



МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ ИННОВАЦИЙ И ВЫСОКИХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКОЙ ИНФОРМАТИКИ



Выпускная квалификационная работа Бакалавра

по теме «Применение оптического трекинга в тренажёрах с системами виртуального окружения»

Тема утверждена на заседании Государственной
экзаменационной комиссии Кафедры Физико-технической
информатики (протокол № 4 от 14 сентября 2013 г.)

Бакалавр

Сандлер А.Д.
(Ф.И.О.)

Руководитель

(подпись)

к.т.н., доцент, Алешин В.П.
(ученая степень, ученое звание, Ф.И.О.)

Москва, 2014

Содержание

Введение	3
1. Обзор современных методов трекинга	7
<i>1.1. Классификация систем трекинга по принципу отслеживания объектов</i>	<i>7</i>
1.1.1. Оптический трекинг	7
1.1.2. Видео-трекинг	8
1.1.3. Радары	12
1.1.4. Инерционные маркеры	13
1.1.5. Механический трекинг	13
1.1.6. Магнитный трекинг	14
<i>1.2. Альтернативные подходы</i>	<i>14</i>
2. Применение системы трекинга к горнолыжному тренажёру	
МФТИ	16
2.1. Определение принципа работы трекинга	16
2.2. Обзор существующих систем оптического трекинга	16
2.3. Установка камер и калибровка	18
2.4. Сглаживание дрожания	20
2.5. Получение данных по протоколу VRPN	22
3. Экспериментальные исследования	24
3.1. Анализ данных	24
3.2. Физическая модель движения лыжника по трассе	29
3.3. Проблема восприятия виртуального 3D пространства	35
4. Заключение	39
Список использованной литературы	41

Введение

Системы трекинга (tracking systems) позволяют определять местонахождение объектов в пространстве относительно некоторой выбранной системы координат. С ростом вычислительной мощности персональных компьютеров и выходом оборудования для трекинга (ИК-камеры, световозвращающие маркеры, и т.д.) в бюджетный сегмент рынка, такие системы приобретают всё большую популярность среди инженеров, исследовательских коллективов и энтузиастов. Область применения трекинга очень обширная – от захвата движений человека (Рис 1.) для создания реалистичных сцен в мультфильмах и кино, до систем виртуального окружения реального времени, позволяющих полностью погрузиться в события, происходящие на 3D-сцене.



Рис. 1. Применение трекинга для захвата мимики лица при создании 3D-модели для фильма

Целью данной работы было изучение различных систем трекинга, существующих на сегодняшний момент, применение наиболее подходящей такой системы к горнолыжному тренажёру МФТИ, оснащённому системой виртуальной реальности, для создания большего эффекта погружения в виртуальное пространство, а также изучение восприятия 3D пространства при различных конфигурациях системы визуализации тренажёра. Как будет показано в главе 3, наличие системы трекинга в тренажёре позволяет создать реалистичную модель перемещения горнолыжника по трассе. Модель основана на данных

перемещения на тренажёре и экспериментальных работах по определению радиуса поворота [1], сопротивления снега [2] и взаимодействия снега и лыж [3]. Модель позволит в будущем управлять поперечной скоростью и силой бокового сопротивления, которую испытывает спортсмен при поворотах, что позволит добиться ещё большего соответствия тренажёра реальности за счёт правильных тактильных ощущений.

Актуальность работы объясняется следующими соображениями. Интеграция горнолыжного тренажёра с системой трекинга выводит качество тренировок на принципиально новый уровень – становится возможным осуществлять визуализацию трассы в реальном времени, исходя из положения спортсмена на тренажёре. Появляются возможности для изучения направления взгляда спортсмена. Обычные горнолыжные тренажёры выглядят подобно Рис. 2 (ProSki) или Рис. 3 (SkyTec), которые тренируют только механику перемещения по склону, но не прохождение по трассе. В данной работе рассматривается подход к отображению горнолыжных трасс на экране тренажёра, позволяющий запоминать параметры и особенности трассы в различных погодных условиях. Также в ходе работы исследовалось восприятие спортсменом пространства при тренировках на тренажёре ProSki с наголовным шлемом в качестве системы отображения виртуальной сцены, и проведено качественное сравнение трёх подходов к визуализации трассы с точки зрения восприятия пространства человеком. В ходе экспериментов была обнаружена проблема стабильности восприятия изображения в наголовном шлеме. Эта проблема неоднократно поднималась ранее в работах нейрофизиологов и специалистов по зрению (см., например, [4]).



Рис. 2. Горнолыжный тренажёр ProSki Simulator



Рис. 3 Горнолыжный тренажёр SkyТес, расположенный в спорткомплексе МФТИ

Научная новизна работы состоит в разработке модели прохождения спортсмена по трассе с учётом физических параметров снега и

особенностей тренировок на тренажёре, а также в разработке модуля для сбора и анализа статистических данных о тренировках. Другой важный аспект научной новизны работы – проведение качественного сравнения различных подходов к визуализации трассы на тренажёре.

Прикладная ценность работы состоит в статистическом анализе данных, получаемых с тренажёра во время тренировок. Помимо исследования восприятия пространства, программа визуализации тренажёра позволяет записывать траекторию прохождения спортсмена по трассе в виде массива точек трёхмерного пространства, обозначающих позицию головы и ног тренируемого. Изучая и анализируя эти данные, можно численно оценить, насколько хорошо спортсмен прошёл трассу, исходя из некоторых параметров, таких, как средняя и максимальная скорость, время виртуального заезда, кривизна траектории, и многих других.

Данная работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований, грант 13-07-00398 «Исследование визуального 3D восприятия в системах виртуального окружения».

1. Обзор современных методов трекинга

В данной главе будут рассмотрены современные и исторические подходы к трекингу, будет дана их классификация по способу отслеживания, а также сравнение различных подходов и их достоинства, и недостатки в той или иной среде применения.

1.1. Классификация систем трекинга по принципу отслеживания объектов

1.1.1. Оптический трекинг

Самым распространённым на сегодняшний день методом трекинга является оптический трекинг. Суть его заключается в том, что на объект, за которым осуществляется слежение, прикрепляются светоотражающие маркеры (обычно в ИК диапазоне), а вокруг пространства перемещения объекта расположены камеры с инфракрасным фильтром и испускающими диодами ИК диапазона. Лучи, отражённые от маркеров, регистрируются камерами, далее картинка с камер подвергается бинаризации, в результате чего на выходном изображении появляются белые пятна на тёмном фоне (вставить рисунок маркера и вида с камеры). После этого запускается алгоритм поиска центра в области белого цвета, и найденный центр с определённой точностью выдаётся как положение центра маркера в данной камере. После этого центры всех маркеров собираются со всех камер, и на финальном этапе вычисляется позиция маркера в пространстве относительно заданной при калибровке системы координат.

Системы оптического трекинга, в свою очередь, делятся на несколько типов:

- *Системы с пассивными маркерами*, работающие точно по описанному выше принципу. Пример использования пассивного оптического трекинга можно найти в [11].
- *Системы с активными маркерами*

В такой системе маркеры сами испускают сигнал по команде программы трекинга. Сигнал может подаваться конкретному маркеру с временной задержкой или всем сразу, но в таком случае должно производиться разделение сигналов от маркеров по частоте.

- *Системы с высокочастотными светочувствительными маркерами*
В данном подходе используются специальные фоточувствительные элементы, которые способны принимать оптические сигналы от проекторов и вычислять своё относительное местоположение, ориентацию, величину падающего освещения и отражение света.
- *Системы из линз и лазеров для отслеживания спутников, самолётов, планет и т.д.*

Традиционный подход. Такие системы обычно состоят из оптического устройства (видеокамера или телескоп), механической платформы, которая перемещает оптический прибор так, чтобы он всегда был нацелен на объект слежения, а также real-time компьютерной системы, которая обрабатывает оптический сигнал и вычисляет координаты объекта. Пример использования такого подхода описан в работе [5]

В таблице 1 приводится общее сравнение вышеперечисленных систем оптического трекинга по нескольким параметрам.

Таблица 1. Сравнение систем оптического трекинга по нескольким параметрам.

Типы систем оптического трекинга	Сложность установки	Стоимость	Частота обновления	Точность	Область видимости
Пассивные маркеры	низкая	средняя	100 Гц	~0.5 мм, высокая	До 6 м
Активные маркеры	средняя	средняя	задаётся в программе	высокая	До 10 м
Светочувствительные маркеры	средняя	низкая	500 Гц	высокая	До 6 м
Традиционный подход	высокая	высокая	зависит от CPU	~L, низкая	До 10 ⁸ м

1.1.2. Видео-трекинг

Все разновидности видео-трекинга работают по схожему принципу –

по имеющемуся или поступающему в режиме реального времени видеоряду вычисляются координаты объекта, его расположение относительно других объектов или вообще присутствие/отсутствие объекта на сцене. Различают следующие виды видео-трекинга:

- *Распознавание контуров*

В этом случае из видеоряда каким-либо образом извлекаются контуры интересующего объекта. Например, алгоритм Conditional Density Propagation, описанный Майклом Айзардом и Эндрю Блэйком в [6], относится к трекингу такого типа.

- *Распознавание областей*

В алгоритмах такого типа осуществляется поиск областей, которые цветом, яркостью, или другими параметрами отличают интересующую область от всего остального. В простейшем случае алгоритм просто выделяет области одинакового цвета или яркости.

- *Слежение за ключевыми точками и восстановление геометрии*

Если известна геометрия твёрдого тела, то можно выделять из видеоряда только некоторые «ключевые» точки, по которым далее можно восстановить местоположение и ориентацию всего тела.

Очевидным преимуществом систем видео-трекинга по сравнению с остальными системами является то, что для видео-трекинга не нужны никакие дополнительные устройства, наподобие маркеров или линз, достаточно только видеоряда. Но для осуществления видео-слежения в режиме реального времени требуется мощный компьютер, который бы обрабатывал видеокадры без задержек. Другим значительным недостатком являются помехи и шумы на видео, устранение которых также занимает время центрального процессора.

