Ayudantía 1

Finanzas I

Profesor Juan Romagosa G.

Primavera 2021

Correos

- **asanhuezac@fen.uchile.cl**
- alainez@fen.uchile.cl

Contenido de Ayudantía

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Ejercicio en R

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Ejercicio en R

Comente 1

Sea cual sea mi posición frente al riesgo, la utilidad marginal de la riqueza jamás será negativa

Comente 1

Sea cual sea mi posición frente al riesgo, la utilidad marginal de la riqueza jamás será negativa

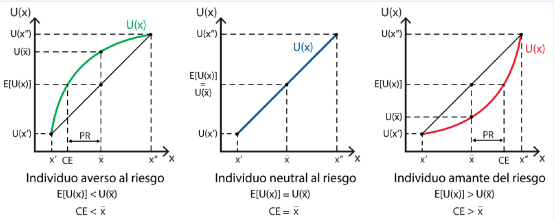
Respuesta:
Verdadero. Para poder ver esto habría que analizar la primera derivada de la función de utilidad, la cual debe ser mayor a 0. Es decir, una unidad más de riqueza aumenta la utilidad de la persona. Esto se cumple siempre, independiente de si la persona es aversa, neutral o amante al riesgo.

Comente 2

Muestre cómo serían las funciones de utilidad de la riqueza para individuos aversos, neutrales y amantes al riesgo. También muestre como se verían las curvas de indiferencias de estos 3 tipos de individuos en el plano riesgo-retorno.

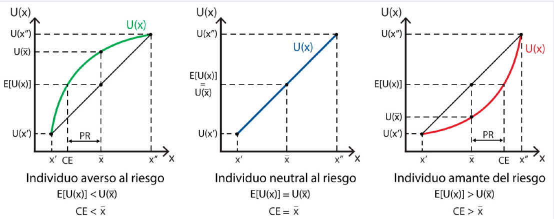
Comente 2

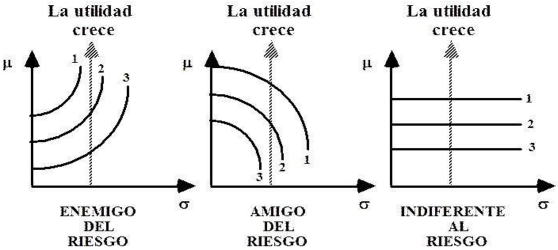
Respuesta:



Comente 2

Respuesta:





1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Ejercicio en R

Matemático 1

La función de utilidad de una persona es U(W)=$\sqrt{W}$. Su riqueza inicial es de $w_0 = 10000$ y sabe que en un juego puede ganar 2000 o perder 3000

a) ¿El individuo es averso, neutral o amante al riesgo?

b) Calcule la aversión absoluta y relativa al riesgo.

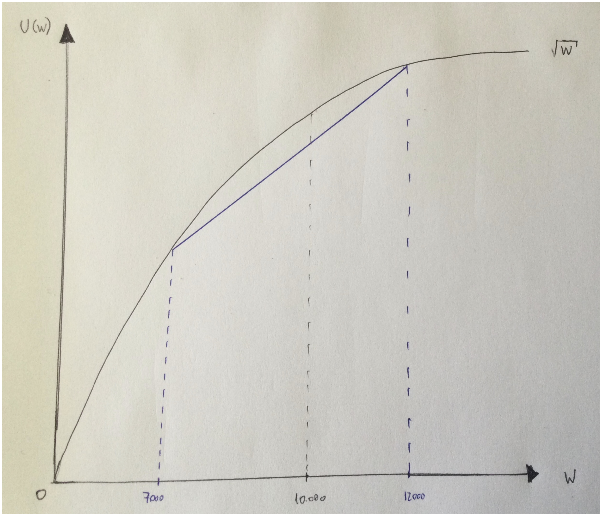
c) Calcule la probabilidad de ganar 2000, para que esto sea un "juego justo".

d) Con lo anterior, calcule el "equivalente cierto" y el "premio por riesgo"

e) Calcule lo anterior suponiendo que las probabilidades de ambos resultados es 0.5 ¿Qué explican estas diferencias?

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular c) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

a) ¿El individuo es averso, neutral o amante al riesgo?



b) Calcule la aversión absoluta y relativa al riesgo.
Aversión Absoluta al Riesgo (AAR) $\Rightarrow -\frac{U''(w)}{U'(w)}$

Aversión Relativa al Riesgo (ARR) $\Rightarrow -w\frac{U''(w)}{U'(w)}$

b) Calcule la aversión absoluta y relativa al riesgo.

Aversión Absoluta al Riesgo (AAR) $\Rightarrow -\frac{U''(w)}{U'(w)}$

Aversión Relativa al Riesgo (ARR) $\Rightarrow -w\frac{U''(w)}{U'(w)}$

$$U'(w) = \frac{1}{2w^{0.5}}$$

$$U''(w) = -\frac{1}{4w^{1.5}}$$

b) Calcule la aversión absoluta y relativa al riesgo.
Aversión Absoluta al Riesgo (AAR) $\Rightarrow -\frac{U''(w)}{U'(w)}$

Aversión Relativa al Riesgo (ARR) $\Rightarrow -w\frac{U''(w)}{U'(w)}$

$U'(w) = \frac{1}{2w^{0.5}}$
$U''(w) = -\frac{1}{4w^{1.5}}$

AAR $\Rightarrow \frac{1}{2w}$
ARR $\Rightarrow \frac{1}{2}$

c) Calcule la probabilidad de ganar 2000, para que esto sea un "juego justo".

Juego justo $\Rightarrow$ Premio por riesgo $=$ Costo del juego

c) Calcule la probabilidad de ganar 2000, para que esto sea un "juego justo".

