

EXAMEN DE EXAMEN DE ANÁLISIS

1º Grado en Ingeniería Matemática

Modelo A

2024-11-05

1. (3 puntos) Una moto se mueve siguiendo la trayectoria dada por la función vectorial $\mathbf{f}(t) = 2t^3\mathbf{i} + (3t - t^3)\mathbf{j}$.

- a) ¿Con qué rapidez se mueve en el instante $t = 1$?
- b) Calcular la curvatura de la trayectoria en el instante $t = 1$.
- c) Calcular las componentes tangencial y normal de la aceleración en el instante $t = 1$.

2. (3.5 puntos) Una compañía produce productos de dos tipos X e Y . La demanda de estos productos viene dada por las funciones

$$d_x(x, y) = 120 - 2x + y$$

$$d_y(x, y) = 100 + \frac{x}{2} - y$$

donde d_x y d_y son las unidades demandadas de productos X e Y respectivamente, y x e y sus precios. El coste de producción de d_x unidades de x y d_y unidades de y viene dado por la función $c(d_x, d_y) = 20d_x + 30d_y + \frac{1}{2}d_x d_y$.

- a) Calcular las derivadas parciales de las funciones de demanda e interpretarlas.
 - b) Calcular las derivadas parciales de la función de beneficio con respecto a las demandas de los productos e interpretarlas.
 - c) Calcular las derivadas parciales de la función de beneficio con respecto a los precios de los productos e interpretarlas.
 - d) ¿Cuántas unidades de cada producto debe producir la compañía para maximizar sus beneficios?
¿Cuál es el beneficio máximo?
3. (3.5 puntos) La superficie de una función $f(x, y)$ contiene las trayectorias dadas por las funciones vectoriales $\mathbf{f}(t) = (e^{-t}, 2t + 2, 3 - 2t + t^2)$ y $\mathbf{g}(t) = \left(\sqrt{t}, \frac{t^2+3}{2}, 4t^4 - t\right)$.
- a) Calcular la ecuación de la recta tangente a la trayectoria de \mathbf{g} en el punto $(1, 2, 3)$.
 - b) Calcular la ecuación del plano tangente a la superficie de f en el punto $(1, 2, 3)$.
 - c) En ese mismo punto, ¿cuál es la tasa de variación de f con respecto a x si y se mantiene constante?
¿Cuál es la tasa de variación instantánea de f con respecto a y si x se mantiene constante?
 - d) Usar el polinomio de Taylor de primer grado de f en el punto $(1, 2)$ para aproximar el valor de $f(0.9, 2.1)$.