

EXAMEN DE EXAMEN DE ANÁLISIS

1º Grado en Ingeniería Matemática

Modelo B

2024-05-30

1. (2.5 puntos) El centroide de la región plana encerrada entre la gráfica de una función $f(x)$ y el eje x en un intervalo $[a, b]$ tiene coordenadas

$$\bar{x} = \frac{\int_a^b x f(x) dx}{\int_a^b f(x) dx},$$
$$\bar{y} = \frac{\int_a^b f(x)^2 dx}{2 \int_a^b f(x) dx}.$$

Aplicar el mismo razonamiento usado en la deducción de estas fórmulas para deducir las fórmulas del centroide de la región plana encerrada entre las gráficas de dos funciones $f(x)$ y $g(x)$ en el intervalo $[a, b]$, siendo $f(x) \geq g(x) \forall x \in [a, b]$.

2. (2.5 puntos) Estudiar la convergencia de las siguientes series y, en caso de que converjan, dar una cota del error cometido al aproximar su suma mediante la suma parcial de orden 100.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n}}{n^2}.$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{(n+1)}{n^2 + n - 1}}.$

3. (2.5 puntos) Dos personas lanzan una moneda de manera alternada y gana el primero que obtenga una cara. Expresar con una serie la probabilidad de que gane cada una de ellas. Demostrar que la suma de esas dos series es 1.
4. (2.5 puntos) Calcular la serie de Taylor de la función $f(x) = \ln(x - 1)$ en $a = 2$ y determinar su dominio de convergencia.