


| | | |
|---|--------------------------------------|----------|
|  | EXAMEN DE ANÁLISIS (1ª PARTE) | |
| | Grado en Ingeniería Matemática | Nombre: |
| | Asignatura: ANÁLISIS III | DNI: |
| | Fecha: 2024-12-20 | Modelo A |

Duración: 1 hora y 15 minutos.

- (4 puntos) La temperatura de una placa de inducción térmica en cada punto (x, y) de su superficie viene dada por la función $T(x, y) = ye^{-x^2-2y^2}$.
 - ¿Cuál es la tasa de variación instantánea de la temperatura en el punto $(0, 0)$ si empezamos a movernos en la dirección en la que x decrece un tercio de lo que aumenta y ?
 - ¿En qué puntos la temperatura será máxima y mínima? ¿Cuál será la temperatura en esos puntos?
 - Usar el polinomio de Taylor de segundo grado en el punto $(1, 0)$ para aproximar la temperatura en el punto $(0,9, 0,1)$.
- (3 puntos) Un coche circula por una circuito elíptico cuya trayectoria viene dada por la función vectorial $f(t) = (400 \cos(10t), 100 \sin(10t))$, donde t está dado en minutos y las coordenadas de f en metros.
 - Calcular la rapidez del vehículo en el instante $t = \pi$.
 - Calcular la curvatura de la trayectoria en ese instante.
 - Calcular la componente tangencial del vector aceleración en ese instante.
 - Calcular la componente normal del vector aceleración en ese instante.
 - Suponiendo que los neumáticos no proporcionan ningún agarre (por ejemplo porque hay hielo en la carretera), ¿cuál es el mínimo ángulo que debería tener el peralte de la curva en este instante para que el coche no se salga del circuito? Tómese una aceleración debida a la gravedad de $9,8 \text{ m/s}^2$.
- (3 puntos) La ecuación $(x^2 + y^2 + z^2 + R^2 - r^2)^2 = 4r^2(x^2 + y^2)$ define la superficie de un toroide de radio mayor R y radio menor r .
 - Para un toro de radio mayor 4 y radio menor 2, probar que la ecuación anterior define implícitamente a z como una función de x y y en un entorno del punto $(4, 0, 2)$.
 - Calcular el gradiente de z como función implícita de x y y en el punto $(4, 0)$ e interpretarlo.