

**EXAMEN DE EXAMEN DE ANÁLISIS (2ª PARTE)**

1º Grado en Ingeniería Matemática

Modelo A

2024-01-29

1. (2.5 puntos) Demostrar que la función  $f(x) = \ln(x)$  es igual a su derivada en un único punto y calcular su valor aproximado con al menos 2 decimales.
2. (2.5 puntos) La concentración de un fármaco en sangre,  $C$  en mg/dl, y el tiempo,  $t$  en s, están relacionados mediante la expresión  $e^{tC} - t^2C^3 - \ln(C) = 0$ .
  - a) ¿Cómo varía la concentración del fármaco en sangre con el tiempo en el instante  $t = 0$ ?
  - b) Calcular la ecuación de la recta normal a la curva definida por la ecuación anterior en ese mismo instante.
3. (2.5 puntos) En un ecosistema en el que hay una especie *presa*,  $p$ , y otra *depredador*,  $d$ , la cantidad de individuos de una y otra dependen del tiempo, en años, según las siguientes expresiones ( $t > 0$ ):

$$\begin{cases} p(t) = \frac{\ln(t+2)}{t+2} \\ d(t) = te^{-2t} \end{cases}$$

- a) ¿En qué instante el número de presas será máximo? ¿Y mínimo?
  - b) ¿En qué instante el número de depredadores será máximo? ¿Y mínimo?
  - c) Calcular la tasa de variación del número de presas con respecto al número de depredadores en el instante  $t = 2$  e interpretarla.
4. (2.5 puntos) Un globo que está lleno de un gas perfecto tiene un volumen de 5 litros, una presión de 1 atmósfera y una temperatura de 300 K.
  - a) Si en ese instante se empieza a calentar el gas a razón de 5 K/min, ¿cómo cambiará la presión suponiendo que el volumen se mantiene constante?
  - b) Si en ese instante se empieza a comprimir el globo de manera que el volumen decrece a razón de 10 cl/min, ¿qué variación experimentará la presión si se mantiene la temperatura constante? Dar una aproximación lineal del instante en el que el globo explotará, suponiendo que la presión máxima que puede soportar es de 1.1 atmósferas.

Nota: La ecuación de los gases perfectos es  $PV = cT$ , donde  $P$  es la presión,  $V$  el volumen,  $T$  la temperatura absoluta y  $c$  una constante.