	EXAMEN DE ANÁLISIS	
CEU	1º Grado en Ingeniería Matemática	Nombre:
	Asignatura: ANÁLISIS III	DNI:
	Fecha: 2024-11-05	Modelo A

Duración: 1 hora y 30 minutos.

1. (3 puntos) Una moto se mueve siguiendo la trayectoria dada por la función vectorial $\mathbf{f}(t) = 2t^3\mathbf{i} + (3t - t^3)\mathbf{j}$.

   a) ¿Con qué rapidez se mueve en el instante $t = 1$?

   b) Calcular la curvatura de la trayectoria en el instante $t = 1$.

   c) Calcular las componentes tangencial y normal de la aceleración en el instante $t = 1$.

2. (3.5 puntos) Una compañía produce productos de dos tipos X e Y. La demanda de estos productos viene dada por las funciones

$$d_x(x, y) = 120 - 2x + y$$
$$d_y(x, y) = 100 + \frac{x}{2} - y$$

   donde d_x y d_y son las unidades demandadas de productos X e Y respectivamente, y x e y sus precios. El coste de producción de d_x unidades de x y d_y unidades de y viene dado por la función $c(d_x, d_y) = 20d_x + 30d_y + \frac{1}{2}d_xd_y$.

   a) Calcular las derivadas parciales de las funciones de demanda e interpretarlas.

   b) Calcular las derivadas parciales de la función de beneficio con respecto a las demandas de los productos e interpretarlas.

   c) Calcular las derivadas parciales de la función de beneficio con respecto a los precios de los productos e interpretarlas.

   d) ¿Cuántas unidades de cada producto debe producir la compañía para maximizar sus beneficios? ¿Cuál es el beneficio máximo?

3. (3.5 puntos) La superficie de una función $f(x, y)$ contiene las trayectorias dadas por las funciones vectoriales $\mathbf{f}(t) = (e^{-t}, 2t + 2, 3 - 2t + t^2)$ y $\mathbf{g}(t) = \left(\sqrt{(}t), \frac{t^2+3}{2}, 4t^4 - t\right)$.

   a) Calcular la ecuación de la recta tangente a la trayectoria de $\mathbf{g}$ en el punto $(1, 2, 3)$.

   b) Calcular la ecuación del plano tangente a la superficie de f en el punto $(1, 2, 3)$.

   c) En ese mismo punto, ¿cuál es la tasa de variación de f con respecto a x si y se mantiene constante? ¿Cuál es la tasa de variación instantánea de f con respecto a y si x se mantiene constante?

   d) Usar el polinomio de Taylor de primer grado de f en el punto $(1, 2)$ para aproximar el valor de $f(0{,}9, 2{,}1)$.