Juego justo $\Rightarrow$ Premio por riesgo $=$ Costo del juego

Premio por riesgo $= E(w) - \overline{w}$
Costo del juego $= w_0 - \overline{w}$

c) Calcule la probabilidad de ganar 2000, para que esto sea un "juego justo".

Juego justo $\Rightarrow$ Premio por riesgo $=$ Costo del juego

Premio por riesgo $= E(w) - \overline{w}$
Costo del juego $= w_0 - \overline{w}$

Juego justo $\Rightarrow E(w) - \overline{w} = w_0 - \overline{w}$
Juego justo $\Rightarrow E(w) = w_0$

c) Calcule la probabilidad de ganar 2000, para que esto sea un "juego justo".

$$\text{Juego justo} \Rightarrow E(w) = w_0$$

c) Calcule la probabilidad de ganar 2000, para que esto sea un "juego justo".

$$\text{Juego justo} \Rightarrow E(w) = w_0$$

$$12000p + (1-p)7000 = 10000$$

c) Calcule la probabilidad de ganar 2000, para que esto sea un "juego justo".

$$\text{Juego justo} \Rightarrow E(w) = w_0$$

$$12000p + (1-p)7000 = 10000$$

$$p = 0.6$$

d) Con lo anterior, calcule el "equivalente cierto" y el "premio por riesgo"

d) Con lo anterior, calcule el "equivalente cierto" y el "premio por riesgo"

Equivalente cierto $\Rightarrow U(w) = E(U(w))$

$$\sqrt{w} = 0.6 * \sqrt{12000} + 0.4 * \sqrt{7000}$$

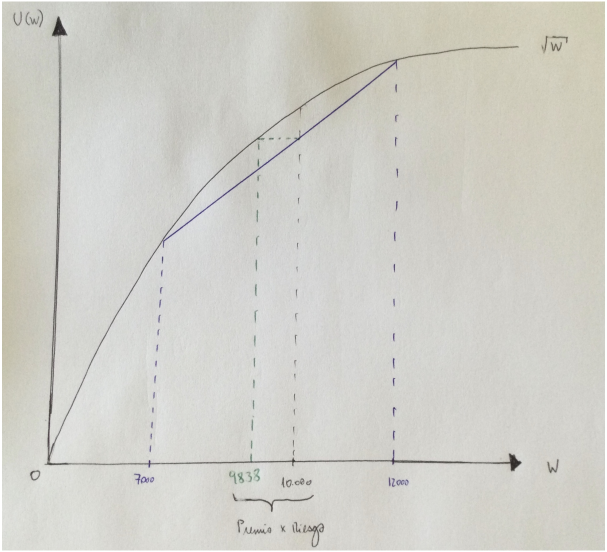
d) Con lo anterior, calcule el "equivalente cierto" y el "premio por riesgo"

Equivalente cierto $\Rightarrow U(w) = E(U(w))$

$$\sqrt{\overline{w}} = 0.6 * \sqrt{12000} + 0.4 * \sqrt{7000}$$

$$\sqrt{\overline{w}} \sim 99,19$$

Equivalente cierto $\Rightarrow \overline{w} \sim 9838$


U(w)
$\sqrt{W}$
W
0
7000
9838
10.000
12000
Premio x Riesgo

d) Con lo anterior, calcule el "equivalente cierto" y el "premio por riesgo"

d) Con lo anterior, calcule el "equivalente cierto" y el "premio por riesgo"

$$\text{Premio por riesgo} = E(w) - \overline{w}$$

d) Con lo anterior, calcule el "equivalente cierto" y el "premio por riesgo"

$$\text{Premio por riesgo} = E(w) - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000p + (1-p)7000 - \overline{w}$$

d) Con lo anterior, calcule el "equivalente cierto" y el "premio por riesgo"

$$\text{Premio por riesgo} = E(w) - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000p + (1-p)7000 - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000 * 0.6 + 7000 * 0.4 - 9838$$

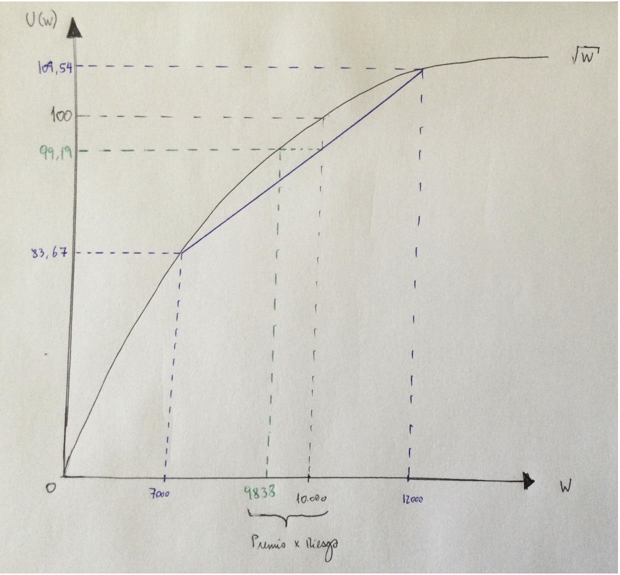
d) Con lo anterior, calcule el "equivalente cierto" y el "premio por riesgo"

$$\text{Premio por riesgo} = E(w) - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000p + (1-p)7000 - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000 * 0.6 + 7000 * 0.4 - 9838$$

$$\text{Premio por riesgo} = 162$$


U(w)
109,54
100
99,19
83,67
√W
0
7000
9838
10.000
12000
W
Premio x Riesgo

e) Calcule lo anterior suponiendo que las probabilidades de ambos resultados es 0.5 ¿Qué explican estas diferencias?
Equivalente cierto $\Rightarrow U(w) = E(U(w))$

e) Calcule lo anterior suponiendo que las probabilidades de ambos resultados es 0.5 ¿Qué explican estas diferencias? Equivalente cierto $\Rightarrow U(w) = E(U(w))$

