Demostraciones y Modelos - Macroeconomía

Agustín Sanhueza

1. Consumo

Respuesta

Restricción presupuestaria:

$$\underbrace{y_{l,t}}_{Ingreso\ laboral} + \underbrace{rA_t}_{Ingreso\ financiero} = \underbrace{C_t}_{Consumo} + \underbrace{T_t}_{Impuestos} + \underbrace{A_{t+1} - A_t}_{Acumulación\ Activos}$$

Despejamos A_{t+1} y luego iteramos hacia adelante

$$A_{t+1} = y_{l,t} + (1+r)A_t - C_t - T_t \quad (1)$$

$$A_{t+2} = y_{l,t+1} + (1+r)A_{t+1} - C_{t+1} - T_{t+1} \quad (2)$$

Reemplazamos (1) en (2)

$$A_{t+2} = y_{l,t+1} - C_{t+1} - T_{t+1} + (1+r)[y_{l,t} + (1+r)A_t - C_t - T_t]$$

$$A_{t+2} = y_{l,t+1} - C_{t+1} - T_{t+1} + (1+r)y_{l,t} + (1+r)^2 A_t - (1+r)C_t - (1+r)T_t$$

$$(1+r)^2 A_t = A_{t+2} - y_{l,t+1} + C_{t+1} + T_{t+1} + (1+r)[-y_{l,t} + C_t + T_t]$$

$$(1+r)A_t = \frac{A_{t+2} - y_{l,t+1} + C_{t+1} + T_{t+1}}{(1+r)} - y_{l,t} + C_t + T_t$$

Para N periodos recursivamente tendremos

$$(1+r)A_t = \sum_{i=0}^{N} \frac{C_{t+i} + T_{t+i} - y_{l,t+i}}{(1+r)^i} + \frac{A_{t+N+2}}{(1+r)^N}$$

Suponemos que las personas no dejan ningún activo luego de su muerte. Por lo que el segundo término a la derecha de la ecuación se hace 0 en el límite cuando N tiende a ∞

$$(1+r)A_t = \sum_{i=0}^{N} \frac{C_{t+i} + T_{t+i} - y_{l,t+i}}{(1+r)^i}$$

$$(1+r)A_t = \sum_{i=0}^{N} \frac{C_{t+i}}{(1+r)^i} + \sum_{i=0}^{N} \frac{T_{t+i} - y_{l,t+i}}{(1+r)^i}$$

$$\sum_{i=0}^{N} \frac{C_{t+i}}{(1+r)^i} = -\sum_{i=0}^{N} \frac{T_{t+i} - y_{l,t+i}}{(1+r)^i} + (1+r)A_t$$

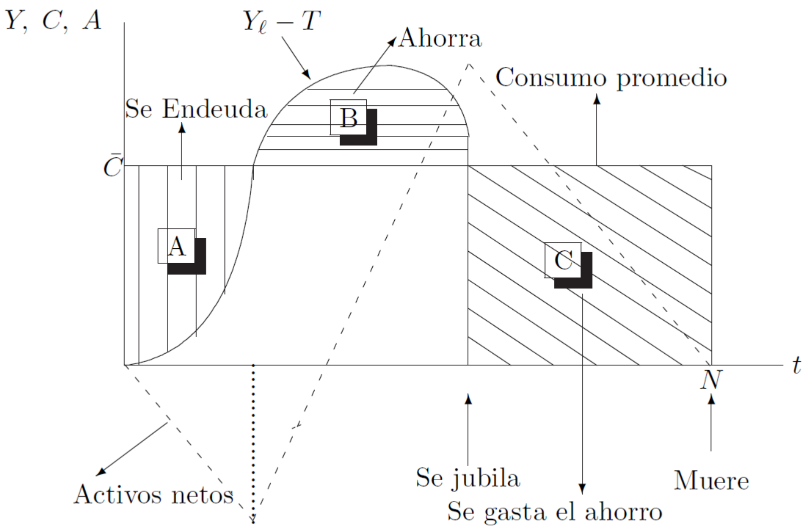
$$\boxed{\underbrace{\sum_{i=0}^{N} \frac{C_{t+i}}{(1+r)^i}}_{VP(Consumo)} = \underbrace{\sum_{i=0}^{N} \frac{y_{l,t+i} - T_{t+i}}{(1+r)^i}}_{VP(Riqueza\ Humana)} + \underbrace{(1+r)A_t}_{Riqueza\ Física\ Inicial}}$$