Интересный исторический пример видео-трекинга можно обнаружить в проекте Koos Verhoeff и Anton Bakker 1980-1982 годов. Это была прорывная для своего времени работа, объединяющая в себе компьютерное зрение, точное управление сложным механическим

устройством при помощи только компьютера и поиск пути в лабиринтах. Механическая часть проекта выглядела, как на Рис. 4:



Рис. 4 Кадр из видеозаписи, снятой в 1982 году про проект Koos Verhoeff и Anton Bakker

Она представляла собой головоломку-лабиринт, в котором катается шарик. Задача состоит в том, чтобы, наклоняя доску, провести шарик по лабиринту, не уронив его в отверстия. Над доской располагалась одна из первых в то время цифровых камер, а также лампа для лучшего освещения. Шарик был покрашен в чёрный цвет для увеличения контрастности. Система из камеры и лампы перемещалась вслед за шариком на специальных рельсах. Вся система управлялась тремя компьютерами: один следил за шариком, другой управлял моторами, наклоняющими доску, третий был «мозгом» и решал задачу поиска пути в графе, выдавая вектор необходимого перемещения шарика. Система целиком выглядела, как на Рис. 5:

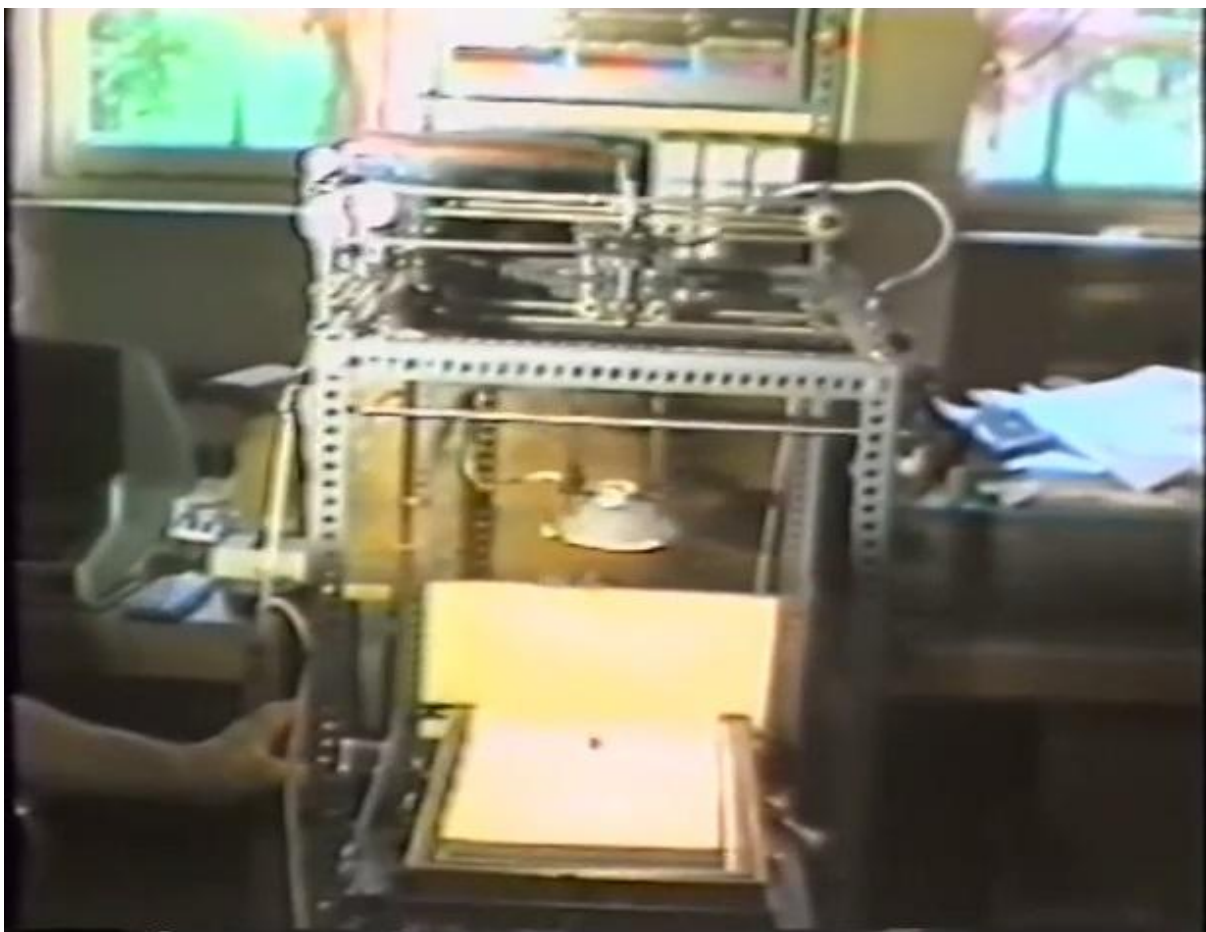


Рис. 5 Система для решения головоломки-лабиринта целиком

Данная работа, хоть и являлась всего лишь интересной игрой, объединила многие достижения своего времени и стимулировала дальнейший рост и развитие в области компьютерного зрения и трекинга. Полностью видеоролик можно посмотреть по ссылке [7].

Одним из перспективных направлений видео-трекинга является eye-трекинг, или отслеживание движений зрачков. Знание о том, куда в данный момент направлен взгляд, позволяет отрисовывать виртуальную реальность в соответствии с восприятием пространства человеком (например, фокусироваться на те объекты, на которые в данный момент направлен взгляд, и делать смещение всех объектов при переносе центра зрения в другую точку). Также, зная, на какую дальность настроено зрение в конкретный момент (исходя из глубины фокусного объекта в 3D сцене), можно управлять параллаксом стереоскопической картины, делая его минимальным для объектов в фокусе [12]. Сложность, возникающая в

процессе отслеживания движений глаз, возникает в том, что в некоторые моменты зрачок совершает движения с частотой около 200 Гц (т.н. саккады), поэтому для отслеживания этих движений нужно иметь высокочастотную камеру.

1.1.3. Радары

Одним из широко распространённых способов обнаружения и слежения за объектами является радиолокация, которая применяется для наблюдения за самолётами, в противовоздушной обороне и во многих других областях техники. Радар работает, исходя из принципов распространения и отражения радиоволн. Генератор ЭМВ высокой частоты посылает сигнал в зону возможного местонахождения объекта, затем он отражается и улавливается приёмником, и далее анализируется. Различают несколько методов, с помощью которых можно узнать расстояние до объекта по пришедшему сигналу. В *частотном* методе исходный сигнал модулируется по частоте с постоянной скоростью, и по разнице частот исходного и полученного сигнала можно определить время, которое ЭМ волна распространялась туда и обратно, а зная её скорость ($3 \cdot 10^8$ м/с), не составляет труда вычислить расстояние до объекта. *Фазовый* метод заключается в измерении разности фаз исходного и принятого сигналов в связи с эффектом Доплера. Частота регистрируемого сигнала зависит от скорости объекта, как

$$\omega = 2\pi \frac{c}{\lambda} = \omega_0 \frac{1}{\left(1 - \frac{v}{c}\right)}.$$

Соответственно, метод позволяет узнать скорость объекта, но не его местоположение. *Импульсный* метод заключается в том, что радар испускает очень короткий по времени сигнал, а затем переходит в режим ожидания эха. По времени ожидания сразу вычисляется расстояние до объекта. Недостатком этого метода является то, что с его помощью нельзя измерять малые расстояния, а также необходим достаточно мощный

генератор импульсов.

1.1.4. Инерционные маркеры

В работе [8] описан принцип отслеживания взаимного расположения составных частей объекта, основанный на инерционных маркерах. Каждый такой маркер содержит в себе 3D-гироскоп, акселерометр и магнитометр, сигнал с которых поступает одновременно. По изменениям значений судят об относительном перемещении маркеров. Данная система также позволяет отслеживать объект в некоторой глобальной системе координат, что требует дополнительной калибровки. Достоинством такой системы можно считать отсутствие камер и необходимости видимости маркеров. К недостаткам относятся дополнительная сложность при калибровке и достаточно большой размер маркеров, а также худшая по сравнению с оптическими системами точность.

1.1.5. Механический трекинг

В механическом трекинге используется устройство, позволяющее напрямую измерять углы и координаты тела через изменение углов и координат некоторого твёрдого тела, параметры которого известны заранее. Обычно эти устройства напоминают некоторый каркас изменяемой формы, который умеет регистрировать углы в шарнирных соединениях. Эти системы по своей сути являются системами трекинга реального времени, они достаточно дешёвые и не требуют проводов. Однако свобода перемещения в таком подходе сильно ограничена. Своё применение такие системы получили в хирургии – когда врач, проводящий операцию, делает резкое движение, система это регистрирует и может при необходимости задержать скальпель (поскольку человек взаимодействует с такой системой трекинга непосредственно), или разрешить это действие на второй раз (чтобы исключить случайные дрожания рук).

1.1.6. Магнитный трекинг

Системы магнитного трекинга вычисляют положение и ориентацию тела по относительному магнитному потоку в трёх ортогональных катушках в источнике и во всех приёмниках (маркерах). Это требует тщательной калибровки наблюдаемого пространства. Достоинством такой системы является уменьшение (по сравнению с оптическим трекингом) числа маркеров (достаточно двух третей от количества оптических маркеров). В данном подходе также имеются и существенные недостатки – магнитные маркеры очень чувствительны к магнитным и металлическим объектам в зоне трекинга (железобетонным каркасам зданий, проводам, и т.д.), а зона трекинга по сравнению с оптическим трекингом заметно меньше.

1.2. Альтернативные подходы

Все рассмотренные выше способы отслеживания объектов основаны на отслеживании фактического перемещения и поворотов в реальности, что не всегда удобно, например, когда размеры виртуального пространства значительно превышают размеры области слежения, а перемещаться по виртуальному пространству нужно полностью. Для устранения этой проблемы были разработаны альтернативные подходы к трекингу, так или иначе включающие в себя элемент «бесконечного пространства». Простейшим примером можно считать беговую дорожку, по которой бежать вперёд можно бесконечно, но только в одном направлении. При этом если перед дорожкой поставить стереоскопический экран с 3D картинкой местности, то можно добиться ощущения того, что бег происходит не в комнате, а на трассе или в любой желаемой местности. Развивая эту идею, можно добавить вторую степень свободы в движение, и сделать «бесконечный шар», по которому можно бежать в любую сторону сколько угодно времени. В любом из предложенных вариантов во время движения можно отслеживать перемещение относительно некоторой

виртуальной системы координат с помощью датчиков, которые регистрируют прокручивание дорожки или шара вдоль каждой степени свободы и преобразовывают эти данные в длину.