$$\sqrt{\overline{w}} = 0.5 * \sqrt{12000} + 0.5 * \sqrt{7000}$$

e) Calcule lo anterior suponiendo que las probabilidades de ambos resultados es 0.5 ¿Qué explican estas diferencias?
Equivalente cierto $\Rightarrow U(w) = E(U(w))$

$$\sqrt{\overline{w}} = 0.5 * \sqrt{12000} + 0.5 * \sqrt{7000}$$

$$\sqrt{\overline{w}} \sim 96.6$$

e) Calcule lo anterior suponiendo que las probabilidades de ambos resultados es 0.5 ¿Qué explican estas diferencias?
Equivalente cierto $\Rightarrow U(w) = E(U(w))$

$$\sqrt{\overline{w}} = 0.5 * \sqrt{12000} + 0.5 * \sqrt{7000}$$

$$\sqrt{\overline{w}} \sim 96.6$$

Equivalente cierto $\Rightarrow \overline{w} \sim 9332$

e) Calcule lo anterior suponiendo que las probabilidades de ambos resultados es 0.5 ¿Qué explican estas diferencias?

e) Calcule lo anterior suponiendo que las probabilidades de ambos resultados es 0.5 ¿Qué explican estas diferencias?

$$\text{Premio por riesgo} = E(w) - \overline{w}$$

e) Calcule lo anterior suponiendo que las probabilidades de ambos resultados es 0.5 ¿Qué explican estas diferencias?

$$\text{Premio por riesgo} = E(w) - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000p + (1-p)7000 - \overline{w}$$

e) Calcule lo anterior suponiendo que las probabilidades de ambos resultados es 0.5 ¿Qué explican estas diferencias?

$$\text{Premio por riesgo} = E(w) - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000p + (1-p)7000 - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000 * 0.5 + 7000 * 0.5 - 9332$$

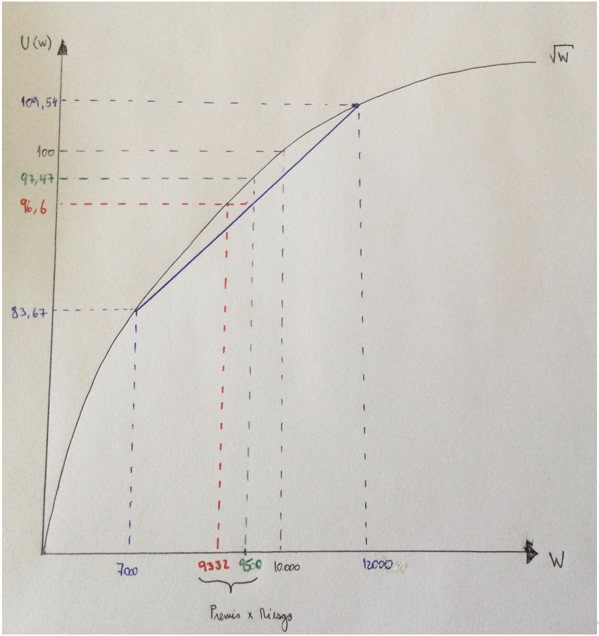
e) Calcule lo anterior suponiendo que las probabilidades de ambos resultados es 0.5 ¿Qué explican estas diferencias?

$$\text{Premio por riesgo} = E(w) - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000p + (1-p)7000 - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000 * 0.5 + 7000 * 0.5 - 9332$$

$$\text{Premio por riesgo} = 168$$


U (w)
$\sqrt{W}$
109,54
100
97,47
96,6
83,67
W
7000
9332
9500
10.000
12000
Premio x Riesgo

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular d) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular d) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

Debemos calcular la prima por riesgo, pero para eso debemos calcular primero el equivalente cierto

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular d) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

Debemos calcular la prima por riesgo, pero para eso debemos calcular primero el equivalente cierto

$$\sqrt{\overline{w}} = 0.5 * \sqrt{12000} + 0.5 * \sqrt{9000}$$

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular d) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

Debemos calcular la prima por riesgo, pero para eso debemos calcular primero el equivalente cierto

$$\sqrt{\overline{w}} = 0.5 * \sqrt{12000} + 0.5 * \sqrt{9000}$$

$$\sqrt{\overline{w}} \sim 102.2$$

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular d) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

Debemos calcular la prima por riesgo, pero para eso debemos calcular primero el equivalente cierto

$$\sqrt{\overline{w}} = 0.5 * \sqrt{12000} + 0.5 * \sqrt{9000}$$

$$\sqrt{\overline{w}} \sim 102.2$$

Equivalente cierto $\Rightarrow \overline{w} \sim 10445$

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular c) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular c) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

$$\text{Premio por riesgo} = E(w) - \overline{w}$$

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular c) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

$$\text{Premio por riesgo} = E(w) - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000p + (1-p)9000 - \overline{w}$$

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular c) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

$$\text{Premio por riesgo} = E(w) - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000p + (1-p)9000 - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000 * 0.5 + 9000 * 0.5 - 10445$$