Si el agente suaviza consumo durante su vida, entonces tendremos

$$\overline{C}\frac{(1+r)}{r} = \sum_{i=0}^{N} \frac{y_{l,t+i} - T_{t+i}}{(1+r)^i} + (1+r)A_t$$

$$\frac{\overline{C}}{r} = \sum_{i=0}^{N} \frac{y_{l,t+i} - T_{t+i}}{(1+r)^{i+1}} + A_t$$

$$\boxed{\overline{C} = r\left[A_t + \sum_{i=0}^{N} \frac{y_{l,t+i} - T_{t+i}}{(1+r)^{i+1}}\right]}$$



2. Deuda Sostenible

Respuesta

Déficit Fiscal Primario $\Rightarrow D_t = G_t - T_t$
Déficit Fiscal Total $\Rightarrow DF_t = G_t + rB_t - T_t = B_{t+1} - B_t$

$$\underbrace{B_{t+1} - B_t = G_t + rB_t - T_t}_{Restricción\ Presupuestaria\ Intertemporal}$$

$$\frac{B_{t+1}}{Y_t} - \frac{B_t}{Y_t} = \frac{G_t}{Y_t} + \frac{rB_t}{Y_t} - \frac{T_t}{Y_t}$$

$$b_{t+1} - \frac{B_t}{Y_t} = g_t + \frac{rB_t}{Y_t} - t_t$$

$$b_{t+1} - \frac{B_t}{Y_{t-1}}\frac{Y_{t-1}}{Y_t} = g_t - t_t + \frac{rB_t}{Y_{t-1}}\frac{Y_{t-1}}{Y_t}$$

$$b_{t+1} - \frac{b_t}{(1+g)} = d_t + \frac{rB_t}{(1+g)}$$

$$b_{t+1} = d_t + \frac{r+1}{(1+g)} b_t$$

$$b_{t+1} = d_t + b_t \left(1 - \frac{1+g}{1+g} + \frac{r+1}{1+g}\right)$$

$$b_{t+1} - b_t = d_t + b_t \left(-\frac{1+g}{1+g} + \frac{r+1}{1+g}\right)$$

$$b_{t+1} - b_t = d_t + b_t \left(\frac{r-g}{1+g}\right)$$

Para que la deuda sea sostenible, la razón deuda producto converge a 0 en estado estacionario. Lo que implica $b_{t+1} - b_t = 0$

$$0 = d_t + b_t \left(\frac{r-g}{1+g}\right)$$

$$\boxed{d_t = -b_t \left(\frac{r-g}{1+g}\right)}$$

Con b_t, r, y g dados, este término nos indica hasta cuánto puede ser el déficit fiscal primario para que este sea sostenible. De aquí se concluye que el crecimiento económico paga parte de la deuda. Está implicito el supuesto de que $r > g$, sino toda deuda sería sostenible.

3. Oferta Monetaria y Multiplicador

Respuesta

Sea:
C : Circulante
D : Depósitos
R : Reservas
θ : Tasa de encaje
$\overline{C}$: Razón circulante depósito
M : Oferta Monetaria
H : Base Monetaria

$$M = C + D$$

$$H = C + R$$

$$\overline{C} = \frac{C}{D}$$

$$\theta = \frac{R}{D}$$

$$\frac{M}{H} = \frac{C+D}{C+R}$$

$$\frac{M}{H} = \frac{\frac{C}{D} + \frac{D}{D}}{\frac{C}{D} + \frac{R}{D}}$$

$$\frac{M}{H} = \frac{\overline{C}+1}{\overline{C}+\theta}$$

$$\boxed{\underbrace{M}_{Oferta\ Monetaria} = \underbrace{\left(\frac{1+\overline{C}}{\theta+\overline{C}}\right)}_{Multiplicador} \cdot \underbrace{H}_{Emisión}}$$

4. Condiciones Marshall-Lerner

Respuesta

$$\boxed{Si \quad |\varepsilon_x + \varepsilon_m| > 1 \Rightarrow \frac{\partial XN}{\partial q} > 0}$$

