 5.2)$.

Ejercicio 1.2. El precio de las acciones de Iberpapel se distribuyen según un modelo normal $N(\mu, 2)$, analizar 16 sesiones de la Bolsa de Madrid elegidas aleatoriamente, para calcular la probabilidad de que la cuasivarianza muestral del precio de las acciones sea mayor o igual que 2.136.

Ejercicio 1.3. El porcentaje de votantes con preferencia de un determinado partido es del 5% en una región A , y el 10% en otra B . Consultados 100 electores de la región A y 150 de la B , determinar la probabilidad de que el porcentaje de electores consultados favorables a dicho partido en la segunda región supere en más de 0.02 al porcentaje de electores favorables a dicho partido en la primera.

Una empresa desea estudiar la demanda futura de uno de sus productos, para lo cual selecciona, mediante muestreo aleatorio simple, a diez de sus clientes, observando el número de unidades demandadas por ellos:

Número de unidades demandadas	Número de clientes
1000	1
1002	2
1004	1
1006	2
1008	1
1010	2

Número de unidades demandadas	Número de clientes
1012	1

Suponiendo que la demanda sigue una distribución normal.

- Estimar la demanda media mediante un intervalo de confianza con nivel de significación 0.1.
- ¿Qué tamaño muestral sería necesario para que el intervalo tuviese un error máximo de ± 2 unidades?

Ejercicio 1.4. Al objeto de determinar la proporción de españoles que poseen la criptomoneda bitcoin se ha realizado un muestreo aleatorio de 100 españoles, resultando que 15 tienen bitcoins.

- Obtener un intervalo de confianza del 95% para la proporción poblacional de españoles que poseen bitcoins.
- ¿A cuántos españoles se debería encuestar para lograr una semiamplitud del intervalo de 0.02, utilizando un nivel de confianza del 80%?

Ejercicio 1.5. Una empresa quiere conocer la proporción de clientes dispuestos a demandar un nuevo producto, para averiguarlo efectúa un muestreo aleatorio de tamaño 100 en el que se obtiene que un 20% de ellos estarían dispuestos a comprar el nuevo producto. Determinar el intervalo de confianza para la proporción poblacional con un grado de confianza del 90%.

Ejercicio 1.6. En una comunidad autónoma, los gastos semanales en alimentación por unidad familiar se distribuyen según un modelo normal $N(\mu, \sigma^2)$. Realizado un muestreo aleatorio en el que se han consultado a 21 unidades familiares hemos obtenido que el gasto medio semanal muestral es de 150 euros y la cuasidesviación típica semanal muestral es de 12 euros.

- Construir un intervalo de confianza del 95% para el gasto medio semanal poblacional.
- Construir un intervalo de confianza del 95% para la varianza poblacional.

Ejercicio 1.7. Los gastos mensuales en carne de porcino en las familias españolas se distribuyen según un modelo normal $N(\mu, \sigma^2)$. Realizando un muestreo aleatorio en el que se pregunta a 20 unidades familiares, se obtiene que el gasto medio mensual ha sido de 170.31 € y la cuasidesviación típica de 36 €.

- Obtener el intervalo de confianza para el gasto medio mensual en carne de porcino con un 95% de confianza.

- b. Razone cómo podría obtener un intervalo de confianza más preciso para el gasto medio, suponiendo que no varían la media muestral, la cuasivarianza muestral y el tamaño de la muestra.
- c. Obtener el intervalo de confianza para la varianza del gasto mensual en carne de porcino con un 95% de confianza.

Ejercicio 1.8. La OMS ha obtenido una muestra de los pesos de 50 niños de entre 11 y 14 años, que proporciona una media muestral de 47 kg y una desviación típica muestral de 11 kg. Suponiendo que la población sigue una distribución normal.

- a. Obtener un intervalo de confianza para la media poblacional con un 95% de nivel de confianza.
- b. El director de la OMS considera que el intervalo es insatisfactorio, pero quiere mantener el nivel de confianza. Por ello decide reducir a la mitad la precisión de dicho intervalo (reducir un 50% el radio del intervalo.. En estas condiciones, ¿cuál debería ser el tamaño de la muestra para cumplir los objetivos del director?
- c. Los resultados obtenidos en los análisis anteriores siguen sin convencer al director de la OMS y le pide a su equipo que establezca un intervalo de confianza para la media poblacional con un 99% de nivel de confianza, manteniendo la misma muestra del ejercicio anterior.
- d. El director decide reducir en un tercio la precisión del intervalo anterior, pero quiere mantener el nivel de confianza ¿cuál debería ser el tamaño de la muestra para cumplir dicho objetivo?

Ejercicio 1.9. Tras la liberalización del transporte ferroviario de pasajeros en las líneas de alta velocidad en España, la compañía francesa SNCF estudia la proporción de clientes que utiliza al menos una vez al mes el servicio de alta velocidad. A tal efecto la empresa realiza un muestreo aleatorio en el que se seleccionan 50 usuarios y en el que resulta que 35 de ellos afirma utilizar este servicio una vez al mes como mínimo.

Considerando un nivel de confianza del 98% determine un intervalo de confianza poblacional para la proporción de usuarios que utilizan la alta velocidad una vez al mes por lo menos (justifique cómo obtiene el intervalo de confianza antes de proceder a su cálculo..