

EXAMEN DE ESTADÍSTICA (PROBABILIDAD Y VARIABLES ALEATORIAS)

2º Fisioterapia

Modelo A

31 de mayo de 2018

Duración: 1 hora y media.

- (2,5 pts.) 1. Se recurre a cierta técnica con ultrasonidos en el proceso de diagnóstico de una enfermedad. Su sensibilidad es del 91 % y su especificidad del 98 %. Sabiendo que la prevalencia de dicha enfermedad es del 20 %, se pide:
- Si a un individuo se le aplica la técnica y el resultado es positivo, ¿cuál es la probabilidad de que sufra esta enfermedad?
 - Si el resultado fuese negativo, ¿cuál sería la probabilidad de que no tuviera la enfermedad?
 - ¿La técnica es más fiable para confirmar la enfermedad o para descartarla? Justificar la respuesta.
 - Calcular la probabilidad de obtener un diagnóstico acertado con esta técnica.

Solución

Sea E el suceso consistente en tener la enfermedad y $+$ y $-$ los sucesos correspondientes a obtener un resultado positivo y negativo respectivamente en el test.

- $VPP = 0,9192$.
 - $VPN = 0,9776$.
 - Es más fiable para descartar la enfermedad ya que el valor predictivo negativo es mayor que el valor predictivo positivo.
 - $P(E \cap +) + P(\bar{E} \cap -) = 0,966$.
-

- (2,5 pts.) 2. Se sabe que la longitud del fémur de un feto a las 25 semanas de embarazo sigue una distribución normal de media 44 mm y desviación típica 2 mm. Se pide:
- Calcular la probabilidad de que, tomando un feto de 25 semanas al azar, el fémur mida más de 46 mm.
 - Calcular la probabilidad de que, tomando un feto de 25 semanas al azar, el fémur mida entre 46 y 49 mm.
 - Determina un intervalo (a, b) centrado en la media, que contenga el 80 % de los valores de la longitud del fémur de fetos de 25 semanas.

Solución

Sea $X \sim N(44, 2)$ la longitud del fémur de un feto a las 25 semanas de embarazo.

- $P(X > 46) = 0,1587$.
 - $P(46 < X < 49) = 0,1524$.
 - El intervalo centrado en 44 que contiene 80 % de las longitudes del fémur de fetos de 25 semanas es $(41,4369, 46,5631)$.
-

- (2,5 pts.) 3. La probabilidad de que una lesión A se reproduzca es $4/5$, la de que se reproduzca otra lesión B es $1/2$, y la de que ninguna se reproduzca $1/20$. Hallar la probabilidad de que:

- a) Al menos una se reproduzca.
- b) Sólo se reproduzca la lesión B .
- c) Se reproduzca la lesión B si se ha reproducido la A .
- d) Se reproduzca la lesión B si no se reproduce la lesión A .

Solución

- a) $P(A \cup B) = 19/20$.
 - b) $P(B \cap \bar{A}) = 3/20$.
 - c) $P(B/A) = 7/16$.
 - d) $P(B/\bar{A}) = 3/4$.
-

(2,5 pts.) 4. Una clínica de fisioterapia abre 6 horas al día y se sabe que el número medio de pacientes por día que llegan a la clínica es 12.

Se pide:

- a) Calcular la probabilidad de que lleguen más de 4 pacientes en 1 horas.
- b) Si la clínica tiene 4 fisioterapeutas y cada uno puede atender a un paciente por hora, ¿cuál es la probabilidad de que un día cualquiera haya alguna hora en la que algún paciente no pueda ser atendido? ¿Cuántos empleados debería haber para asegurarse de que esta probabilidad es menor del 10 %?

Solución

- a) Sea X el número de pacientes que llegan en 1 horas. $X \sim P(2)$ y $P(X > 4) = 0,0527$.
 - b) Sea Y el número de horas en un día en las que algún paciente no puede ser atendido. $Y \sim B(6, 0,0527)$ y $P(Y > 0) = 0,2771$. Se necesitan 5 empleados para que esta probabilidad sea menor del 10 %.
Se necesitan 5 empleados para que esta probabilidad sea menor del 10 %, ya que $P(X > 5) = 0,0527$ y $P(Y > 0) = 0,0954$, siendo ahora $Y \sim B(6, 0,0166)$.
-