EXAMEN DE ESTADÍSTICA (PROBABILIDAD Y VARIABLES ALEATORIAS)

1º Farmacia y Biotecnología — Modelo A — **18 de enero de 2021**

Duración: 1 hora.

(3,5 pts.) 1. Un test para diagnosticar el cáncer de próstata produce un 1 % de falsos positivos y un 0.2 % de falsos negativos. Se sabe también que una población 1 cada 400 hombres sufre este tipo de cáncer.

a) Calcular la sensibilidad y la especificidad del test.

b) Si un hombre tiene un resultado positivo en el test, ¿cuál es la probabilidad de que tenga cáncer de próstata?

c) Calcular e interpretar el valor negativo predictivo del test.

d) ¿Es este teste mejor para detectar o para descartar el cáncer de próstata?

e) Para ver si existe asociación entre el cáncer de próstata y la práctica del deporte, se tomó una muestra de 1000 hombres, de los cuales 700 practicaban deporte, y se observó que había 2 hombres con cáncer de próstata en el grupo de los que practicaban deporte y 3 hombres con cáncer de próstata en el grupo de los que no practicaban deporte. Calcular el riesgo relativo y el odds ratio de sufrir cáncer de próstata cuando se practica deporte.

Solución

Sea C el suceso correspondiente a sufrir cáncer de próstata y $+$ y $-$ los sucesos consistentes en tener un resultado positivo y negativo en el test respectivamente.

a) La sensibilidad es $P(+|D) = 0{,}2$ y la especificidad $P(-|\overline{D}) = 0{,}99$.

b) El valor predictivo positivo es $P(D|+) = 0{,}0476$.

c) El valor predictivo negativo es $P(\overline{D}|-) = 0{,}998$.

d) Como el valor predictivo negativo es mayor que el valor predictivo positivo, el test es mejor para descartar la enfermedad que para confirmarla. De hecho el test no permite detectar la enfermedad ya que el valor predictivo positivo es menor que 0.5.

e) $RR(D) = 0{,}2857$ y $OR(D) = 0{,}2837$. Por tanto, existe una asociación entre la práctica del deporte y el cáncer de próstata, de manera que la probabilidad de sufrir cancer de próstata cuando un hombre practica deporte es casi un cuarto de la probabilidad de sufrirlo cuando no se practica deporte, y con el odds ocurre algo similar.

(3 pts.) 2. La probabilidad de que un hijo de una madre con el gen del daltonismo y un padre sin el gen del daltonismo sea un varón daltónico es 0,25.

a) Si esta pareja tiene 5 hijos, ¿cuál es la probabilidad de que a lo sumo 2 sean varones daltónicos?

b) Si esta pareja tiene 5 hojios, y el sexo de los hijos es equiprobable, ¿cuál es la probabilidad de que 3 o más sean mujeres?

c) Si se toma una muestra aleatoria de 10000 hombres de una población en la que hay un varón daltónico por cada 5000 hombres, ¿cuál es la probabilidad de que haya más de 3 varones daltónicos?

Solución

a) Sea X el número de hijos varones daltónicos en una muestra de 5 hijos de la pareja. Entonces $X \sim B(5, 0{,}25)$ y $P(X \leq 2) = 0{,}8965$.
b) Sea Y el número de mujeres en una muestra de 5 hijos de la pareja. Entonces $Y \sim B(5, 0{,}5)$ y $P(Y \geq 3) = 0{,}5$.
c) Sea Z el número de varones daltónicos en una muestra de 1000 hombres de la población. Entonces $Z \sim B(10000, 2e-04) \approx P(2)$ y $P(Z > 3) = 0{,}1429$.

(3,5 pts.) 3. La capacidad craneal de los primates sigue una distribución normal de media 1200 cm^3 y desviación típica 140 cm^3.

a) Calcular la probabilidad de que la capacidad craneal de un primate sea mayor de 1400 cm^3.
b) Calcular la probabilidad de que la capacidad craneal de un primate sea exáctamente 1400 cm^3.
c) Calcular la capacidad craneal por encima de la cual estarán el 20 % of primates.
d) Calcular el rango intercuartílico de la capacidad craneal de los primates e interpretarlo.

Solución

Sea X la capacidad craneal de los primates. Entonces $X \sim N(1200, 140)$.

a) $P(X > 1400) = 0{,}0766$.
b) $P(X = 1400) = 0$.
c) $P_{80} = 1317{,}827$ cm^3.
d) $Q_1 = 1105{,}5714$ cm^3, $Q_3 = 1294{,}4286$ cm^3 y $IQR = 188{,}8571$ cm^3. Por tanto, el 50 % central de los datos está concentrado en un intervalo de amplitud 188,8571 cm^3, que es poca dispersión.