Modelo de Ciclos Reales - RBC

Firmas:

$$\max_{\{K_t, N_t\}} \Pi_t = Y_t - W_t N_t - R_t K_t$$

$$s.a \quad Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}$$

$$ln(A_t) = \rho ln(A_{t-1}) + \varepsilon_t$$

Hogares:

$$\max_{\{C_t, K_{t+1}, N_t, B_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [ln(C_t) + \theta ln(1-N_t)]\right]$$

$$s.a \quad C_t + I_t + B_{t+1} \leq w_t N_t + R_t K_t + (1+r_{t-1})B_t + \Pi_t$$

$$K_{t+1} = K_t(1-\delta) + I_t$$

1. Condiciones de equilibrio

Respuesta

Comenzaremos resolviendo para las firmas. Encerraremos con una cajita de letras las ecuaciones de equilibrio, y con números aquellas expresiones que nos ayuden a llegar a estas ecuaciones.

Hay que notar que las restricciones del problema de la firma son condiciones de equilibrio por lo que las destacamos.

$$\boxed{Y_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha}} \quad (A)$$

$$\boxed{ln(A_t) = \rho ln(A_{t-1}) + \varepsilon_t} \quad (B)$$

Ahora planteamos el problema de la firma y resolvemos

$$\max_{\{K_t, N_t\}} \Pi_t = A_t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} - W_t N_t - R_t K_t$$

Sacamos CPO

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial K_t} : \alpha A_t K_t^{\alpha-1} N_t^{1-\alpha} - R_t = 0$$

$$R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} N_t^{1-\alpha}$$

$$\boxed{R_t = \alpha A_t \left(\frac{K_t}{N_t}\right)^{\alpha-1}} \quad (C)$$

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial N_t} : (1-\alpha) A_t K_t^{\alpha} N_t^{-\alpha} - W_t = 0$$

$$W_t = (1-\alpha) A_t K_t^{\alpha} N_t^{-\alpha}$$

$$\boxed{W_t = (1-\alpha) A_t \left(\frac{K_t}{N_t}\right)^{\alpha}} \quad (D)$$

Las cajitas (C) y (D) son las ecuaciones de equilibrio de los factores productivos.

Para los hogares hay que notar que la segunda restricción es una condición de equilibrio por la que la destacamos

$$\boxed{K_{t+1} = K_t(1-\delta) + I_t} \quad (E)$$

Reemplazamos I_t de esta condición en la primera restricción y luego planteamos el lagrangeano, tendremos.

$$L : E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [ln(C_t) + \theta ln(1-N_t) + \lambda_t (w_t N_t + R_t K_t + (1+r_{t-1})B_t + \Pi_t - C_t - K_{t+1} + (1-\delta)K_t - B_{t+1})]\right]$$

Sacamos las CPO:

$$\frac{\partial L}{\partial C_t} : \beta^t \left(\frac{1}{C_t} - \lambda_t\right) = 0$$

$$\frac{1}{C_t} - \lambda_t = 0$$

$$\boxed{\lambda_t = \frac{1}{C_t}} \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial N_t} : \beta^t \left(-\frac{\theta}{1-N_t} + \lambda_t w_t\right) = 0$$

$$-\frac{\theta}{1-N_t} + \lambda_t w_t = 0$$

$$\boxed{\lambda_t w_t = \frac{\theta}{1-N_t}} \quad (2)$$

Reemplazamos (1) y la caja (D) en (2)

$$\boxed{\frac{\theta}{1-N_t} = \frac{1}{C_t}(1-\alpha)A_t\left(\frac{K_t}{N_t}\right)^{\alpha}} \quad (F)$$

Para sacar las CPO del capital en t+1 debemos considerar K_{t+1} y K_t del lagrangeano.

$$\frac{\partial L}{\partial K_{t+1}} : \beta^t\left(-\lambda_t\right) + \beta^{t+1}\left(\lambda_{t+1}(R_{t+1} + (1-\delta)\right) = 0$$

$$\beta^t \lambda_t = \beta^{t+1}\left(\lambda_{t+1}(R_{t+1} + (1-\delta)\right)$$

$$\boxed{\lambda_t = \beta[\lambda_{t+1}(R_{t+1} + 1 - \delta)]} \quad (3)$$

Reemplazamos (1) y su adelanto junto con la caja (C) en (3)

$$\boxed{\frac{1}{C_t} = \beta\left[\frac{1}{C_{t+1}}\left(\alpha A_{t+1}\left(\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}}\right)^{\alpha-1} + 1 - \delta\right)\right]} \quad (G)$$

Para sacar las CPO de la deuda en t+1 debemos considerar B_{t+1} y B_t del lagrangeano.