Можно успешно совмещать разные подходы к трекингу, и получать при этом интересные результаты. В качестве примера рассмотрим ещё один вариант горнолыжного тренажёра - ProleSki Endless Slope (рис. 6). Он обладает одним бесконечным направлением «вниз», вдоль которого катаются спортсмены, и одним конечным направлением «влево-вправо». Перемещение вниз можно отслеживать с помощью датчика вращения, а перемещение влево-вправо – при помощи оптического трекинга. Если перед тренирующимся на этом тренажёре спортсменом поставить стереоскопический экран, и перемещать виртуальную камеру по горнолыжной трассе в зависимости от данных, приходящих с трекинга, то можно добиться практически полного реализма ощущений за счёт более приближенного к реальности движения, чем на классических тренажёрах, и слежения за движением.



Рис. 6 Горнолыжный тренажёр ProleSki Endless Slope с «бесконечной» трассой

2. Применение системы трекинга к горнолыжному тренажёру МФТИ

2.1. Определение принципа работы трекинга

Для установки системы трекинга на тренажёр в МФТИ необходимо было определиться с типом трекинговой системы. Механический трекинг не подходит для этого тренажёра принципиально, так как будет мешать тренирующемуся передвигаться. Магнитный трекинг, как было описано выше, не подходит почти для любых помещений с железными предметами внутри или в каркасе здания. Очевидным образом не подходят радиолокация и датчики вращения «бесконечного» пространства. Из-за сложностей с калибровкой был отклонён вариант с инерционным трекингом. Выбор между системами видео-трекинга и оптическим трекингом пал на последние, так как они значительно проще в использовании (нет необходимости писать специальные алгоритмы для распознавания контуров спортсмена из видеоряда). Другим важным аргументом в пользу оптического трекинга являлось то, что, по сравнению с видео-трекингом, с помощью него значительно проще получать повороты тел, что очень важно для правильной перерисовки системы виртуального окружения на экране.

2.2. Обзор существующих систем оптического трекинга

На сегодняшний день многие компании выпускают системы оптического трекинга. Также, многие разработчики открытого программного обеспечения создают программы для обработки сигналов с ИК-камер, что позволяет далее получать координаты тел и их повороты. Тем не менее, при выборе системы трекинга для тренажёра в МФТИ коммерческие решения представляли больший интерес, так как они поставляются в формате «all-in-box», с камерами и софтом для трекинга вместе.

Существует много доступных коммерческих систем трекинга, все они работают по схожему принципу пассивных маркеров. Ниже приводится краткий обзор наиболее популярных решений, и их сравнение по некоторым параметрам, важным для горнолыжной тренажёрной системы МФТИ. Приводить все параметры всех камер и программных продуктов, разрабатываемых в мире, в данной работе было бы неуместным из-за огромного их количества, поэтому приводятся ссылки на официальные сайты и документации, в которых детально приводятся все технические характеристики.

- ART (Advanced Real-time Tracking) [9] Немецкая фирма, существующая с 1999 года, сотрудничает с Autodesk. <http://www.art-tracking.com/home/>
- Vicon, Оксфорд, Англия, с 1984 года. <http://www.vicon.com/home/>
- OptiTrack, NaturalPoint, США, с 1996 года. <http://www.naturalpoint.com/optitrack/>
- PS-Tech, Нидерланды, с 2005 г. <http://ps-tech.com/tracking/>
- Iotracker, Австрия, с 2005 г. <http://www.iotracker.com/>

Выбор системы трекинга опирался на несколько существенных особенностей тренажёрного комплекса. Камеры должны были быть достаточно малы, чтобы установить их под потолком с боков экрана, а также должны были быть достаточно длинные шнуры от камер, так как ширина экрана составляет 4.5 метра. Система PS-Tech не подходила из-за размеров камер, а камеры IoTracker дают слишком маленькое разрешение. Из оставшихся трёх кандидатов лучше всего подходил OptiTrack, так как помимо трёх камер и набора маркеров, в коробке поставлялась и годовая лицензия, а также гарантировалась круглосуточная техническая поддержка.

2.3 Установка камер и калибровка

Три камеры OptiTrack были установлены с боков экрана, как показано на рис. 7. Проблема возникла при установке верхней камеры – расстояние до потолка было мало для того, чтобы камера туда поместилась полностью, поэтому она была установлена в перевёрнутом виде. Это не влияет на дальнейшую работу системы, так как при калибровке камера «забывает» о своём первоначальном местоположении и вычисляет своё местоположение и поворот относительно новой выбранной системы координат.

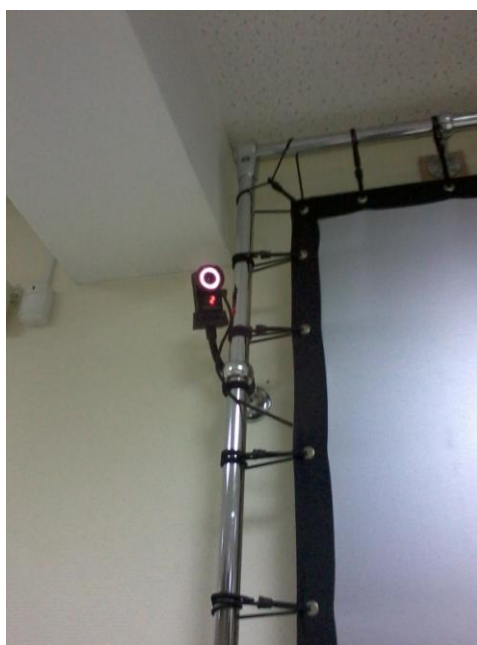


Рис. 7. Одна из трёх камер OptiTrack, установленных на экране

Калибровка системы происходит в несколько этапов. Сначала определяется область, которая охватывается камерами. Это можно сделать, просто перемещая некоторый объект с маркерами по отслеживаемой области, и следя за изображениями с камер (рис. 8). Если некоторая интересующая область не видна для камер, следует их повернуть и повторить процедуру.

Далее осуществляется второй этап калибровки – устранение aberrаций камер, вызванных кривизной линз и неточностями при их изготовлении. Явление aberrаций (отклонение светового луча от

направления в идеальной оптической системе) наблюдается в любой линзе (рис. 8), и принципиально не может быть устранено.

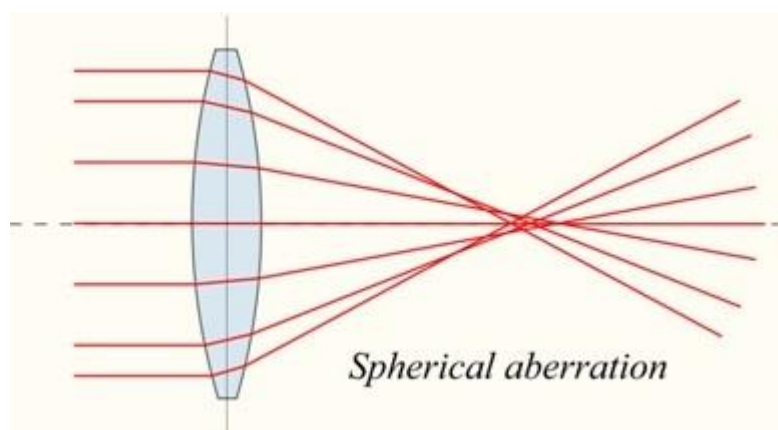


Рис. 8 Сферическая абберация в линзе (рисунок с Wikipedia.org)

Этот эффект может существенно сказываться на точности трекинга, так как положение маркеров определяется только отражёнными от них лучами инфракрасного света. Про устранение aberrаций и искажений в системах оптического трекинга подробнее можно прочитать в [10, 11]. Для устранения вышеописанных проблем в системе OptiTrack используется устройство OptiTrack Magic Wand, которое представляет собой металлический каркас в виде буквы «Т», на который прикреплены три маркера, образующие одну прямую. В программу вводятся расстояния между маркерами (исходя из модели Magic Wand), и далее для калибровки необходимо «замести» с помощью этого устройства отслеживаемую область. Камеры отслеживают положения маркеров, и передают эти данные в программу трекинга, которая затем строит интерполяционную таблицу (рис. 9), в которой указано, какие точки пространства лежат на одной прямой. За счёт того, что все три маркера лежат на одной прямой, убирается эффект искривления прямых из-за кривизны линз. Зная интерполяционную таблицу, программа всегда может определить, лежат ли три точки на одной прямой в отслеживаемом пространстве, даже если на картинках с камер эти три точки не лежат на одной прямой из-за эффекта кривизны линз.

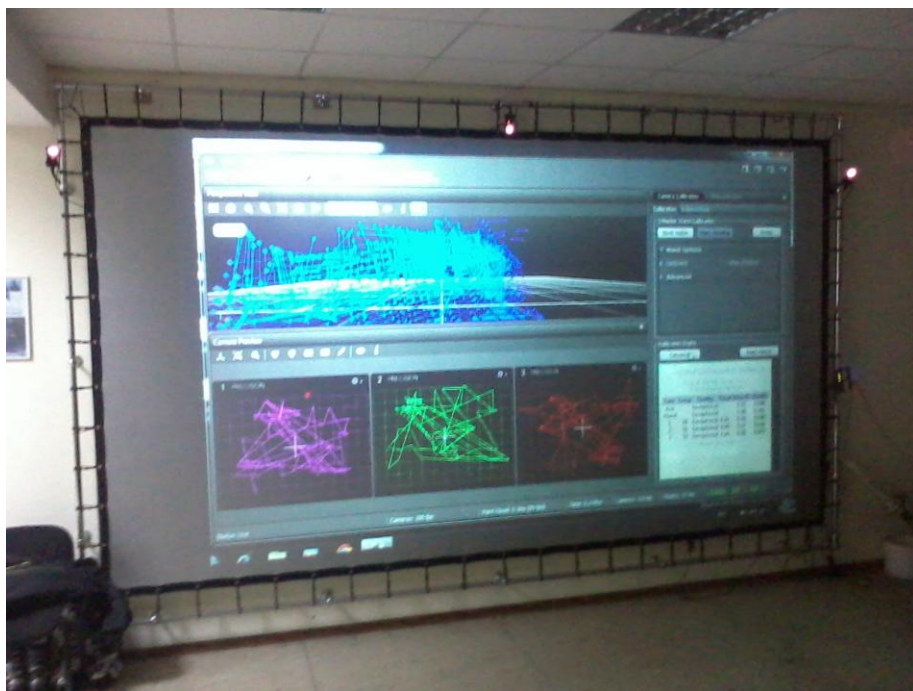


Рис. 9. Построение интерполяционной сетки по данным «заметания»

Третий этап калибровки заключается в установке глобальной системы координат для трекинга. Для этого пользуются уровнем в виде буквы «Г» с тремя прикреплёнными маркерами. Его необходимо установить на горизонтальную поверхность и ориентировать нужным образом. После того, как программа считает местоположения трёх ориентирующих маркеров, система будет откалибрована и готова к работе.

