

FUNDAMENTOS DE LAS MATEMÁTICAS

Lógica, conjuntos y estructuras algebraicas

Juan Pablo Restrepo

PRIMERA EDICIÓN

Índice general

1. Lógica Proposicional	1
1.1. Introducción	1
1.2. Conectivos Lógicos	1
1.3. Tablas de Verdad	2
1.4. Ejercicios	2
Apéndice: Material Complementario	3
.1. Demostraciones Adicionales	3
.2. Tablas de Símbolos	3

Índice de figuras

Índice de cuadros

Capítulo 1

Lógica Proposicional

1.1 Introducción

La lógica matemática es el estudio de los métodos de razonamiento. En este capítulo introducimos los conceptos fundamentales de la lógica proposicional, que constituye la base del pensamiento matemático riguroso.

Definición 1.1. Una **proposición** es un enunciado declarativo que puede ser verdadero o falso, pero no ambos simultáneamente.

Ejemplo 1.1. Los siguientes son ejemplos de proposiciones:

- “ $2 + 2 = 4$ ” (verdadera)
- “La Tierra es plana” (falsa)
- “Existen infinitos números primos” (verdadera)

1.2 Conectivos Lógicos

Los conectivos lógicos permiten construir proposiciones compuestas a partir de proposiciones simples.

Definición 1.2. Los **conectivos lógicos** básicos son:

- Negación (\neg): “no”
- Conjunción (\wedge): “y”
- Disyunción (\vee): “o”

- Implicación (\rightarrow): “si... entonces”
- Bicondicional (\leftrightarrow): “si y solo si”

1.3 Tablas de Verdad

Las tablas de verdad determinan el valor de verdad de proposiciones compuestas.

Teorema 1.1. *Para toda proposición p , se cumple que $\neg(\neg p) \equiv p$.*

Demostración. Construimos la tabla de verdad:

p	$\neg p$	$\neg(\neg p)$
V	F	V
F	V	F

Observamos que las columnas p y $\neg(\neg p)$ son idénticas. □

1.4 Ejercicios

Ejercicio 1.1. Construye la tabla de verdad para la proposición $(p \wedge q) \rightarrow p$.

Ejercicio 1.2. Demuestra que $(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$.

Apéndice: Material Complementario

.1 Demostraciones Adicionales

Aquí puedes incluir demostraciones más detalladas o extensas que no encajan en el cuerpo principal del libro.

.2 Tablas de Símbolos

Aquí puedes incluir tablas de símbolos lógicos y matemáticos de referencia.