$$\frac{\partial L}{\partial B_{t+1}} : \beta^t(-\lambda_t) + \beta^{t+1}(\lambda_{t+1}(1+r_t)) = 0$$

$$\beta^t \lambda_t = \beta^{t+1}(\lambda_{t+1}(1+r_t))$$

$$\boxed{\lambda_t = \beta(\lambda_{t+1}(1+r_t))} \quad (4)$$

Reemplazamos (1) y su adelanto de un periodo en (4).

$$\boxed{\frac{1}{C_t} = \beta\left[\frac{1}{C_{t+1}}(1+r_t)\right]} \quad (H)$$

Finalmente, sabemos que por ser el modelo de ciclos reales el producto se reparte entre el consumo o la inversión, por lo que tendremos que nuestra última ecuación de equilibrio es

$$\boxed{Y_t = C_t + I_t} \quad (I)$$

$\therefore$ Las ecuaciones de equilibrio de esta economía son las (A), (B), (C), (D), (E), (F), (G), (H) e (I)

2. Condiciones de estado estacionario

Respuesta

Para este item iremos encerrando en cajitas con números las ecuaciones de estado estacionario.

En estado estacionario se cumple que para una variable X cualquiera

$$X_t = X_{t+s} = X^* \quad \forall s > 0$$

Las variables son constantes y conocidas, por lo que no hay que aplicar esperanzas.

Para el caso de la productividad, teníamos de la cajita (B)

$$ln(A_t) = \rho ln(A_{t-1}) + \varepsilon_t$$

En estado estacionario no hay perturbaciones, por lo que $\varepsilon_t = 0$. Aplicando además lo que dijimos para una variable X cualquiera tendremos que.

$$ln(A^*) = \rho ln(A^*) + 0$$

La única forma de que la igualdad se cumpla es con un $\boxed{A^* = 1}$ (1).

Si reemplazamos en la caja (G) la caja (1) y las condiciones de variables en estado estacionario tendremos

$$\frac{1}{C^*} = \beta \left[\frac{1}{C^*} \left(\alpha \left(\frac{K^*}{N^*} \right)^{\alpha-1} + 1 - \delta \right) \right]$$

$$1 = \beta \left[\alpha \left(\frac{K^*}{N^*} \right)^{\alpha-1} + 1 - \delta \right]$$

$$1 = \beta\alpha \left(\frac{K^*}{N^*} \right)^{\alpha-1} + \beta(1-\delta)$$

$$\beta\alpha \left(\frac{K^*}{N^*} \right)^{\alpha-1} = 1 - \beta(1-\delta)$$

$$\left(\frac{K^*}{N^*} \right)^{\alpha-1} = \frac{1-\beta+\beta\delta}{\beta\alpha}$$

$$\boxed{\frac{K^*}{N^*} = \left(\frac{1-\beta+\beta\delta}{\beta\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}}} \quad (\kappa)$$

En adelante dejaremos las variables de estado estacionario sin abrir el κ porque sino quedaría un gran corcho.

Usamos κ en la caja (C)

$$R_t = \alpha A_t \left(\frac{K_t}{N_t} \right)^{\alpha-1}$$

$$R^* = \alpha \left(\frac{K^*}{N^*} \right)^{\alpha-1}$$

$$\boxed{R^* = \alpha\kappa^{\alpha-1}} \quad (2)$$

Ahora usamos κ en la caja (D)

$$W_t = (1-\alpha)A_t\left(\frac{K_t}{N_t}\right)^\alpha$$

$$W^* = (1-\alpha)\left(\frac{K^*}{N^*}\right)^\alpha$$

$$\boxed{W^* = (1-\alpha)\kappa^\alpha} \quad (3)$$

Planteamos el estado estacionario de I_t en la caja (E), dejándolo en términos per cápita

$$K_{t+1} = K_t(1-\delta) + I_t$$

$$K^* = K^*(1-\delta) + I^*$$

$$I^* = K^* - K^* + K^*\delta)$$

$$I^* = K^*\delta$$

$$\boxed{\frac{I^*}{N^*} = \kappa\delta} \quad (i)$$

Planteamos el estado estacionario de Y_t en la caja (A), dejándolo en términos per cápita