2.4. Сглаживание дрожания

В процессе использования системы трекинга было обнаружено, что данные, которые приходят с камер, достаточно шумные, и на экране было видно дрожание, очень сильно «бьющее» по глазам. Для устранения этого недостатка включается двойное экспоненциальное сглаживание (double exponential smoothing, DES). Принцип работы DES заключается в том, чтобы, имея непрерывно поступающий числовой ряд, приблизить его некоторым более гладким рядом, и параллельно с поступающими данными выводить приближения. Преимущество двойного экспоненциального сглаживания перед линейным экспоненциальным (LES) состоит в том, что

DES лучше справляется с данными, в которых присутствуют некоторые зависимости (тренды). Рассмотрим работу DES более подробно.

Пусть имеется входящий числовой ряд x_t . Будем строить ряд S_t по следующим правилам. Для начала зададимся двумя константами $alpha$ – параметр сглаживания данных (data smoothing factor) и $beta$ – параметр сглаживания тренда (trend smoothing factor), отражающий, насколько сильно результат будет зависеть от разницы двух предыдущих вычисленных значений ряда. Затем, положим

$$s_1 = x_1$$

$$b_1 = x_1 - x_0$$

Далее ряд S_t строится по следующим рекурсивным формулам:

$$S_t = alpha * x_t + (1 - alpha) * (s_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = beta * (S_t - S_{t-1}) + (1 - beta) * b_{t-1}$$

Название «экспоненциальное сглаживание» произошло из-за того, что веса, с которыми складываются члены ряда x_t (которые получаются при разворачивании рекурсивной формулы для S_t до S_1), образуют геометрическую прогрессию

$$\{(1 - alpha)^n, (1 - alpha)^{n-1}, \dots, (1 - alpha), 1\},$$

которая является дискретным аналогом экспоненциальной зависимости.

После применения сглаживания дрожание пропало (см. рис. 10).

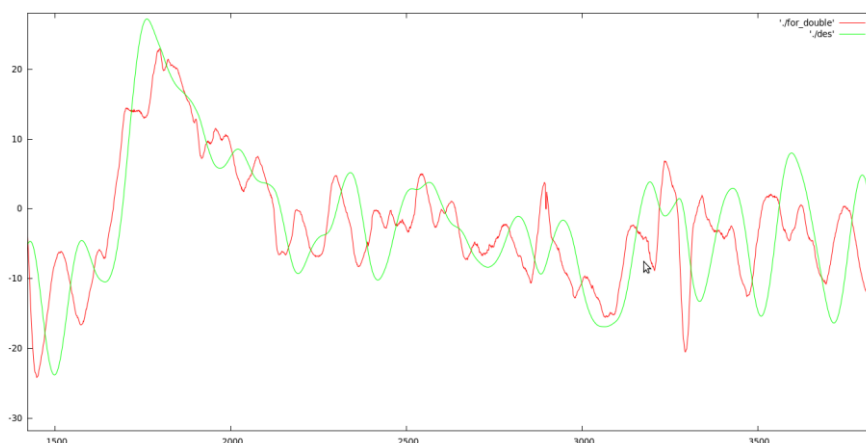


Рис. 10а. Двойное экспоненциальное сглаживание (зелёным цветом),
alpha = 0.01, beta = 0.1

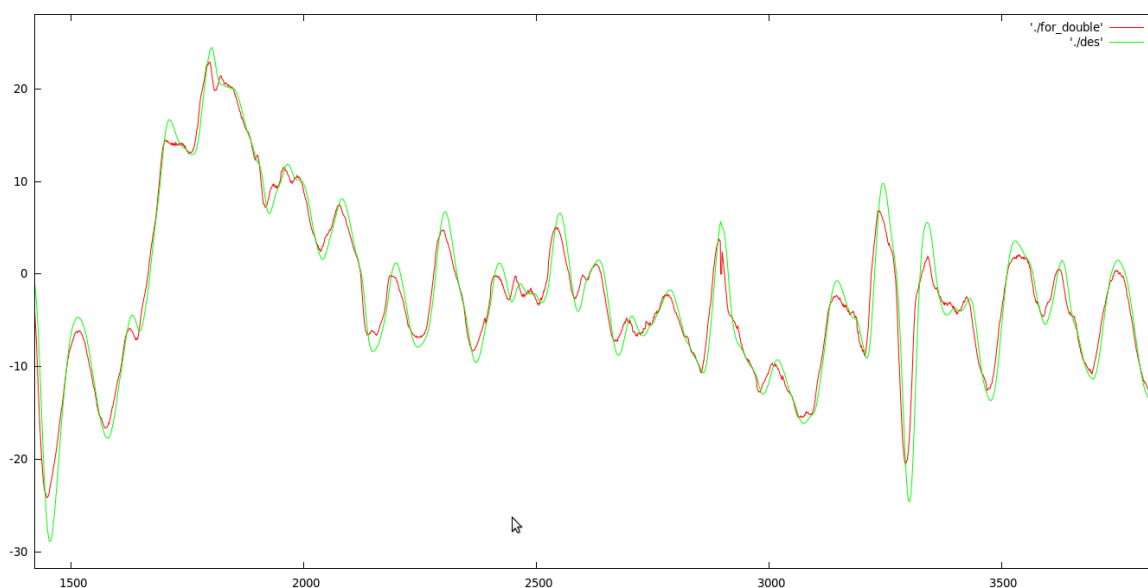


Рис. 10b. Двойное экспоненциальное сглаживание (зелёным цветом), $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.1$

При использовании exponential smoothing нужно находить промежуточное решение между приближенностью к сигналу и гладкостью результирующей функции. С одной стороны, слишком сильный уход в приближение данных может привести к плохим результатам на шумных входных значениях, а слишком сильный уход в предсказание тренда может привести к игнорированию маленьких, но значимых изменений, или замедлить реакцию на них.

2.5. Получение данных по протоколу VRPN

Система трекинга OptiTrack умеет объединять несколько маркеров в группу, если они неподвижны друг относительно друга, и выдавать местоположение центра получившегося тела (rigid body) вместе с положениями маркеров. Так, в системе горнолыжного тренажёра присутствуют два rigid body – каретка (три маркера) и шлем (также три маркера). Данные об их местоположении считываются программой визуализации по протоколу VRPN (Virtual Reality Peripheral Network), разработанному в University of North Carolina. В одном фрейме данных передаются координаты, эйлеровы углы и кватернион вращения для всех

rigid body, отслеживаемых в данный момент времени, в выбранных глобальных координатах. Частота обновления фреймов – 100 Гц, т.е., новый фрейм приходит каждые 10 мс.

Таким образом, конвейер обработки данных трекинга, начиная от маркеров и заканчивая системой визуализации, осуществляет real-time погружение в виртуальную трассу с задержкой 10мс (плюс примерно столько же на обработку сцены на видеокарте NVidia Quadro). Структурная схема конвейера представлена на рис. 11.

