

Ejercicio de Inferencia

En un estudio sobre el reparto de género de las tareas domésticas se ha medido el número medio de horas diarias que se destinan a las tareas domésticas en un grupo de personas, obteniendo los siguientes resultados:

Mujeres:	3.2	3.1	2.7	4.4	3.7	3.9	2.4	3.6
Hombres:	3.3	2.1	1.7	2.4	1.6	1.8	2.7	

Suponiendo que el tiempo dedicado a las tareas domésticas sigue una distribución normal tanto mujeres como en hombres, se pide:

- Contrastar con un nivel de significación 0.1 si el tiempo medio que dedican los hombres a las tareas domésticas es inferior a 2.6 horas diarias.
- ¿Qué tamaño muestral sería necesario para estimar con un 95% de confianza el tiempo medio que dedican los hombres a las tareas domésticas con un margen de error de ± 0.1 horas?
- Contrastar si las mujeres dedican más tiempo que los hombres a las tareas domésticas asumiendo varianzas iguales.
- ¿Entre qué valores estará la diferencia del tiempo medio destinado a tareas domésticas entre mujeres y hombres para un 90% de confianza?

Solución

Sea X la variable que mide el tiempo dedicado a las tareas domésticas en mujeres e Y en hombres.

- Planteamos las hipótesis $H_0 : \mu_x = 2.6$ y $H_1 : \mu_x < 2.6$. Realizamos el contraste de la t de student para una población.

$$\bar{y} = 2.2286$$

$$\hat{s}_y = 0.6157$$

El estadístico de contraste es $t = \frac{2.2286 - 2.6}{0.6157/\sqrt{7}} = -1.5955$ y el p-valor es $p(t(6) < -1.5955) = 0.0809$. Como el p-valor es menor que $\alpha = 0.1$, rechazamos la hipótesis nula y concluimos que el tiempo medio que dedican los hombres a las tareas domésticas es inferior a 2.6 horas diarias.

b. El tamaño muestral necesario es

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \cdot \hat{s}_y}{E} \right)^2 = \left(\frac{1.96 \cdot 0.6157}{0.1} \right)^2 = 145.68.$$

c. Planteamos las hipótesis $H_0 : \mu_x = \mu_y$ y $H_1 : \mu_x > \mu_y$. Realizamos el contraste de la t de student para dos poblaciones independientes asumiendo varianzas iguales.

$$\bar{x} = 3.375$$

$$\hat{s}_x = 0.6548$$

$$\hat{s}_p = \sqrt{\frac{7 \cdot 0.6548^2 + 6 \cdot 0.6157^2}{8 + 7 - 2}} = 0.6367$$

El estadístico de contraste es

$$t = \frac{3.375 - 2.2286}{0.6367 \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{7}}} = 3.479,$$

y el p-valor es $p(t(13) > 3.479) = 0.002$. Como el p-valor es menor que $\alpha = 0.05$, rechazamos la hipótesis nula y concluimos que las mujeres dedican más tiempo que los hombres a las tareas domésticas.

d. El intervalo de confianza para la diferencia de medias es

$$3.375 - 2.2286 \pm 1.782 \cdot 0.6367 \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{7}} = 1.1464 \pm 0.5849 = (0.5615, 1.7313).$$