EXAMEN DE ESTADÍSTICA

2º Fisioterapia — Modelo A — **25 de mayo de 2020**

Duración: 1 hora.

(5 pts.) 1. En un grupo de 150 estudiantes de los cuales 50 son trabajadores, se ha registrado la nota obtenida en el examen de una cierta asignatura, obteniendo las siguientes distribuciones:

Nota	Estudiantes no trabajadores	Estudiantes trabajadores
$0-2$	8	2
$2-4$	15	9
$4-6$	25	19
$6-8$	38	11
$8-10$	14	9

Se pide:

a) Teniendo en cuenta que para poder aprobar hay que sacar una nota superior a 5 ¿Qué porcentaje de alumnos ha aprobado entre los estudiantes no trabajadores? ¿Y entre los trabajadores?

b) ¿Cuál de las dos muestras presenta una dispersión relativa de las notas mayor?

c) ¿Qué muestra es más asimétrica: la de los estudiantes trabajadores o la de los que no son trabajadores?

d) Para optar a una beca para ir al extranjero se necesita transformar la nota según la siguiente transformación linear $Y = 0{,}5 + x * 1{,}45$. ¿Cuál será la nueva nota media para los dos grupos? ¿Y cómo varía la asimetría de las dos distribuciones?

e) ¿Qué nota es relativamente mayor un 7 en estudiantes no trabajadores o un 6 en estudiantes trabajadores?

Usar las siguientes sumas para los cálculos:
Estudiantes no trabajadores: $\sum x_i n_i = 570$, $\sum x_i^2 n_i = 3764$, $\sum (x_i - \bar{x})^3 n_i = -547{,}8$ y $\sum (x_i - \bar{x})^4 n_i = 6475{,}73$.
Estudiantes trabajadores: $\sum y_i n_i = 282$, $\sum y_i^2 n_i = 1826$, $\sum (y_i - \bar{y})^3 n_i = -1{,}31$ y $\sum (y_i - \bar{y})^4 n_i = 2552{,}14$.

Solución

a) Han aprobado el 66.5 % de los estudiantes no trabajadores y el 59 % de los trabajadores.

b) No trabajadores: $\bar{x} = 5{,}7$, $s^2 = 5{,}15$, $s = 2{,}2694$ y $cv = 0{,}3981$.
Trabajadores: $\bar{y} = 5{,}64$, $s^2 = 4{,}7104$, $s = 2{,}1703$ y $cv = 0{,}3848$.
La muestra de los alumnos que no trabajan tiene una dispersión relativa con respecto a la media ligeramente mayor ya que su coeficiente de variación es mayor.

c) No trabajadores: $g_1 = -0{,}4687$.
Trabajadores: $g_1 = -0{,}0026$.
Así pues, la muestra de los alumnos que no trabajan es más asimétrica ya que su coeficiente de asimetría está más lejos de 0.

d) No trabajadores: $\bar{y} = 8{,}765$.
Trabajadores: $\bar{x} = 8{,}678$.
El coeficiente de asimetría no cambia al ser la pendiente de la transformación positiva.

e) No trabajadores: $z(7) = 0{,}5728$.
Trabajadores: $z(6) = 0{,}1659$.
Así pues, un 7 en la muestra de alumnos que no trabajan es relativamente mayor que un 6 en la muestra de alumnos que trabajan.

(5 pts.) 2. En un grupo de pacientes se analiza el efecto de una sustancia dopante en el tiempo de respuesta a un determinado estímulo. Para ello, se suministra en sucesivas dosis, de 10 a 80 mg, la misma cantidad de dopante a todos los miembros del grupo, y se anota el tiempo medio de respuesta al estímulo, expresado en centésimas de segundo.

Dosis (mg)	10	20	30	40	50	60	70	80
Tiempo (10^{-2} s)	28	46	62	81	100	132	195	302

a) Según el modelo de regresión lineal, ¿cuánto aumentará o disminuirá el tiempo de respuesta por cada mg más que aumentemos la dosis?

b) Según el modelo de regresión exponencial, ¿qué tiempo de respuesta se espera para una dosis de 75 mg? ¿Es fiable la predicción?

c) Si para el estímulo estudiado los tiempos de reacción superiores a un segundo se consideran peligrosos para la salud, ¿a partir de qué nivel debería regularse, e incluso prohibirse, la administración de la sustancia dopante según el modelo logarítmico?

Usar las siguientes sumas para los cálculos:
$\sum x_i = 360$ mg, $\sum \log(x_i) = 29{,}0253 \log(\text{mg})$, $\sum y_j = 946\ 10^{-2}$ s, $\sum \log(y_j) = 36{,}1538 \log(10^{-2}\text{ s})$, $\sum x_i^2 = 20400\text{ mg}^2$, $\sum \log(x_i)^2 = 108{,}7717 \log(\text{mg})^2$, $\sum y_j^2 = 169958\ 10^{-2}\text{ s}^2$, $\sum \log(y_j)^2 = 167{,}5694 \log(10^{-2}\text{ s})^2$,
$\sum x_i y_j = 57030$ mg$\cdot 10^{-2}$ s, $\sum x_i \log(y_j) = 1758{,}6576$ mg$\cdot \log(10^{-2}\text{ s})$, $\sum \log(x_i) y_j = 3795{,}4339 \log(\text{mg}) 10^{-2}$ s, $\sum \log(x_i)\log(y_j) = 134{,}823 \log(\text{mg})\log(10^{-2}\text{ s})$.

Solución

a) $\bar{x} = 45$ mg, $s_x^2 = 525\text{ mg}^2$.
$\bar{y} = 118{,}25\ 10^{-2}$ s, $s_y^2 = 7261{,}6875\ 10^{-4}\text{ s}^2$.
$s_{xy} = 1807{,}5$ mg$\cdot 10^{-2}$ s.
$b_{yx} = 3{,}4429\ 10^{-2}$ s/mg.
Así pues, el tiempo de respuesta aumenta 3,4429 centésimas de segundo por cada mg más que se incrementa la dosis.

b) $\overline{\log(y)} = 4{,}5192 \log(10^{-2}\text{ s})$, $s^2_{\log(y)} = 0{,}5227 \log(10^{-2}\text{ s})^2$.
$s_{x\log(y)} = 16{,}4669$ mg$\cdot \log(10^{-2}\text{ s})$.
Modelo de regresión exponencial: $y = e^{3{,}1078+0{,}0314x}$.
Predicción: $y(75) = 235{,}1434\ 10^{-2}$ s.
Coeficiente de determinación exponencial: $r^2 = 0{,}988$
Así pues, el modelo exponencial se ajusta muy bien a la nube de puntos del diagrama de dispersión pero la muestra es muy pequeña para considerar las predicciones fiables.

c) Modelo de regresión logarítmico: $x = -97{,}3603 + 31{,}501 \ln(y)$.
Predicción: $x(100) = 47{,}7072$ mg.
