	<b>EXAMEN DE ANÁLISIS</b>	
	1º Grado en Ingeniería Matemática	Nombre:
	Asignatura: ANÁLISIS II	DNI:
	Fecha: 2024-06-25	Modelo B

**Duración:** 1 hora y 15 minutos.

1. (3 puntos) Calcular el trabajo necesario para mover un objeto de masa  $m$  a una altitud de 1000 km sobre la superficie terrestre. ¿Cuál sería el trabajo realizado si el cuerpo se moviese hasta el infinito?

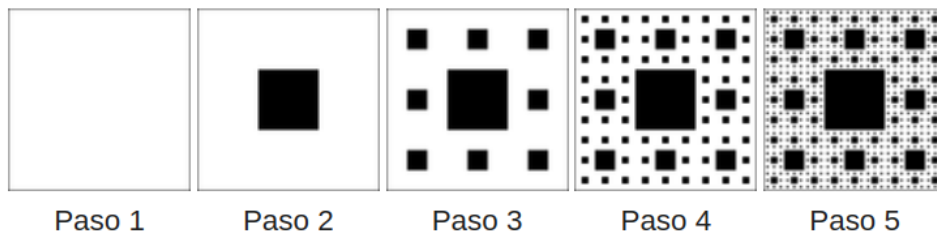
Nota: Debe tenerse en cuenta que la aceleración de la gravedad disminuye con la altura según la fórmula

$$g_h = g_0 \left( \frac{R}{R+h} \right)^2,$$

donde  $g_h$  es la aceleración de la gravedad a una altura  $h$  sobre la superficie terrestre,  $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$  es la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre, y  $R = 6371 \text{ km}$  es el radio de la Tierra.

2. (3 puntos) La alfombra de Sierpiński es un conjunto fractal que es una generalización en dos dimensiones del conjunto de Cantor. Se puede construir de la siguiente manera:

- Comenzamos con un cuadrado de lado 1.
- Dividimos el cuadrado en 9 cuadrados más pequeños de lado  $1/3$  del lado original.
- Eliminamos el cuadrado central.
- Repetimos el proceso en cada uno de los cuadrados restantes.



Calcular el área de la alfombra de Sierpiński.

3. (4 puntos) La función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria normal estándar es  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$ . Dado que esta función no tiene integral elemental, calcular la serie que resulta de integrar su serie de MacLaurin y determinar su dominio de convergencia puntual.

Utilizar los 5 primeros términos de esta serie para calcular de manera aproximada la probabilidad de que la variable tome un valor entre 0 y 1. Dar una cota del error cometido.