$$Y_t = A_t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$$

$$Y^* = A^* {K^*}^\alpha {N^*}^{(1-\alpha)}$$

$$\frac{Y^*}{N^*} = \left(\frac{K^*}{N^*}\right)^\alpha$$

$$\boxed{\frac{Y^*}{N^*} = \kappa^\alpha} \quad (ii)$$

Planteamos el estado estacionario de C_t en la caja (I), dejándolo en términos per cápita

$$Y_t = C_t + I_t$$

$$Y^* = C^* + I^*$$

$$\frac{C^*}{N^*} = \frac{Y^*}{N^*} - \frac{I^*}{N^*}$$

Usando lo encontrado en (i) y (ii)

$$\boxed{\frac{C^*}{N^*} = \kappa^\alpha - \kappa\delta} \quad (iii)$$

Planteamos el estado estacionario en la caja (F) de tal manera de obtener cuánto sería N^* y de esa manera conocer cuál es el estado estacionario de cada variable.

$$\frac{\theta}{1-N_t} = \frac{1}{C_t}(1-\alpha)A_t\left(\frac{K_t}{N_t}\right)^\alpha$$

$$\frac{\theta}{1-N^*} = \frac{1}{C^*}(1-\alpha)A^*\left(\frac{K^*}{N^*}\right)^\alpha$$

$$\frac{\theta}{1-N^*} = \frac{1}{C^*}(1-\alpha)\kappa^\alpha$$

$$\theta C^* = (1-N^*)(\kappa^\alpha - \alpha\kappa^\alpha)$$

$$1-N^* = \frac{\theta C^*}{(\kappa^\alpha - \alpha\kappa^\alpha)}$$

$$N^* = 1 - \frac{\theta C^*}{(\kappa^\alpha - \alpha\kappa^\alpha)}$$

Dividimos por N^*

$$1 = \frac{1}{N^*} - \frac{\theta}{(\kappa^\alpha - \alpha\kappa^\alpha)}\frac{C^*}{N^*}$$

Reemplazamos (iii) y despejamos N^*

$$\frac{1}{N^*} = \frac{\theta(\kappa^\alpha - \kappa\delta)}{(\kappa^\alpha - \alpha\kappa^\alpha)}$$

$$N^* = \frac{(\kappa^\alpha - \alpha\kappa^\alpha)}{\theta(\kappa^\alpha - \kappa\delta)}$$

$$N^* = \frac{\kappa^\alpha(1-\alpha)}{\theta\kappa^\alpha(1-\kappa^{1-\alpha}\delta)}$$

$$N^* = \frac{1-\alpha}{\theta - \theta\kappa^{1-\alpha}\delta}$$

$$\boxed{N^* = \frac{1-\alpha}{\theta(1-\kappa^{1-\alpha}\delta)}} \quad (4)$$

Ahora que tenemos N^* sacamos I^*, Y^* y C^*.

De (i) teníamos

$$\frac{I^*}{N^*} = \kappa\delta$$

$$\boxed{I^* = \frac{\kappa\delta(1-\alpha)}{\theta(1-\kappa^{1-\alpha}\delta)}} \quad (5)$$

De (ii) teníamos

$$\frac{Y^*}{N^*} = \kappa^\alpha$$

$$\boxed{Y^* = \frac{\kappa^\alpha(1-\alpha)}{\theta(1-\kappa^{1-\alpha}\delta)}} \quad (6)$$

De (iii) teníamos

$$\frac{C^*}{N^*} = \kappa^\alpha - \kappa\delta$$

$$\boxed{C^* = \frac{(\kappa^\alpha - \kappa\delta)(1-\alpha)}{\theta(1-\kappa^{1-\alpha}\delta)}} \quad (7)$$

De (κ) teníamos

$$\frac{K^*}{N^*} = \left(\frac{1-\beta+\beta\delta}{\beta\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$$

$$\frac{K^*}{N^*} = \kappa$$

$$\boxed{K^* = \frac{\kappa(1-\alpha)}{\theta(1-\kappa^{1-\alpha}\delta)}} \quad (8)$$

Sacamos el estado estacionario de la caja (H) para luego despejar cuál sería la tasa de interés.

$$\frac{1}{C_t} = \beta\left[\frac{1}{C_{t+1}}(1+r_t)\right]$$

$$\frac{1}{C^*} = \beta\left[\frac{1}{C^*}(1+r^*)\right]$$

$$1 = \beta(1+r^*)$$

$$1 = \beta + \beta r^*$$

$$\beta r^* = 1 - \beta$$

$$\boxed{r^* = \frac{1}{\beta} - 1} \quad (9)$$

$\therefore$ Las ecuaciones que caracterizan el estado estacionario en esta economía son las (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8), (9).

