EXAMEN DE EXAMEN DE ANÁLISIS

1º Grado en Ingeniería Matemática Modelo A **2023-11-15**

1. (2 puntos) Sea $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ una sucesión tal que

$$\lim_{n\to\infty} x_{2n} = \lim_{n\to\infty} x_{2n+1} = l.$$

   Demostrar que $\lim_{n\to\infty} x_n = l$.

2. (2 puntos) La cantidad de agua almacenada en un embalse en hectómetros cúbicos viene dada por la función

$$h(t) = \frac{10t + \cos(2t)}{4t + 2\operatorname{sen}(3t)}$$

   Analizar si la cantidad de agua converge o no a largo plazo.

3. (2 puntos) Dado el conjunto $A = \{\frac{\sin(n)}{n}, n \in \mathbb{N}\}$,

   a) Calcular su ínfimo, mínimo, supremo y máximo si existen.
   b) Calcular sus puntos de acumulación.
   c) Estudiar si se trata de un conjunto abierto o cerrado.

4. (2 puntos) Dada la función $f(x) = \dfrac{ax^n}{x^2 + bx}$,

   - ¿Cuánto debe valer a, b y n para que f tenga una asíntota vertical $x = 3$ y una asíntota horizontal $y = 2$?
   - ¿Cuánto debe valer a, b y n para que f tenga una asíntota oblicua $y = 3x - 1$?

5. (2 puntos) La sucesión de Fibonacci se define como

$$a_1 = a_2 = 1 \quad \text{y} \quad a_{n+1} = a_n + a_{n-1}.$$

   Demostrar que la sucesión $\left(\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\right)_{n=1}^{\infty}$ converge al número $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.