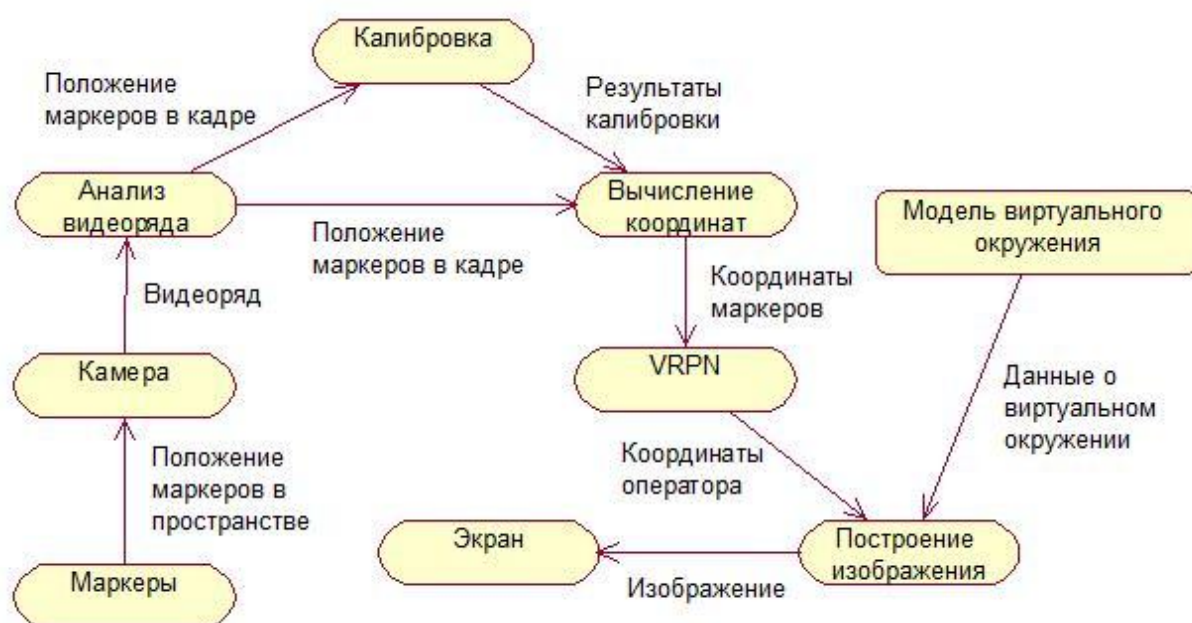


Рис. 11. Структурная схема модулей системы трекинга и визуализации

3. Экспериментальные исследования

3.1 Анализ данных

Данный раздел посвящён анализу данных, приходящих с системы трекинга. Необходимость такого анализа обоснована тем, что это практически единственный способ численно узнать, насколько хорошо тренирован спортсмен, как хорошо он знает и проходит трассу, а также насколько хорошо он воспринимает окружающее его виртуальное 3D-пространство. Методы, основанные на качественном измерении показателей с помощью анкет, не дают ощутимого результата сами по себе, но в совокупности с численными оценками позволяют лучше оценить тренированность и готовность спортсмена. В качестве метрик, по которым оценивается виртуальный заезд, выступают на данный момент следующие показатели: время спуска, длина пройденного пути, угол закантовки на протяжении трассы и расстояние до вешек во время прохождения ворот. Скорость вдоль траектории движения на данный момент сохраняется постоянной (в первом приближении горнолыжник совершает повороты именно для того, чтобы сохранять примерно постоянную скорость и не разгоняться). Однако это будет исправлено в дальнейшем (см. главу 5 об уточнённой физической модели движения по склону). Для получения данных для вычисления метрик в программу визуализации была добавлена соответствующая функция вывода данных в файл для дальнейшего анализа. Также был добавлен логический блок проверки попадания траектории в ворота, который работает следующим образом. В случае, если ворота пропущены, в выходной файл записывается -1, и раздаётся звуковое предупреждение. Если же ворота пройдены правильно, то в файл записывается минимальное расстояние до вешки, с которым пройдены эти ворота, и в случае, если траектория лыж лежит достаточно близко к древку ворот (40 см), раздаётся звук удара о ворота.

Моделирование спуска на настоящий момент не затрагивает момент разгона спортсмена от стартовых ворот; вместо этого задаётся начальная скорость, обычно порядка 10 м/с, которую можно увеличить, если в этом есть необходимость. Время отсчитывается в секундах с нуля, однако, наблюдался эффект задержки на 1-2 секунды при старте, это время вычитается из результата, если движения в этот момент не происходило.

Далее рассмотрим пробный заезд по трассе, при котором записывались все рассмотренные выше параметры. Будут приведены графики, построенных по данным, полученным с заезда, и их краткий анализ.

На рисунке 12а отражены координаты перемещения каретки по тренажёру. На оси X отложен номер фрейма данных, на оси Y – координата (в метрах). Красным цветом обозначено перемещение вдоль оси X_g (ширина) в выбранной глобальной системе координат, связанной с тренажёром, зелёным и синим – по осям Y_g (высота) и Z_g (глубина) соответственно. Существенные изменения видны только вдоль оси X, так как тренажёр имеет только одну степень свободы – поперечные перемещения. Также можно отметить, что пиковые значения координаты X_g в положительной полуоси больше, чем в отрицательной (два метра против полутора). Это означает, что точка отсчёта в выбранной глобальной системе координат смещена, и систему нужно перекалибровать для более эффективного использования пространства перемещения тренажёра (так как визуализация осуществляется в реальных координатах).

На рисунке 12б показана траектория спортсмена на виртуальной трассе. Именно по этим данным вычисляется длина пути, расстояние до ворот и количество пройденных вешек. Данные об этих кривых хранятся в файле и перезаписываются после каждого нового заезда.

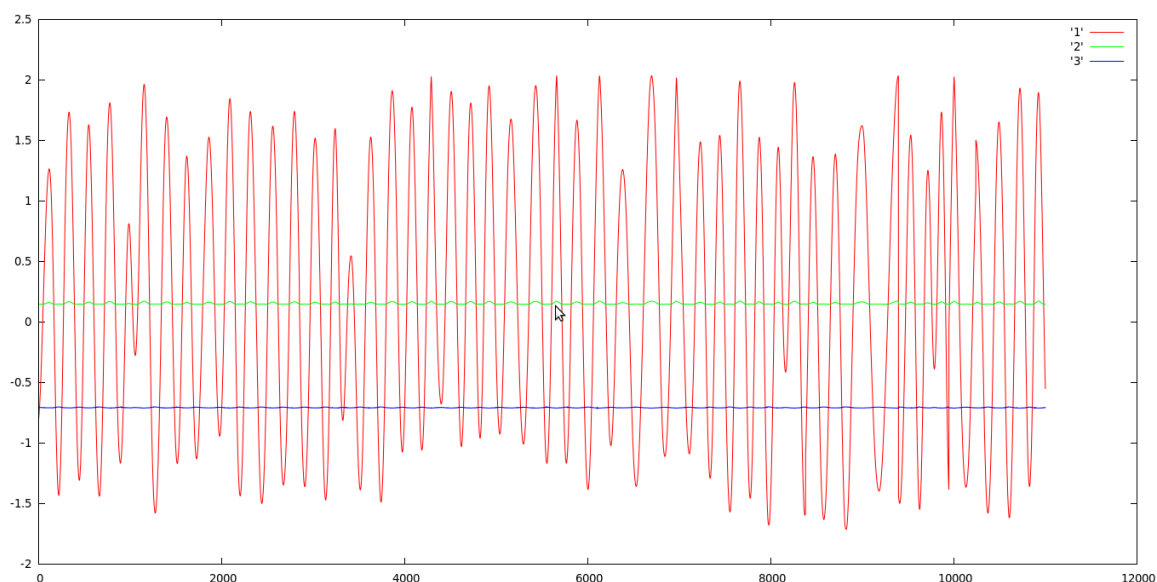


Рис. 12а. Координаты перемещения спортсмена на тренажёре, полученные с системы трекинга OptiTrack

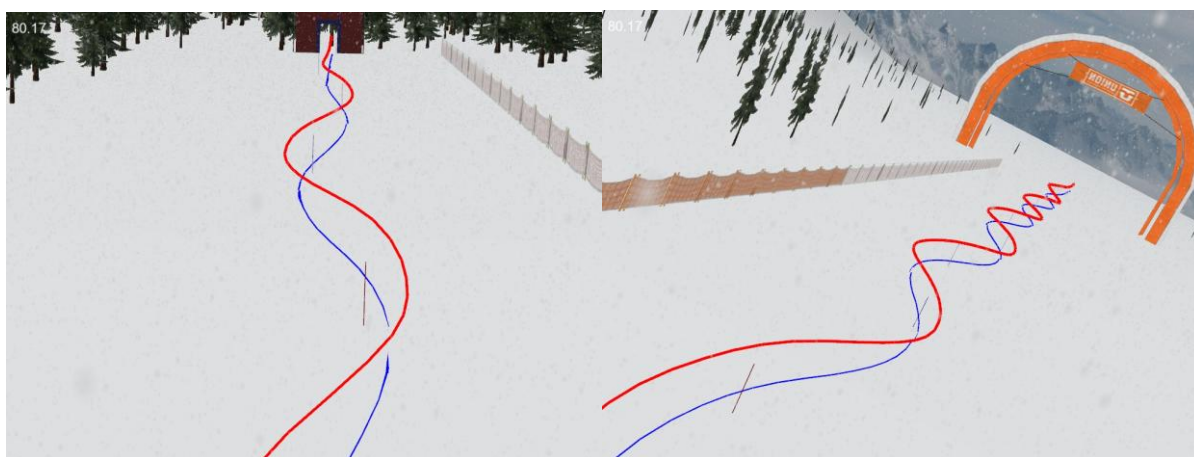


Рис. 12б. Траектории прохождения спортсмена по виртуальной трассе

На рисунке 13 изображены данные об угле наклона (закантовки) спортсмена при катании. Расчёт угла закантовки производится по следующей формуле

$$\alpha = \arctg\left(\frac{|y_{head} - y_{car}|}{|x_{head} - x_{car}|}\right)$$

Он очевидным образом не может быть меньше нуля, что отражено на графике. Пиковые значения находятся в районе 45° , что соответствует реальности. Среднее значение находится в районе $26-27^\circ$, что соответствует данным с датчиков на каретке (которые не могут быть использованы по причине закрытого протокола, и отображаются только на

компьютере, поставляемом с тренажёром), рис. 14. Среднее максимальное тоже совпадает в пределах погрешности. Таким образом, система трекинга полностью исключает необходимость датчиков наклона лыж, так как с её помощью получаются те же самые результаты.

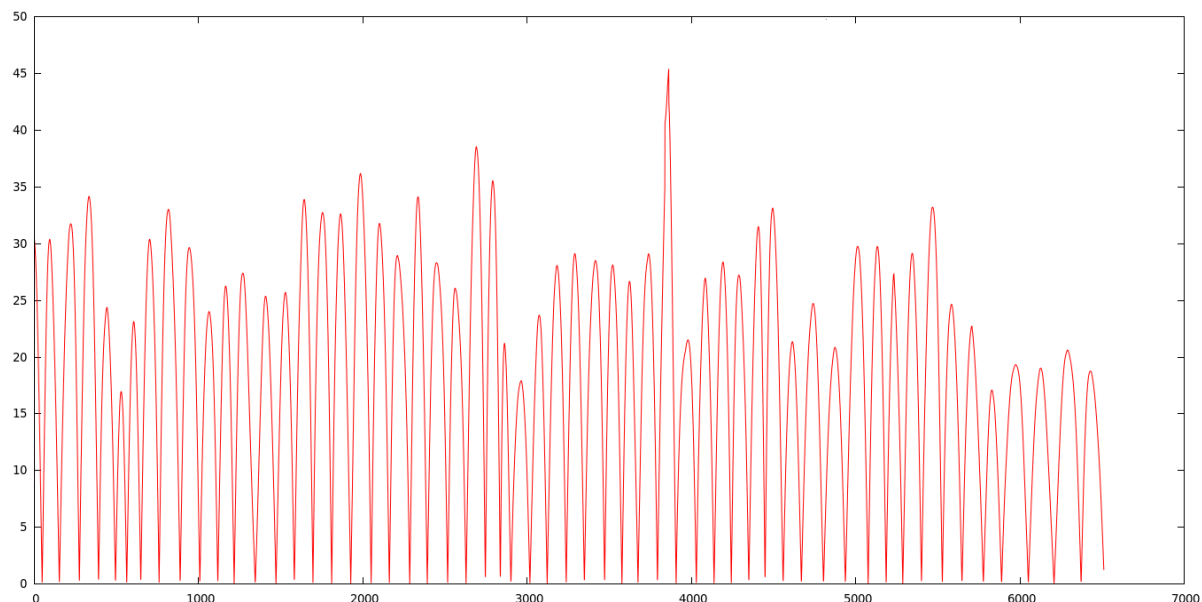


Рис. 13. Углы закантовки, вычисленные по данным трекинга

Время тренировки:	0:08:19	
Количество поворотов:	103	
Коротких (менее 1.5 с):	11	
Средних (1.5-2.5 с):	82	
Длинных (более 2.5 с):	10	
Углы кантования		
Средний максимальный:	36	36
Средний:	26 вправо	27 влево
<input type="button" value="OK"/>		

Рис. 14. Данные с датчиков наклона на каретке тренажёра

Из данных о расстоянии до ближайшего древка следующих ворот получают данные графика плотности прохождения трассы на рис. 15,

отражающего, насколько близко пройдены ворота. Для этого берутся локальные минимумы графика на рис. 16. Здесь же видно количество не пройденных спортсменом ворот, которое тоже может выступать в качестве (вторичной) метрики оценки качества прохождения трассы.

