## EXAMEN DE CÁLCULO

1º Farmacia y Biotecnología

Modelo A

18 de enero de 2021

Duración: 1 hora.

- $(3,5~\mathrm{pts.})$  1. Un medicamento se administra por vía intravenosa a una velocidad de 15 mg/hora. Al mismo tiempo, el cuerpo metaboliza el medicamento a una velocidad del  $80\,\%$  de la cantidad presente en el cuerpo por hora.
  - a) Si el medicamento se administra de forma indefinida y suponiendo que al principio no había nada de medicamento en el cuerpo, ¿cuál será la máxima cantidad de medicamento que habrá en el cuerpo?
  - b) Si el medicamento deja de administrarse después de haber administrado 150 mg, ¿cuánto tiempo tiene que pasar desde ese momento hasta que la cantidad de medicamento en el cuerpo sea 10 mg?

## Solución

Sea x(t) la cantidad de medicamento en el cuerpo en el instante t.

- a) Ecuación diferencial: x' = 15 0.8x. Condición inicial x(0) = 0. Solución particular:  $x(t) = 18.75 18.75e^{-0.8t}$  y la cantidad máxima de medicamento en el cuerpo será 18.75 mg.
- b) Ecuación diferencial: x' = -0.8x. Condición inicial x(0) = 18.74. Solución particular:  $x(t) = 18.74e^{-0.8t}$  y el tiempo que tarda en haber una cantidad de 10 mg en el cuerpo es 0.7851 horas.
- (3,5 pts.) 2. La función  $T(x,y) = \ln(3xy + 2x^2 y)$  da la temperatura de la superficie de una montaña en la latitud x y longitud y. Unos montañeros están perdidos en la posición (1,2) y corren el riesgo de morir congelados.
  - a) ¿En qué dirección deben moverse para evitar el riesgo de congelación lo más rápidamente posible?
  - b) Si se mueven en una dirección equivocada de manera que la longitud decrece la mitad de lo que aumenta la latitud, ¿aumentará o disminuirá el riesgo de hipotermia?
  - c) ¿En qué dirección deben moverse para que la temperatura permanezca constante?

## Solución

- a)  $\nabla T(1,2) = \frac{1}{3}(5,1)$ .
- b) Sea **u** el vector (1,-1/2), entonces  $T'_{\mathbf{u}}(1,2) = \frac{3}{\sqrt{5}}$  °C.
- c) Siguiendo la dirección del vector (1, -5).
- (3 pts.) 3. Una pelota de playa tiene un volumen de  $50~\rm{dm^3}$  en el momento que empieza a introducirse aire a razón de  $2~\rm{dm^3/min}$ .
  - a) ¿A qué velocidad cambiará el radio?
  - b) ¿Aproximadamente cuándo la superficie de la pelota se habrá duplicado?

Nota: El volumen de una esfera es  $V(r)=\frac{4}{3}\pi r^3$  y la superficie  $S(r)=4\pi r^2.$ 

## Solución

- $a) \ \frac{dr}{dt} = 0.0305 \ \mathrm{dm/min}.$
- b) Usando la aproximación lineal del diferencial  $dt=S^{\prime}/dS=35{,}5013$  minutos aproximadamente.