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular c) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

$$\text{Premio por riesgo} = E(w) - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000p + (1-p)9000 - \overline{w}$$

$$\text{Premio por riesgo} = 12000 * 0.5 + 9000 * 0.5 - 10445$$

$$\text{Premio por riesgo} = 55$$

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular c) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

$$\text{Costo del juego} = w_0 - \overline{w}$$

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular c) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

$$\text{Costo del juego} = w_0 - \overline{w}$$

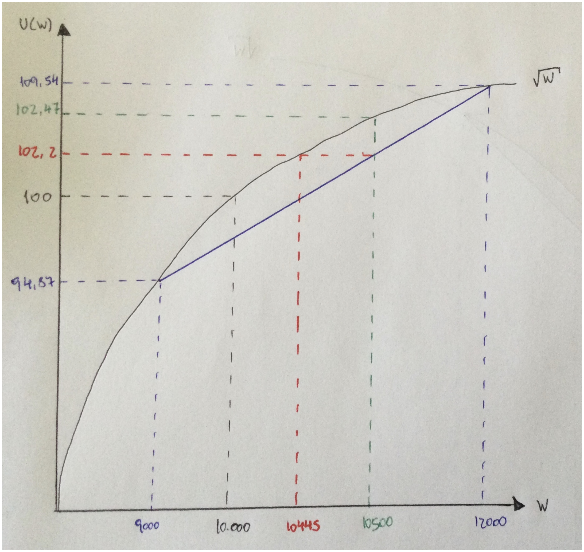
$$\text{Costo del juego} = 10000 - 10500$$

f) Suponga que ahora puede ganar 2000 o perder 1000, con la misma probabilidad. Vuelva a calcular c) ¿Estaría dispuesto a pagar por no jugar?

$$\text{Costo del juego} = w_0 - \overline{w}$$

$$\text{Costo del juego} = 10000 - 10500$$

$$\text{Costo del juego} = \text{-}500$$


U(w)
109,54
102,47
102,2
100
94,87
√w
W
9000
10.000
10445
10500
12000

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Ejercicio en R

Un inversionista tiene la siguiente función de utilidad u(x)=$x^2 - 2x + 3$. Esta persona enfrenta el siguiente escenario de inversión, con un monto inicial (I_0) de 28.

Resultado Posible	Probabilidad
0	0.1
10	0.15
20	0.2
30	0.25
40	0.2
50	0.1

a) ¿La persona es aversa, neutral o amante al riesgo?
b) Explique si en función del resultado esperado realiza la inversión y si en función de la utilidad esperada también la realiza
c) Indique cuál sería el valor máximo a pagar en el caso de esta inversión.

a) ¿La persona es averso, neutral o amante al riesgo?

R_i	p_i	$U(R_i)$
0	0.1	3
10	0.15	83
20	0.2	363
30	0.25	843
40	0.2	1523
50	0.1	2403

a) ¿La persona es averso, neutral o amante al riesgo?

R_i	p_i	$U(R_i)$
0	0.1	3
10	0.15	83
20	0.2	363
30	0.25	843
40	0.2	1523
50	0.1	2403

$E(R_i) =$
$0 * 0.1 + 10 * 0.15 + 20 * 0.2 + 30 * 0.25 + 40 * 0.2 + 50 * 0.1 = 26$
$U(E(R_i)) = 627$

a) ¿La persona es averso, neutral o amante al riesgo?

R_i	p_i	U(R_i)
0	0.1	3
10	0.15	83
20	0.2	363
30	0.25	843
40	0.2	1523
50	0.1	2403

$E(R_i) =$
$0 * 0.1 + 10 * 0.15 + 20 * 0.2 + 30 * 0.25 + 40 * 0.2 + 50 * 0.1 = 26$
$U(E(R_i)) = 627$
$E(U(R_i)) = 3 * 0.1 + 83 * 0.15 + 363 * 0.2 + 843 * 0.25 +$
$1523 * 0.2 + 2403 * 0.1 = 841$

a) ¿La persona es averso, neutral o amante al riesgo?

R_i	p_i	U(R_i)
0	0.1	3
10	0.15	83
20	0.2	363
30	0.25	843
40	0.2	1523
50	0.1	2403

$E(R_i) =$
$0 * 0.1 + 10 * 0.15 + 20 * 0.2 + 30 * 0.25 + 40 * 0.2 + 50 * 0.1 = 26$
$U(E(R_i)) = 627$
$E(U(R_i) = 3 * 0.1 + 83 * 0.15 + 363 * 0.2 + 843 * 0.25 +$
$1523 * 0.2 + 2403 * 0.1 = 841$
Dado que $U(E(R_i)) < E(U(R_i)) \Rightarrow$ Amante al riesgo

b) Explique si en función del resultado esperado realiza la inversión y si en función de la utilidad esperada también la realiza

R_i	p_i	$\mathrm{U}(R_i)$
0	0.1	3
10	0.15	83
20	0.2	363
30	0.25	843
40	0.2	1523
50	0.1	2403

b) Explique si en función del resultado esperado realiza la inversión y si en función de la utilidad esperada también la realiza

R_i	p_i	$U(R_i)$
0	0.1	3
10	0.15	83
20	0.2	363
30	0.25	843
40	0.2	1523
50	0.1	2403

$E(R_i) = 26$ Inversión inicial $= 28$

b) Explique si en función del resultado esperado realiza la inversión y si en función de la utilidad esperada también la realiza

R_i	p_i	$U(R_i)$
0	0.1	3
10	0.15	83
20	0.2	363
30	0.25	843
40	0.2	1523
50	0.1	2403

$$E(R_i) = 26 \qquad \text{Inversión inicial} = 28$$

$$E(R_i) < I_0 \Rightarrow \text{No realiza la inversión}$$

b) Explique si en función del resultado esperado realiza la inversión y si en función de la utilidad esperada también la realiza

R_i	p_i	$U(R_i)$
0	0.1	3
10	0.15	83
20	0.2	363
30	0.25	843
40	0.2	1523
50	0.1	2403

$$E(R_i) = 26 \qquad \text{Inversión inicial} = 28$$

$$E(R_i) < I_0 \Rightarrow \text{No realiza la inversión}$$

$$E(U(R_i)) = 841 \qquad U(I_0) = 731$$

b) Explique si en función del resultado esperado realiza la inversión y si en función de la utilidad esperada también la realiza