Salarios de Eficiencia, Shapiro-Stiglitz

Trabajadores:

$$U = \sum_{t=0} e^{\rho t} u(t)$$

$$u(t) = \begin{cases} (w-e) & \text{Si está trabajando en t} \\ 0 & \text{Si está cesante en t} \end{cases}$$

En cada periodo t los trabajadores deciden si esforzarse o no.

Firmas:

$$\Pi = F(eL(t)) - w(t)[L(t) + S(t)]$$

$L(t) \Rightarrow$ Trabajadores esforzándose
$S(t) \Rightarrow$ Trabajadores no esforzándose

Producción solo depende de trabajadores esforzados
Firma pierde dinero por trabajadores que no se esfuerzan y que no puede monitorear todo el tiempo.

Sea:
$b \Rightarrow$ Tasa exógena a la que se rompe relación laboral.
$a \Rightarrow$ Tasa exógena a la que se crea relación laboral.
$q \Rightarrow$ Tasa a la que las firmas encuentran a trabajadores flojeando.
$\rho \Rightarrow$ Rendimiento exigido por función de utilidad.
$V_E \Rightarrow$ Valor de estar empleado esforzándose.
$V_S \Rightarrow$ Valor de estar empleado sin esforzarse.
$V_u \Rightarrow$ Valor de estar desempleado.

1. Ecuaciones de Bellman y condición de no flojeo.

Respuesta

$$\rho V_e = (w - e) - b(V_e - V_u) \quad (1)$$
$$\rho V_s = w - (b + q)(V_s - V_u) \quad (2)$$
$$\rho V_u = a(V_e - V_u) \quad (3)$$

Para inducir esfuerzo en los trabajadores, la firma fijará un salario w, tal que $V_s \leq V_e$.
$\therefore\ V_e = V_s + \varepsilon$. Con esto podemos igualar (1) y (2)

$$\rho V_e = \rho_{V s}$$

$$(w - e) - b(V_e - V_u) = w - (b + q)(V_s - V_u)$$
$$-e - b(V_e - V_u) = -(b + q)(V_e - V_u)$$
$$(b + q)(V_e - V_u) - b(V_e - V_u) = e$$
$$(b + q - b)(V_e - V_u) = e$$
$$\boxed{(V_e - V_u) = \frac{e}{q}} \quad (4)$$

Operamos (1)-(3)

$$\rho V_e - \rho V_u = (w - e) - b(V_e - V_u) - a(V_e - V_u)$$
$$\rho(V_e - V_u) = (w - e) - (a + b)(V_e - V_u)$$
$$\rho(V_e - V_u) + (a + b)(V_e - V_u) = w - e$$
$$(\rho + a + b)(V_e - V_u) = w - e$$
$$\boxed{(V_e - V_u) = \frac{w - e}{\rho + a + b}} \quad (5)$$

Igualamos (4) y (5)

$$\frac{e}{q} = \frac{w - e}{\rho + a + b}$$

$$wq - eq = e(\rho + a + b)$$

$$wq = eq + e(\rho + a + b)$$

$$\boxed{w^* = e + \frac{e(\rho + a + b)}{q}} \quad (6)$$

$$\boxed{w^* = w(\overset{(+)}{e}, \overset{(+)}{\rho}, \overset{(+)}{b}, \overset{(+)}{a}, \overset{(-)}{q})}$$

Este es el salario que induce esfuerzo a los trabajadores, es decir un salario de eficiencia.

2. Flujos de trabajadores y Estado Estacionario

Respuesta

Sea:
N : Número de firmas
L : Número de trabajadores por firma
$\overline{L}$: Número de trabajadores total

$Flujos\ Entrada \Rightarrow a(\overline{L} - NL)$
$Flujos\ Salida \Rightarrow bNL$

En estado estacionario el flujo de trabajadores que entra al empleo, se iguala al flujo de trabajadores que cae en desempleo.