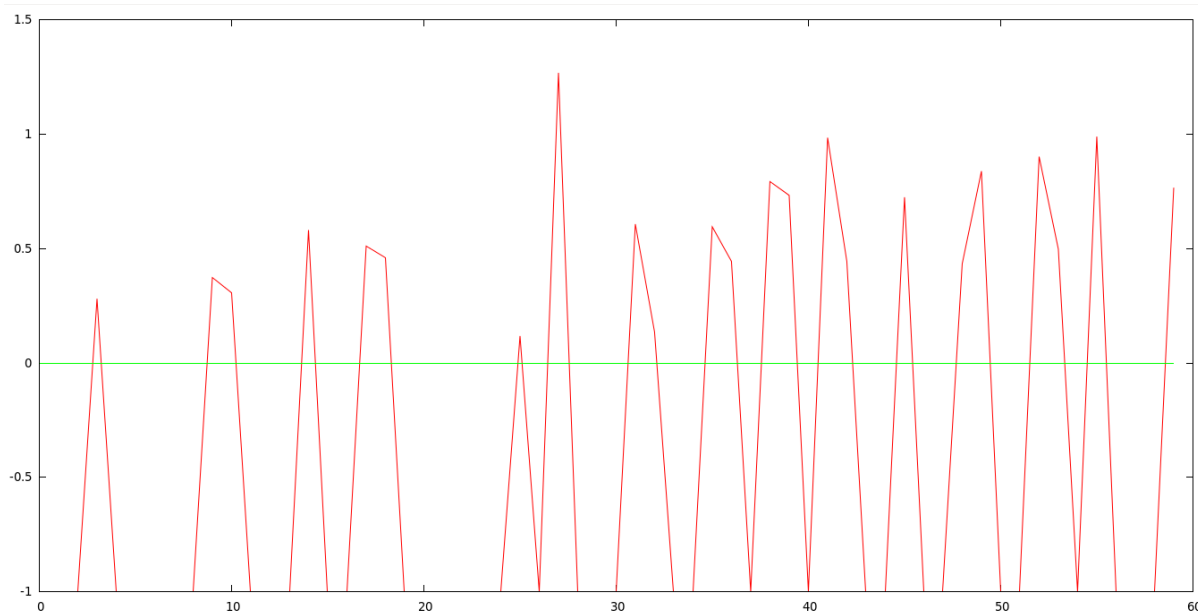


Рис. 15 Плотность прохождения трассы (расстояние, с которым пройдены ворота)

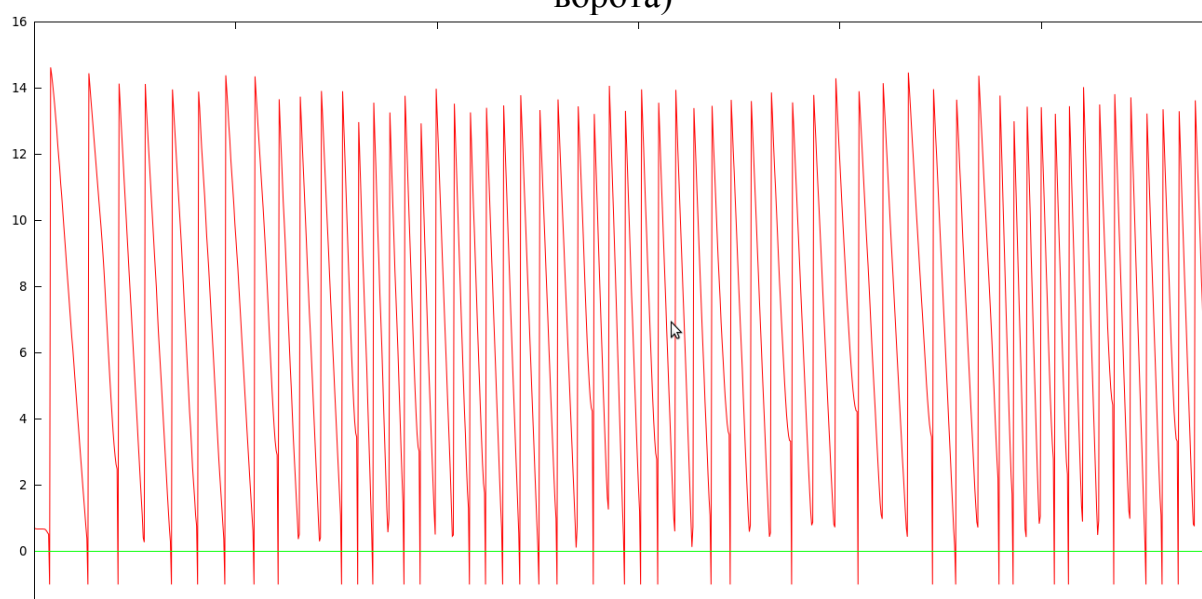


Рис. 16 Расстояние до ближайшей вешки во время спуска

Две не упомянутые выше метрики – время спуска и длина траектории – по понятным причинам не могут быть отражены на графике (только в виде одной точки). Однако приведём здесь данные времени и

длины пути по пробному заезду. Время спуска составило 67.72 секунд, длина траектории составила 911.82 метров.

Сбор данных и оценивание их по приведённым метрикам – важный шаг к пониманию того, насколько хорошо тренирован спортсмен, и над чем ему необходимо работать дальше. Следующим логическим шагом данной работы является сбор данных с большой группы спортсменов, чей уровень подготовки заметно различается. После сбора данных будет проведена их кластеризация, причем сильнее будут различаться кластеры, тем лучше подобраны параметры оценки. В этом свете является актуальной задача разработки новых устойчивых метрик оценки и сбора новых данных, позволяющих адекватно отражать уровень подготовки тренируемого.

3.2. Физическая модель движения лыжника по трассе

В предыдущей главе был затронут вопрос о более приближенной к реальности физической модели перемещения спортсмена по трассе. В данной главе будет дано теоретическое обоснование и оценки применимости нового подхода к расчёту перемещения лыжника по склону. Данный подход будет в дальнейшем экспериментально проверен на адекватность, и в случае успеха может заменить текущий.

Метод, который в настоящий момент применяется в системе визуализации тренажёра, достаточно прост по своей сути. Скорость лыжника принимается постоянной и равной некоторой величине V . Лыжник, катающийся на тренажёре с одной степенью свободы (поперечными перемещениями), обладает в каждый момент времени некоторой продольной скоростью $V_{\text{попер}}$. Скорость перемещения вдоль трассы $V_{\text{прод}}$ в каждый момент времени рассчитывается так, чтобы удовлетворялось равенство

$$V_{\text{прод}}^2 + V_{\text{попер}}^2 = V^2.$$

Модуль скорости V можно увеличить или уменьшить вручную, но он никак не зависит ни от наклона трассы, ни от сопротивления снега. Для того, чтобы усилить ощущение погружения в виртуальную реальность на трассе, необходимо предложить более совершенную модель пересчёта физического взаимодействия.

Важный и принципиальный вопрос, который при этом встаёт, заключается в следующем. Поскольку тренировка в реальности происходит в комнате на тренажёре, сила отдачи которого (или скорость, в терминах тренажёрной программы) остаётся постоянной в течение всего заезда, принципиально не удастся воспроизвести поперечное сопротивление снега, если не менять динамически силу, с которой тренажёр тянет спортсмена влево и вправо. Преимуществом управления силовой частью тренажёра является более реальное ощущение пространства (такие тренажёры называют тренажёрами с обратной силовой связью). Недостаток такого подхода состоит в том, что при этом катание спортсмена становится менее безопасным – более вероятны падения, которые чреваты серьёзными травмами. Дополнительным препятствием к осуществлению управления силовой частью горнолыжного тренажёра МФТИ является то, что обмен данными с драйверами происходит по закрытому протоколу, известному только производителю этого тренажёра. Альтернативным способом добиться обратной силовой связи является написание собственного драйвера для мотора, что, разумеется, потребует немалых усилий по написанию кода и его отладке.

Дальнейшие приводимые рассуждения относительно физической модели перемещения носят теоретический характер по техническим и иным причинам до тех пор, пока не появится практическая возможность проверить их на тренажёре. Однако они представляют собой необходимый шаг к достижению лучшего ощущения пространства.

Приводимая модель опирается на следующие положения. Так как система визуализации горнолыжного тренажёра работает в режиме

реального времени, то и все расчёты физической модели должны происходить в режиме реального времени. Модель должна принимать на вход некоторые параметры и точку виртуального пространства, в которой находится спортсмен в текущий момент времени. На выходе должен получиться вектор направления и модуль скорости, с которым в течение следующего отрезка времени будет происходить движение. Здесь принимается допущение, применяемое повсеместно в вычислительной математике, о том, что движение по кривой траектории – это сумма кратковременных прямолинейных перемещений (спрямление кривой). Важным соглашением является то, что повороты (из которых в основном и состоит траектория спортсмена) являются движением по окружности с динамически меняющимся радиусом. Расчёт радиуса поворота опирается на экспериментальную работу Peter Federolf [1]. В точке, где в данный момент времени находится спортсмен, высчитывается равнодействующая сил трения лыж об снег, центробежной силы и силы земного притяжения. Её поперечная составляющая (точнее, её модуль) отдаётся в качестве силы, с которой тренажёр должен тянуть спортсмена (исходя из предположения, что в каждый момент времени сумма сил, действующих на спортсмена, компенсируется за счёт усилий мышц, и суммарная равнодействующая всех сил в системе равняется нулю).