R_i	p_i	$U(R_i)$
0	0.1	3
10	0.15	83
20	0.2	363
30	0.25	843
40	0.2	1523
50	0.1	2403

$$E(R_i) = 26 \qquad \text{Inversión inicial} = 28$$

$$E(R_i) < I_0 \Rightarrow \text{No realiza la inversión}$$

$$E(U(R_i)) = 841 \qquad U(I_0) = 731$$

$$U(I_0) < E(U(R_i)) \Rightarrow \text{Si realiza la inversión}$$

c) Indique cuál sería el valor máximo a pagar en el caso de esta inversión.

$$u(x) = 841$$

c) Indique cuál sería el valor máximo a pagar en el caso de esta inversión.

$$u(x) = 841$$

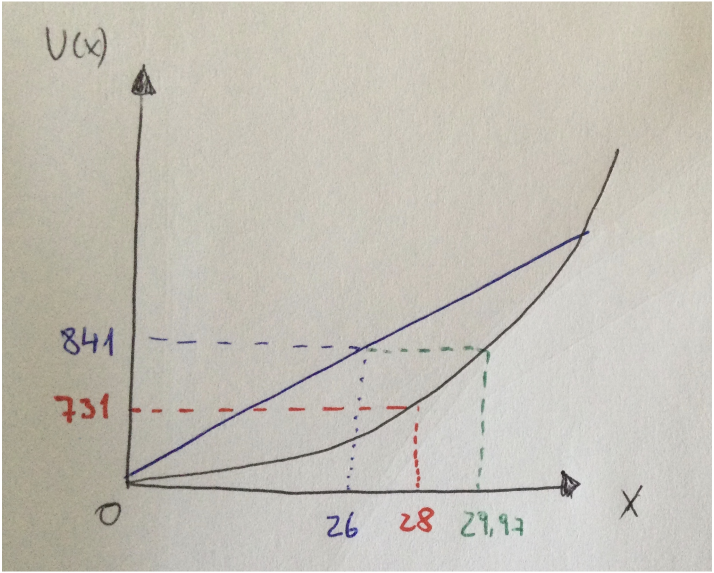
$$x^2 - 2x + 3 = 841$$

c) Indique cuál sería el valor máximo a pagar en el caso de esta inversión.

$$u(x) = 841$$

$$x^2 - 2x + 3 = 841$$

$$x \approx 29.97$$

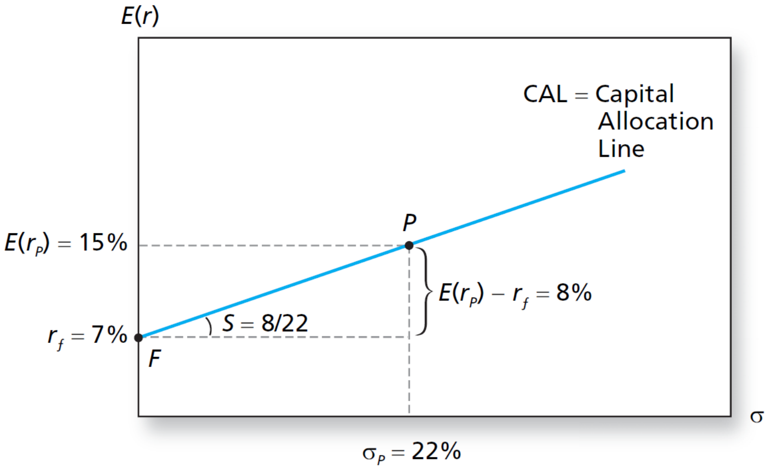

U(x)
841
731
0
26
28
29,97
X

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Ejercicio en R


E(r)
CAL = Capital Allocation Line
P
E(r_P) = 15%
E(r_P) − r_f = 8%
S = 8/22
r_f = 7%
F
σ
σ_P = 22%

$$U = E(r) - \frac{1}{2} A\sigma^2$$

$$U = E(r) - \frac{1}{2}A\sigma^2$$

$$E[r_c] = yE[r_p] + (1 - y)r_f$$
$$E[r_c] = r_f + y[E(r_p) - r_f]$$

$$U = E(r) - \frac{1}{2}A\sigma^2$$

$$E[r_c] = yE[r_p] + (1 - y)r_f$$
$$E[r_c] = r_f + y[E(r_p) - r_f]$$

$$\sigma_c = y\sigma_p$$

$$\max_{\{y\}} \quad U = E(r_c) - \frac{1}{2}A\sigma_c^2$$

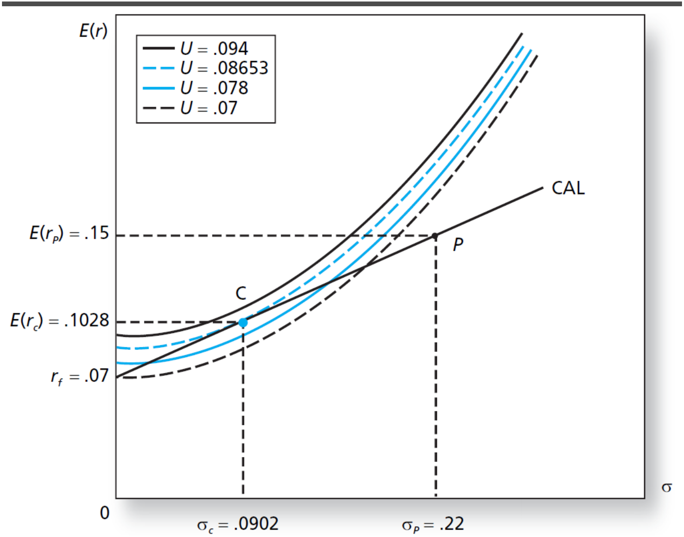
$$\max_{\{y\}} \quad U = E(r_c) - \frac{1}{2}A\sigma_c^2$$

$$\max_{\{y\}} \quad U = r_f + y[E(r_p) - r_f] - \frac{1}{2}Ay^2\sigma_p^2$$

$$\max_{\{y\}} \quad U = E(r_c) - \frac{1}{2}A\sigma_c^2$$

$$\max_{\{y\}} \quad U = r_f + y[E(r_p) - r_f] - \frac{1}{2}Ay^2\sigma_p^2$$

$$y^* = \frac{E(r_p) - r_f}{A\sigma_p^2}$$


E(r)
U = .094
U = .08653
U = .078
U = .07
CAL
E(r_P) = .15
P
C
E(r_c) = .1028
r_f = .07
σ
0
σ_c = .0902
σ_P = .22

Ayudantía 2

Finanzas I

Profesor Juan Romagosa G.