$$Entrada = Salida$$

$$a(\overline{L} - NL) = bNL$$

$$a = \frac{bNL}{\overline{L} - NL}$$

$$a + b = b + \frac{bNL}{\overline{L} - NL}$$

$$a + b = \frac{b\overline{L} - bNL + bNL}{\overline{L} - NL}$$

$$\boxed{a + b = \frac{b\overline{L}}{\overline{L} - NL}} \quad (7)$$

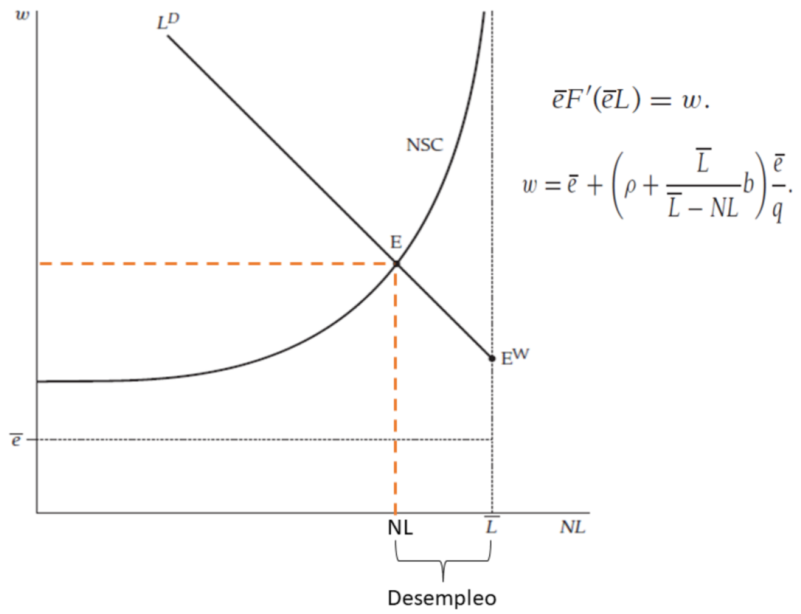
Reemplazando (7) en (6) tendremos

$$w^* = e + \frac{e(\rho + a + b)}{q}$$

$$w^* = e + \frac{e(\rho + \frac{b\overline{L}}{\overline{L} - NL})}{q}$$

$$\boxed{w^* = e + \left(\rho + \frac{b\overline{L}}{\overline{L} - NL}\right)\frac{e}{q}}$$

$$\boxed{w^* = w(\overset{(+)}{e}, \overset{(+)}{\rho}, \overset{(+)}{b}, \overset{(+)}{NL}, \overset{(-)}{q})}$$



Como se ve de la figura, la oferta laboral es completamente inelástica. La condición de no flojeo, corta a la demanda por trabajo en el punto E, generando un nivel de empleo de NL. El desempleo en el mercado del trabajo ($\overline{L} - NL$) se explica por un salario que está por sobre el equilibrio E^W.

Modelo de Búsqueda y Emparejamiento

$u \Rightarrow$ Tasa de desempleo
$v \Rightarrow$ Tasa de vacantes
$\theta = \frac{v}{u} \Rightarrow$ Estrechez
$\lambda \Rightarrow$ Tasa de destrucción de empleo

$m(uL, vL) = Lm(u, v) \Rightarrow$ Función de Matching (Número de emparejamientos en cada momento del tiempo)

Firmas:
$w \Rightarrow$ Salario.
$P \Rightarrow$ Beneficio bruto de llenar una vacante
$Pc \Rightarrow$ Costo de dejar una vacante abierta
$J \Rightarrow$ Valor Presente de tener puesto ocupado
$V \Rightarrow$ Valor Presente de tener puesto abierto (desocupado)

Trabajadores:
$Z \Rightarrow$ Pago por estar desempleado (seguro de cesantía)
$W \Rightarrow$ Valor Presente de estar empleado
$U \Rightarrow$ Valor Presente de estar desempleado

1. Tasa a la que trabajadores entran.

Respuesta

$$\frac{m(uL, vL)}{vL} = m(\frac{u}{v}, 1)$$
$$\frac{m(uL, vL)}{vL} = m(\frac{1}{\theta}, 1)$$
$$\boxed{\frac{m(uL, vL)}{vL} = q(\overset{(-)}{\theta})}$$

2. Tasa a la que trabajadores salen.

Respuesta

$$\frac{m(uL, vL)}{uL} = m(1, \frac{v}{u})$$
$$\frac{m(uL, vL)}{uL} = m(1, \theta)$$
$$\frac{m(uL, vL)}{uL} = \theta m(\frac{1}{\theta}, 1)$$
$$\boxed{\frac{m(uL, vL)}{uL} = \overset{(+)}{\theta q(\theta)}}$$