Экспериментальные данные [3] показывают, что сила трения между лыжами и снегом (одна из самых значимых при катании) существенно зависит от погодных условий, жёсткости снега, угла закантовки лыж и скорости погружения лыж в снег. Полученные в этих работах приближения для силы трения лыж и снега можно использовать в тренажёрной системе, только добавив возможность выбора климатических условий, в которых происходит тренировка.

Перейдём непосредственно к описанию модели. Наглядной иллюстрацией всех компонентов, которые в неё входят, может являться график на рисунке 17. Данный график изображает плоскость, касательную

к поверхности склона в данный момент времени в точке, где находится спортсмен. Зелёная траектория представляет собой предыдущие точки, в которых находился спортсмен, а вектор из точки приложения сил в последнюю зелёную точку представляет собой вектор, вдоль которого будет происходить дальнейшее движение. На рисунке не отражена сила земного притяжения, так как её вектор не лежит в изображаемой плоскости.

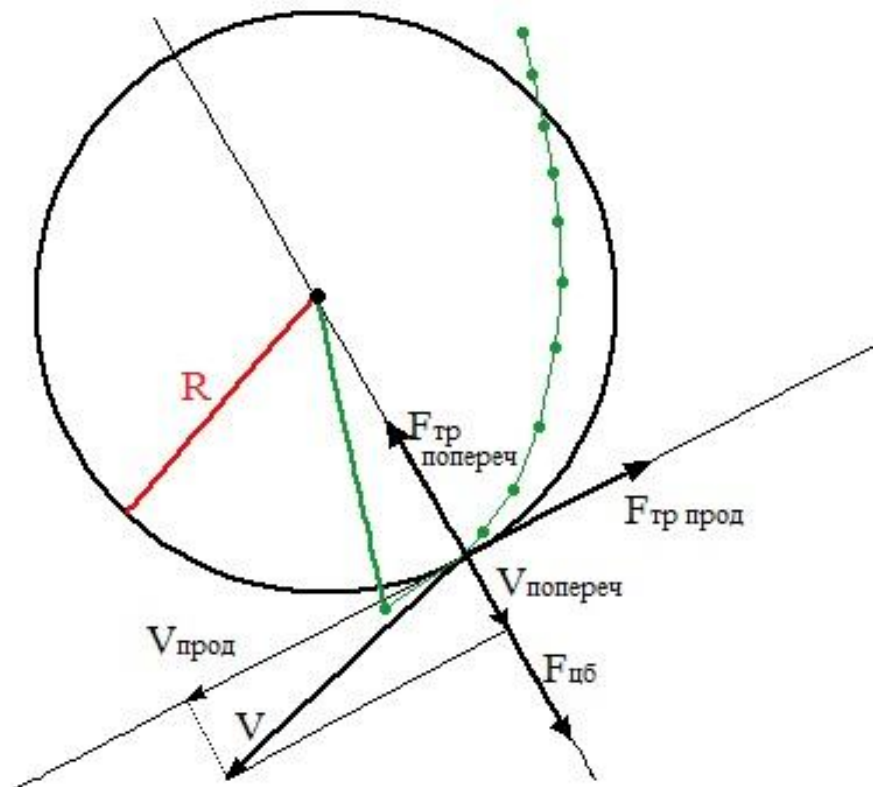


Рис. 17 Иллюстрация физической модели перемещения спортсмена

Распишем проекции сил на оси X и Y:

$$\begin{aligned} x: F_{\text{тр. прод}} + m\vec{g}\sin\left(\left(\vec{L}, \vec{n}\right)\right) &= m\vec{a} \\ y: F_{\text{цб}} + F_{\text{тр. попер}} + F_{\text{athlete}} &= 0 \end{aligned}$$

Здесь вектор \vec{n} обозначает нормаль к поверхности склона, а вектор \vec{L} – направление движения. Причиной равновесия по оси Y (сумма сил равна нулю) является тот факт, что лыжник при спуске и повороте не падает вбок, а остаётся в закантованном состоянии до тех пор, пока сам не выйдет из него. Таким образом, движение происходит вдоль оси X (куда направлено ускорение), а сама ось со временем поворачивается.

Приведём далее формулы для пересчёта положения и скорости спортсмена на виртуальной трассе. В каждый момент времени в цикле пересчёта доступны следующие данные: dT , R_{old} , L_{old} – промежуток времени, который прошёл до текущего момента, радиус кривизны траектории в предыдущий момент времени и направление движения в предыдущий момент. Далее, по известным dT , R_{old} , L_{old} можно вычислить L_{new} , R_{new} , Pos , зная геометрию склона и параметры снега, по следующим формулам:

$$\begin{aligned}\beta &= (L_{new}, \overrightarrow{(0,0,1)}) \\ F_{тр прод} + m\vec{g} \sin \beta &= m\vec{a} \\ \vec{V} + \vec{a} dT &= \vec{V}_{new} \\ R_{new} &= R_0 + H e^{-2(\frac{\theta}{w})^2} \\ F_{athlete new} &= -M \frac{V^2}{R} - F_{тр попер}\end{aligned} \quad [1]$$

H , w , R_0 – параметры склона (см. работу [1]).

График зависимости R_{new} от параметров H , w , R_0 , которые приводятся для разных типов условий в работе [1], изображены на рисунках 18 и 19.

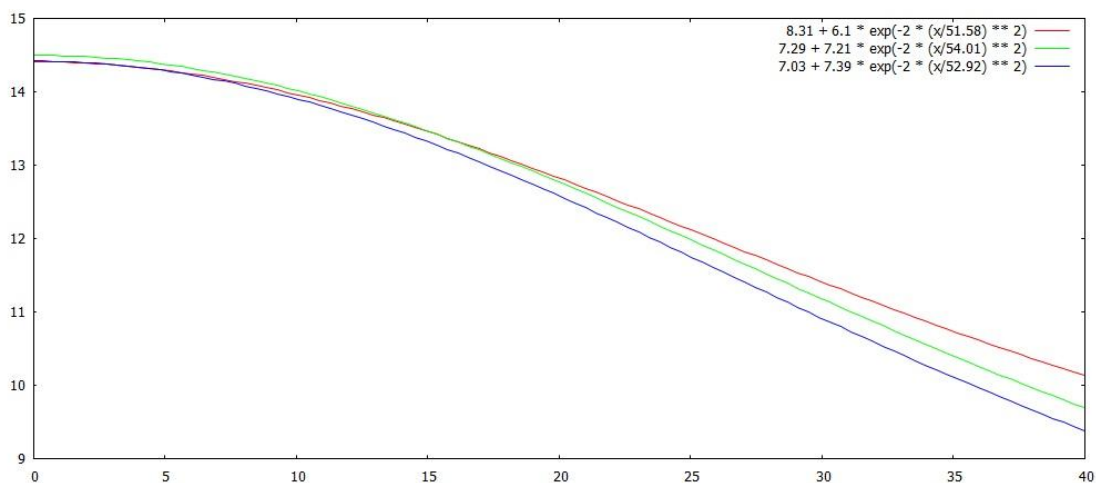


Рис. 18. Зависимость радиуса поворота от силы давления на крепления (1000 Н, 1200 Н и 1400 Н)

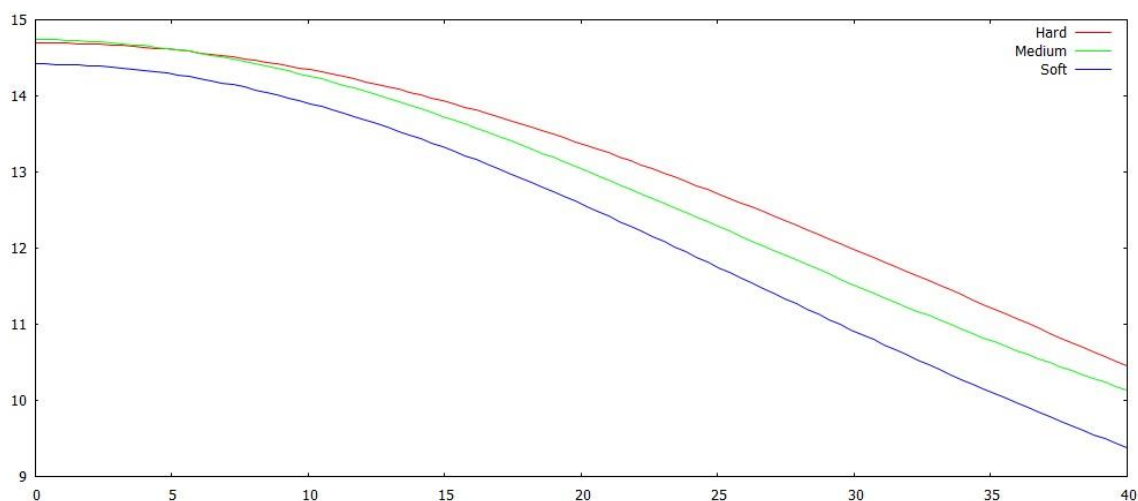


Рис. 19. Изменение зависимости радиуса поворота от типа снега (жёсткий, средний и мягкий)

Радиус поворота варьируется от 10 до 15 метров с углом закантовки, доступном на тренажёре (от 0 до 40-45 градусов). Очевидная зависимость на уменьшение радиуса поворота с увеличением угла закантовки отражена на графиках и в модели.

В целом, модель, представленная в статье, адекватно отражает физические особенности карвингового поворота на горных лыжах, поэтому видится вполне разумным дальнейшая её экспериментальная проверка на тренажёре.

Сила трения лыж и снега изучается и исследуется на протяжении многих лет. В работе [13] изучаются коэффициенты плоского трения скольжения полиэтилена и снега. Статья [2] и работа [14] даёт экспериментальные зависимости силы трения лыж и снега от угла наклона и скорости погружения лыж в снег. Все эти результаты можно использовать для расчёта силы поперечного и продольного трения в модели перемещения лыжника по склону. Начать планируется с простой модели с коэффициентом трения скольжения, а далее, если возникнет необходимость, в планах возможны изменения в сторону более сложной формулы расчёта.