Primavera 2021

Correos

- asanhuezac@fen.uchile.cl
- **alainez@fen.uchile.cl**

Contenido de Ayudantía

1. Comentes
2. Matemático 1
3. Matemático 2
4. Ejercicios en R

1. Comentes
2. Matemático 1
3. Matemático 2
4. Ejercicios en R

Comente 1

La covarianza de un mismo activo es igual a su varianza.

Comente 1

La covarianza de un mismo activo es igual a su varianza.

Respuesta:
Verdadero. Primero tenemos lo siguiente:

$$cov(a, a) = \rho_{a,a} \cdot \sigma_a \cdot \sigma_a$$

Donde la correlación de un número respecto a si mismo es igual a 1, por lo que

$$cov(a, a) = \sigma_a^2$$

Quedando comprobado que la covarianza de un mismo activo es igual a su varianza.

Comente 2

Un portafolio solo puede contar con ponderaciones positivas en las acciones que lo conforman.

Comente 2

Respuesta:

Falso. Primero, un portafolio puede estar conformado por un solo tipo de activo financiero (acciones, bonos, opciones, futuros, etc...) como también por la combinación entre ellos.
En segundo lugar, uno puede adquirir (ponderación positiva) como emitir o una venta en corto (ponderación negativa) activos dentro de un mismo portafolio.
Un ejemplo de lo anterior, es cuando un accionista diversifica su portafolio adquiriendo acciones y emitiendo bonos.

Continuación...

¿Que es venta corta?
Una venta corta es la venta de un activo que el vendedor no posee. Por lo general, es una transaccion en la que un inversor vende valores tomados en pr estamo en previsi on de una ca ıda del precio; el vendedor debe devolver el activo en alg un momento en el futuro.

Comente 3

Explique con sus palabras que es el riesgo sistemático y riesgo no sistemático.

Comente 3

Respuesta:

El riesgo sistemático es aquel riesgo entregado por el mercado el cual no es diversificable. Este riesgo se ve afectado por factores tales como políticas de gobierno, situación económica actual del país, entre otros.
Por otra parte, el riesgo no sistemático es aquel riesgo diversificable y corresponde al riesgo especifico de la firma. Este riesgo puede ser diversificado por el inversionista al formar una cartera de portafolio con distintos activos la cual minimice el riesgo.

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Ejercicios en R

Matemático 1

Considere lo siguiente:

$$E(r_c) = rf + y[E(r_p) - rf]$$
$$U = E(r_c) - \frac{A}{200} \cdot \sigma_c^2$$

Además sabe que los datos para el portafolio de mercado son:

$$E(r_p) = 15\%$$
$$\sigma_p = 2,21$$
$$rf = 7\%$$

Matemático 1 - Pregunta 1

Si el coeficiente de aversión al riesgo del inversionista es A=3 ¿Cuál es el mix óptimo de activos? y ¿Cual es el valor de $E(r_c)$ y σ_c?

Matemático 1 - Pregunta 1

Respuesta:

Ya que la correlación entre el portafolio riesgoso y el libre de riesgo es 0, la varianza del portafolio será:

$$\sigma_c^2 = \sigma_p^2 \cdot y^2$$

Reemplazando en la función de utilidad:

$$U = rf + y[E(r_p) - rf] - \frac{A}{200} \cdot \sigma_p^2 \cdot y^2$$

Luego de ello, optimizamos con respecto al parametro y

$$\frac{\partial U}{\partial y} = [E(r_p) - rf] - 2 \cdot \cdot \frac{A}{200} \cdot \sigma_p^2$$

Continuación

Despejando "y" de la ecuación y evaluando en los parametros dados, obtenemos:

$$y = \frac{[E(r_p) - rf]}{2 \cdot \frac{A}{200} \cdot \sigma_p^2} = \frac{15\% - 7\%}{2 \cdot \dfrac{2}{200} \cdot (2,21)^2} = 55\%$$

Finalmente:

$$E(r_c) = 7\% + 55\% \cdot [15\% - 7\%] \Longrightarrow E(r_c) = 11,4\%$$
$$\sigma_c^2 = (0,55)^2 \cdot (2,2)^2 \Longrightarrow \sigma_c^2 = 1,4641$$

Matemático I - Pregunta 2

Suponga que la tasa para pedir prestado, $rf^b = 9\%$ mayor a la tasa para prestar de $rf = 7\%$. Muestre de manera grafica cómo la decisión óptima de portafolio de algunos inversionistas se ve afectada por la mayor tasa de endeudamiento de rf^b ¿Qué inversioniS tas no se ven afectados por la tasa de endeudamiento?

Matemático I - Pregunta 2

Respuesta:

Todos los inversionistas con un "y" menor a 1 son acreedores en vez de deudores, por lo que no son afectados por la nueva tasa. Dentro de esta categoría, los inversionistas menos aversos al riesgo invertirán el 100% de su capital en el activo riesgoso. Por último, aquellos inversionistas con un "y" mayor a 1 si serán afectados por esta mayor tasa ya que se están apalancando (endeudando) para poder seguir invirtiendo en el activo riesgoso y así poder conseguir un mayor retorno.

Continuación...

