

## EXAMEN DE EXAMEN DE ANÁLISIS

2º Grado en Ingeniería Matemática

Modelo A

2023-11-14

1. (2.5 puntos) Una fábrica de componentes electrónicos produce dos tipos de chips. Los ingresos, en cientos de euros, obtenidos por la venta de  $x$  miles de unidades del primer tipo e  $y$  miles de unidades del segundo tipo vienen dados por la función  $I(x, y) = -x^2 - \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{4}xy + 280x + 260y + 1000$ , mientras que los gastos de producción, vienen dados por la función  $C(x, y) = 100x + 120y + 6000$ . ¿Qué cantidad de chips de cada tipo debe producir la fábrica para maximizar el beneficio?
2. (2.5 puntos) La presión en la posición  $(x, y, z)$  de un espacio es  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^3$ , y la posición de un objeto en cada instante  $t > 0$  en ese mismo espacio está dada por la función vectorial

$$\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = 1 \\ z = 1/t \end{cases}$$

- a) Calcular la ecuación de la recta tangente a la trayectoria en el punto  $(1, 1, 1)$ .
- b) Calcular la ecuación del plano normal a la trayectoria en el punto  $(1, 1, 1)$ .
- c) ¿Es la dirección de esta trayectoria al pasar por el punto  $(1, 1, 1)$  aquella en la que que el crecimiento de la presión es máximo?
- d) ¿Cuál es la tasa de variación de la presión que soporta el objeto con respecto al tiempo en ese mismo instante?
3. (2.5 puntos) El consumo de combustible de una avioneta (en l/m) depende de la altura a la que vuela  $h$  (en km) y su velocidad  $v$  (en cientos de km/h) según la función  $c(h, v) = \frac{v^2}{\ln(\sqrt{h+2})}$ .
- a) En el momento en que el avión tiene una altitud de 2 km y una velocidad de 250 km/h, ¿cómo cambiará el consumo si empezamos a cambiar la velocidad y la altura de manera que la velocidad disminuya la mitad de lo que aumenta la altura?
- b) En ese mismo instante, ¿cómo debería cambiar la altitud y la velocidad para que el consumo se reduzca lo más rápidamente posible?
- c) Si en ese instante, el avión empieza a acelerar a razón de 5 km/h y su altura empieza a disminuir a razón de 100 m/min. ¿Cuál será la tasa de variación del consumo de combustible?
4. (2.5 puntos) Un cable de longitud  $l$  tiene una sección circular de radio  $r$  y se enrolla sobre un cilindro de radio  $R$ . ¿Cuál es la longitud más corta que debe tener el cilindro para poder enrollar todo el cable sin que se solape?
- Calcular la longitud para un cilindro de radio 10 cm y un cable de 10 m con una sección circular de radio 2 cm. ¿Cuántas vueltas completas daría el cable alrededor del cilindro?