3.3. Проблема восприятия виртуального 3D пространства

В данной главе речь пойдёт о проблеме, которую обнаружили ещё много лет назад специалисты, которые начали заниматься виртуальными окружениями и виртуальной реальностью. Проблема заключается в том, что, каким бы ни было реалистичным изображение на экране, оно остаётся плоским, и в этом случае глаз не может почувствовать глубины сцены. Частично проблему решает стереоскопическая визуализация, однако, наблюдаются эффекты расхождения левой и правой половины изображения в том месте, куда не направлен фокус зрения. Стереоскопическая визуализация основана на том, что изображение получается для левого и правого глаза отдельно, а далее каким-либо образом (поляризационные очки, анаглифные очки, через строчное разделение с поляризацией) разделяется, чтобы на каждый глаз подавалось своё изображение. Таким образом создаётся эффект бинокулярного зрения, однако, это происходит в том числе за счёт усилий зрительного анализатора в мозге (так как с нервных окончаний в мышцах глаз приходят сигналы об одном кажущемся расстоянии до предмета, а в 3D-сцене он может быть на другом расстоянии). Существуют различные вариации стереоскопической визуализации по типу отображения изображения – плоский экран с проектором, цилиндрический экран, наголовный шлем с очками.

В данной работе изучался вопрос о том, какие конфигурации стереоскопической визуализации лучше всего подходят для тренировок горнолыжников, и какие при этом возникают особенности. Рассматривались следующие конфигурации: плоский экран со стереопроектором, наголовный шлем с плоскими линзами Sony HMZ (Рис. 20) и наголовный шлем Oculus Rift (Рис. 21).



Рис. 20. Очки виртуальной реальности Sony HMZ



Рис. 21. Наголовный шлем Oculus Rift

При использовании наголовных шлемов возникает опасность падения с тренажёра с мотором, так как боковое зрение шлемом блокируется, в связи с чем теряется ориентация в пространстве. Для поддержания безопасности спортсменов, тренировки в шлемах проводились на маленьком механическом тренажере ProSki Simulator.

В таблице 2 приведено сравнение различных испытанных моделей визуализации по различным параметрам (указаны в первой строке таблицы)

Таблица 2. Сравнение различных испытанных моделей визуализации по различным параметрам

Модель визуализации	Стабильность восприятия	Запаздывание изображения	Угол обзора	Разрешение	Свобода перемещения
ProSki + Sony HMZ	Удовлетворительная	Ощутимое	45°	1280×720	Плохая
ProSki + Oculus Rift	Удовлетворительная	Среднее	110°	1920×1080	Плохая
SkyTec + стереоэкран	Отличная	Незначительное	45°	1280×800	Отличная

Экспериментальные данные показывают основные недостатки тренировки в наголовных шлемах и очках. Самым главным недостатком является очень малая свобода перемещения (из-за опасности порвать провод). Также понижается безопасность тренировки. Другим важным недостатком является сравнительно большой размер очков виртуальной реальности – они превышают размеры горнолыжных очков в несколько раз и весят на порядок больше, что сказывается на удобстве катания. Стабильность восприятия при катании в очках нарушается, возникает эффект «укачивания» и появляется дрожание изображения. Это связано с активными перемещениями спортсмена при тренировке и принципиально не может быть устранено.

Однако, при всех недостатках наголовных очков перед стереоэкраном, у них есть одно важное преимущество. Если установить маркеры на очки, а затем отслеживать повороты головы и использовать эти данные в программе визуализации, можно добиться интересного эффекта слежения за поворотами. Суть состоит в том, чтобы вращать виртуальную камеру вслед за поворотами головы в очках, и отображать ту часть трассы, которая была бы видна при таком повороте. Система трекинга OptiTrack позволяет получить данные о повороте rigid body в виде кватерниона вращения. Используя эти данные, можно поворачивать виртуальную

камеру на требуемый угол. Таким образом, угол обзора можно повысить примерно до 180° , что значительно выше, чем угол обзора на экране.

Обобщая написанное выше, можно сказать, что для горнолыжных тренировок больше подходит пассивная стереосистема визуализации, не мешающая перемещениям и вполне хорошо создающая эффект погружения. Дальнейшие эксперименты с системами eye-трекинга могут улучшить восприятие 3D пространства. В работах [15-17] более детально изучена стабильность зрения и показана необходимость наличия системы eye-трекинга для улучшения восприятия пространства и модернизации систем виртуальной реальности.

4. Заключение

В заключительной части данной работы будут подведены итоги и рассмотрены планы на будущие эксперименты и исследования.

В ходе работы получены следующие результаты:

- 1) Проведён обзор систем трекинга, выбрано коммерческое решение OptiTrack для применения к горнолыжному тренажёру МФТИ.
- 2) Система трекинга установлена на тренажёр, настроена и откалибрована.
- 3) Проведена интеграция системы трекинга и системы визуализации тренажёрного комплекса. Возникшие проблемы с передачей данных о повороте rigid body были решены обновлением программного обеспечения OptiTrack (после общения с технической поддержкой).
- 4) Затем была добавлена возможность вывода статистических данных о заезде в файл, и добавлена функциональность, обеспечивающая вывод данных о расстоянии до ворот.
- 5) Собраны данные о тестовом заезде и проверена работоспособность модуля проверки попадания в ворота.
- 6) Исследованы вопросы стабильности восприятия 3D пространства при различных конфигурациях системы визуализации, выявлена лучшая конфигурация по нескольким критериям.
- 7) Изучены статьи, посвящённые оценкам силы трения лыж и снега, а также оценкам радиуса поворота в зависимости от угла закантовки.
- 8) Получена физическая модель перемещения лыжника. Дано её теоретическое обоснование и выведены формулы пересчёта скорости и местоположения спортсмена.

В ближайших планах на будущее остаётся сбор достаточного количества данных о катании разных спортсменов для последующей обработки и кластеризации. Будет изучен вопрос о том, можно ли по существующим метрикам оценивания заезда определить уровень

подготовки спортсмена, а также при необходимости будут разработаны новые метрики.

Более далёкие планы включают в себя программное управление силой отдачи тренажёра для создания большего эффекта погружения за счёт правильных тактильных ощущений. Также планируется разработать или найти существующие решения по eye-трекингу для включения в тренажёрную систему с целью экспериментов по оцениванию стабильности и восприятия 3D пространства.

Данная работа была представлена на международной конференции Computing for Physics and Technology 2014 (Larnaca, Cyprus). Результаты использовались в статье [15].

Благодарности выражаются Алёшину Владимиру Петровичу за научное руководство при написании данной работы, Клименко Станиславу Владимировичу и всем сотрудникам кафедры Физико-Технической Информатики за поддержку и помощь в работе.

Список использованной литературы

1. Peter Federolf, Anton Luthi, Markus Roos, Jurg Dual. Parameter study using a finite element simulation of a carving Alpine ski to investigate the turn radius and its dependence on edging angle, load, and snow properties // Sports Engineering 12:135–141. – 2010. – С. 135-141.
2. Dieter Heinrich, Martin Messner, Peter Kaps, Herwig Schretter, Werner Nachbauer. Influence of Ski Bending Stiffness on the Turning Radius of Alpine Skis at Different Edging Angles and Velocities // A Computer Simulation. – 2006. – С. 207-212.
3. Martin Messner et al. Modeling of the Ski-Snow Contact for a Carved Turn // Engineering of Sport 6: Volume 2: Developments for Disciplines. – 2006. – С. 195-200.
4. Ярбус А.Л. Роль движений глаз в процессе зрения / А.Л.Ярбус. – изд. «Наука». – 1965. – 167 с.
5. George Veis. Optical tracking of artificial satellites. / Space Science Review. – 1963. – С. 250-296.
6. Michael Isard, Andrew Blake. CONDENSATION – Conditional Density Propagation for Visual Tracking. / International Journal of Computer Vision 29(1). – 1998. – С. 5–28.
7. URL: <http://www.youtube.com/watch?v=2y5oVHNfbf8>
8. Daniel Roetenberg, Henk Luinge, Per Slycke. Xsens MVN: Full 6DOF Human Motion Tracking Using Miniature Inertial Sensors. // XSENS Technologies. – 2013 (03). – С. 1-9.
9. Системы оптического инфракрасного трекинга компании A.R.T. / VE Group. – www.ve-group.ru
10. Фурса М.В. Исследование и разработка математического и программного обеспечения оптических систем слежения реального времени для приложений виртуального окружения: диссертация на

- соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.13.11 / Фурса Максим Владимирович. – М. 2009. – 132 с.
11. Werner Goebel, Caroline Palmer. Temporal Control and Hand Movement Efficiency in Skilled Music Performance. // Plos One. Volume 8. – 2013(01).
 12. Sebastien Hillaire, Anatole Lecuyer, Remi Cozot, Gery Casiez. Using an Eye-Tracking System to Improve Camera Motions and Depth-of-Field Blur Effects in Virtual Environments. // Virtual Reality. – 2008. – С. 47-50.
 13. Coldbeck S.C. The Kinetic Friction of Snow. // Journal of Glaciology 34 (116). – 1988. – С. 78.
 14. Peter Andreas Federolf. Finite element simulation of a carving snow ski. / PhD Dissertation. - Swiss Federal Institute Of Technology. – Zurich, 2005.
 15. V. Aleshin, S. Klimenko, A. Klimenko, A. Bobkov, D. Novgorodtsev, A. Sandler. Virtual Environment Systems For A 3d Perception Research Of The Ski Course // 6th International Conference on Science and Skiing, St. Christoph a. Arlberg, Austria, 2013.
 16. V. Aleshin, S. Klimenko, A. Bobkov, D. Novgorodtsev. A Visual 3d Perception Of The Ski Course And Skiing Results. // Proc. of the 5th ICSS 2010, St. Christoph, Austria, 59-68.
 17. V. Aleshin, V. Afanasiev, A. Bobkov, S. Klimenko, V. Kuliev, and D. Novgorodtsev. Visual 3D Perception of Motion Environment and Visibility Factors in Virtual Space. // Transaction on Computer Science, XVI, Lecture Notes on Computer Science, 7380, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 17-33.