Considerando el punto de inflexión es el 100% de su capital, es decir 1, podemos encontrar el nivel de aversión al riesgo que diferencia qué tipo de inversionistas serán afectados por esta nueva tasa y quiénes no:

$$y = 1 = \frac{[E(r_p) - rf]}{2 \cdot \frac{A}{200} \cdot \sigma_p^2} \Longrightarrow 1 = \frac{8}{4,84 \cdot A} \Longrightarrow A = 1,65$$

Entonces, podemos concluir de los anterior que cualquier inversionista con un nivel de aversión al riesgo (A) mayor a 1,65 no será afectado por la diferencia de tasas, ya que el individuo es acreedor o como maximo un inversor del total de su riqueza, lo cuál genera que con el cambio de tasas su nivel de utilidad no cambie.

Continuación...

Ahora bien, aquellos menos aversos al riesgo, $A \leq 1,65$, se encontrarán peor que en la situación inicial, ya que se apalancarón para obtener un mayor retorno dado que son menos aversos al riesgo.
Lo anterior, se ilustra en el grafico, ya que la pendiente de la CAL que enfrentan es menor (y por lo tanto sus curvas de indiferencias cortan más bajo que en la condición inicial donde la tasas eran las mismas rf = rbf = 7%).

Continuación

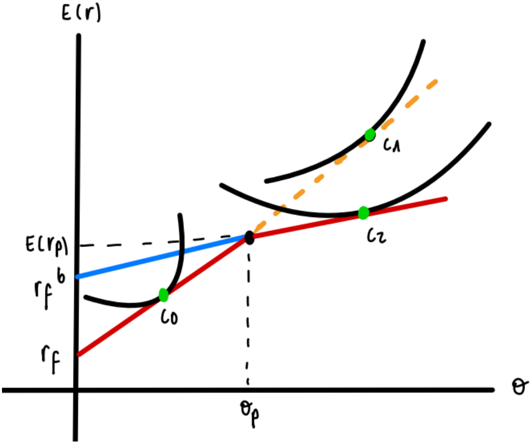


Figure: C0 = Utilidad AR, C1 = Utilidad no AR antes del cambio de tasa, C2 Utilidad No AR post cambio de tasa

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Ejercicios en R

Matemático 2

Considere la siguiente información acerca de tres acciones.

Estado de la economía	**Probabilidad**	**A**	**B**	**C**
Auge	0,35	0,2	0,35	0,6
Normal	0,4	0,15	0,12	0,05
Crisis	0,25	0,01	-0,25	0,5

Matemático 2 - Pregunta 1

1. ¿Cuál es el rendimiento y desviación esperada de cada acción?

Matemático 2 - Pregunta 1

Respuesta:
El rendimiento de cada activo en los distinto estados de la economía es:

Formula de rendimiento esperado

$$E(r_a) = \Sigma P_s \cdot R_a$$

$$E(R_a) = 0,35 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,125 + 0,25 \cdot 0,01 = 0,1325$$
$$E(R_b) = 0,35 \cdot 0,35 + 0,4 \cdot 0,12 + 0,25 \cdot -0,25 = 0,108$$
$$E(R_c) = 0,35 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,05 + 0,25 \cdot 0,5 = 0,105$$

Continuación...

La varianza de cada activo es:

Formula de desviación estandar

$$\sigma^2(R_a) = \Sigma P_s \cdot [R_a - E(R_a)]^2$$

$$\sigma^2(R_a) = 0,00547 \Longrightarrow \sigma(R_a) = 0,0740$$
$$\sigma^2(R_b) = 0,0532 \Longrightarrow \sigma(R_b) = 0,2307$$
$$\sigma^2(R_c) = 0,178 \Longrightarrow \sigma(R_c) = 0,42246$$

Matemático 2 - Pregunta 2

Considere un portafolio conformado en un 30% por A y 70% por B, que tienen una correlación igual a -1. Calcular el retorno esperado, volatilidad del portafolio, y portafolio de minima varianza.

Matemático 2 - Pregunta 2

Respuesta:

Formula retorno de un portafolio para 2 activos

$$E(r_a) = \Sigma W \cdot E(R_i)$$
$$, \text{s.a } \Sigma W = 1$$

$$E(R_p) = 0,3 \cdot 0,1325 + 0,7 \cdot 0,108 = 0,115$$

Formula varianza y covarianza de un portafolio con 2 activos

$$\sigma_p^2 = w \cdot \sigma_a^2 + (1 - w) \cdot \sigma_b^2 + 2 \cdot w \cdot (1 - w) \cdot cov(a, b)$$
$$cov(a, b) = \rho_{a,b} \cdot \sigma_a \cdot \sigma_b$$

$$\sigma_p^2 = 0,3 \cdot 0,00547 + 0,7 \cdot 0,0532 - 2 \cdot 0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,0740 \cdot 0,2307 = 0,031$$

Continuación...

Formula portafolio minima varianza

Recordar que es necesario derivar la varianza de un portafolio respecto al peso de los activos para obtener el portafolio de mínima varianza.

$$w^* = \frac{\sigma_b^2 - cov(a,b)}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2 \cdot cov(a,b)} \implies \frac{\sigma_b^2 - \rho_{a,b} \cdot \sigma_a \cdot \sigma_b}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2 \cdot \rho_{a,b} \cdot \sigma_a \cdot \sigma_b}$$

$$w^* = \frac{0,0532 - (-1) \cdot 0,0740 \cdot 0,2307}{0,00547 + 0,0532 - 2 \cdot (-1) \cdot 0,0740 \cdot 0,2307} \approx 0,75$$

Por lo tanto, invertir aproximadamente un 75% en A y un 25% en B se consigue la mínima varianza del portafolio.

Matemático 2 - Pregunta 3

Considere que en su portafolio invierte 40% en A, 40% en B y 20% en C. ¿Cuáles son las covarianzas y las correlaciones entre los pares de valores? Forme la matriz de varianza-covarianza.