3. Flujos, Estado Estacionario y Curva de Beveridge

Respuesta

Flujo al desempleo $\Rightarrow \lambda \cdot E$
Flujo al empleo $\Rightarrow \theta q(\theta) u = q(\theta) v$

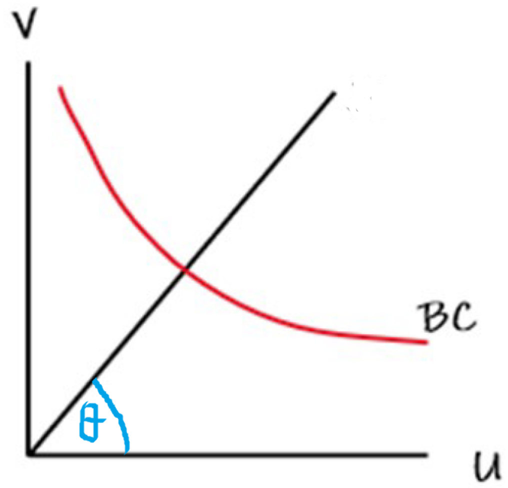
En estado estacionario

$$Entrada = Salida$$
$$\theta q(\theta) u = \lambda \cdot E$$
$$\theta q(\theta) u = \lambda(1 - u)$$
$$\theta q(\theta) u = \lambda - \lambda u$$

$$\lambda u + \theta q(\theta) u = \lambda$$

$$u(\lambda + \theta q(\theta)) = \lambda$$

$$\boxed{u = \frac{\lambda}{\lambda + \theta q(\theta)}} \Rightarrow \textit{Curva de Beveridge}$$



4. Ecuaciones de Bellman de las firmas, y curva de creación de empleo

Respuesta

$$rJ = P - w + \lambda(V - J) \quad (1)$$

$$rV = -Pc + q(\theta)(J - V) \quad (2)$$

La condición de libre entrada implica que $V = 0$, si $V > 0$ entonces las firmas seguirán entrando al mercado.

Aplicando esta condición a (2) tendremos

$$0 = -Pc + q(\theta)(J - 0)$$

$$Jq(\theta) = Pc$$

$$\boxed{J = \frac{Pc}{q(\theta)}} \quad (3)$$

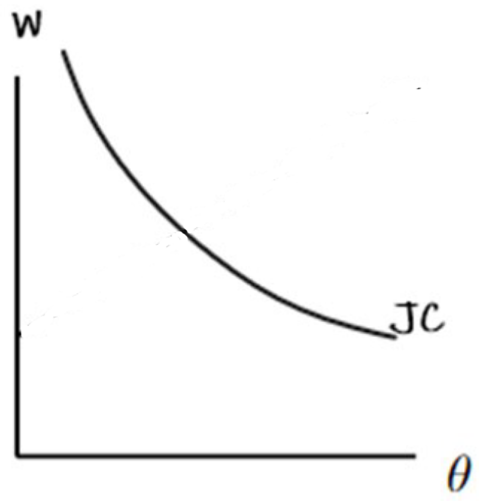
Reemplazamos (3) en (1), usando también la condición de libre entrada.

$$\frac{rPc}{q(\theta)} = P - w - \frac{\lambda Pc}{q(\theta)}$$

$$\frac{Pc}{q(\theta)}(r + \lambda) = P - w$$

$$\frac{P-w}{r+\lambda}=\frac{Pc}{q(\theta)}$$

$$\boxed{w=P-\frac{(r+\lambda)Pc}{q(\theta)}} \Rightarrow \textit{Curva Creación de Empleos}$$



5. Ecuaciones de Bellman de los trabajadores, y premio por empleo.

Respuesta

$$rW=w+\lambda(U-W) \quad (1)$$

$$rU=z+\theta q(\theta)(W-U) \quad (2)$$

Operamos (1) menos (2)

$$rW-rU=[w+\lambda(U-W)]-[z+\theta q(\theta)(W-U)]$$

$$r(W-U)=w-\lambda(W-U)-z-\theta q(\theta)(W-U)$$

$$[r+\lambda+\theta q(\theta)](W-U)=w-z$$

$$\boxed{(W-U)=\frac{w-z}{r+\lambda+\theta q(\theta)}} \Rightarrow \textit{Premio por Empleo}$$