Matemático 2 - Pregunta 3

Formula covarianza

La **covarianza** es un valor que indica el grado de variación conjunta de dos variables aleatorias respecto a sus medias.

$$\sigma_{a,b} = \Sigma P_s[R_i - E(R_i)][(R_j - E(R_j)]$$

$$\sigma_{a,b} = 0,016765$$
$$\sigma_{a,c} = 0,029833$$
$$\sigma_{b,c} = 0,0958$$

Matriz de varianza - covarianza:

$$\begin{bmatrix} \sigma_a^2 & \sigma_{a,b} & \sigma_{a,c} \\ \sigma_{a,b} & \sigma_b^2 & \sigma_{b,c} \\ \sigma_{a,c} & \sigma_{b,c} & \sigma_c^2 \end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix} 0,00547 & 0,016765 & 0,029833 \\ 0,016765 & 0,0532 & 0,0958 \\ 0,029833 & 0,0958 & 0,178 \end{bmatrix}$$

Continuación...

Formula correlación

El **coeficiente de correlación** es una medida de dependencia lineal entre dos variables aleatorias cuantitativas.

$$\rho_{i,j} = \frac{cov(i,j)}{\sigma_i \cdot \sigma_j}$$

$$\rho_{a,b} = \frac{cov(a,b)}{\sigma_a \cdot \sigma_b} \Longrightarrow \frac{0,016765}{0,0740 \cdot 0,2307} = 0,98$$

$$\rho_{b,c} = \frac{cov(b,c)}{\sigma_b \cdot \sigma_c} \Longrightarrow \frac{0,0958}{0,2307 \cdot 0,42246} = 0,98$$

$$\rho_{b,c} = \frac{cov(a,c)}{\sigma_a \cdot \sigma_c} \Longrightarrow \frac{0,029833}{0,0740 \cdot 0,42246} = 0,95$$

Matemático 2 - Pregunta 4

Considere que en su portafolio invierte 40% en A, 40% en B y 20% en C. ¿Cuál es el rendimiento esperado de dicho portafolio?¿Cuál es la desviación estándar del portafolio?

Matemático 2 - Pregunta 4

Respuesta:

Rendimiento portafolio

El rendimiento de un porafolio es la multiplicación matricial de los pesos de los activos por la matriz de rendimientos esperados.

$$E(R_P) = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E(R_a) \\ E(R_b) \\ E(R_c) \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{E}(\mathrm{R}_P) = \begin{bmatrix} 0,4 & 0,4 & 0,2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,1325 \\ 0,1080 \\ 0,1050 \end{bmatrix} \Longrightarrow E(R_P) = 11,72$$

Continuación

Volatilidad de un portafolio

La varianza de un portafolio es la multiplicación de los pesos de los activos por la matriz de varianz-covarianza por la matriz de los pesos de los activos traspuesta.

$$\sigma_p^2 = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & \sigma_{a,b} & \sigma_{a,c} \\ \sigma_{a,b} & \sigma_b^2 & \sigma_{b,c} \\ \sigma_{a,c} & \sigma_{b,c} & \sigma_c^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_p^2 = 0,0419 \Longrightarrow \sigma = 20,48$$

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Ejercicios en R

Ejercicios en R

Revisar script del ejercicio

Ayudantía 3

Finanzas I

Profesor Juan Romagosa G.

Primavera 2021

Correos

- **asanhueza@fen.uchile.cl**
- alainez@fen.uchile.cl

Contenido de Ayudantía

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

4 Matemático III

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

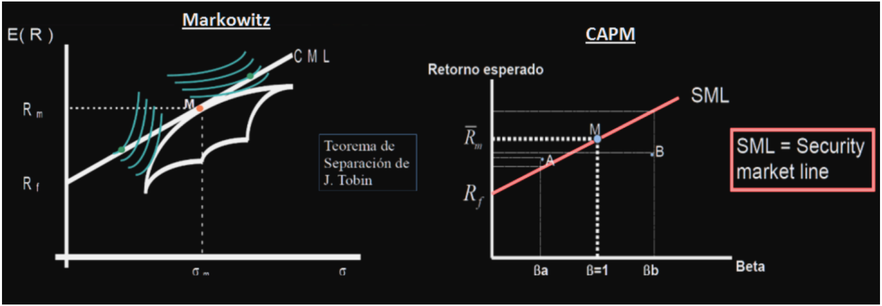
4 Matemático III

Comente I

Realice un análisis comparativo, gráfico y conceptual, entre el modelo de Media-Varianza y CAPM

Comente I

Realice un análisis comparativo, gráfico y conceptual, entre el modelo de Media-Varianza y CAPM



Comente II

De acuerdo al modelo índice, los activos con alfas positivos se encuentran sobrevalorados

Respuesta:

Comente II

De acuerdo al modelo índice, los activos con alfas positivos se encuentran sobrevalorados

Respuesta:
Falso. Alfas positivos pueden ser entendidas como exceso de retorno sobre el mercado. La existencia de este exceso de retorno convertirá a esta inversión en un activo mucho más atractivo debido que estaría subvalorado, incrementando la demanda por él y con ello su precio

Comente III

Es imposible tanto teórica como empíricamente encontrar algún activo con un beta negativo

Respuesta:

Comente III

Es imposible tanto teórica como empíricamente encontrar algún activo con un beta negativo

Respuesta:
Falso. Si bien es dificil encontrar un activo con un beta negativo en los datos, teóricamente si es posible que exista.

Comente III

Es imposible tanto teórica como empíricamente encontrar algún activo con un beta negativo

Respuesta:
Falso. Si bien es dificil encontrar un activo con un beta negativo en los datos, teóricamente si es posible que exista.

¿Cómo se interpreta? $\Rightarrow$ Como una cobertura cuando al mercado le va mal

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

4 Matemático III

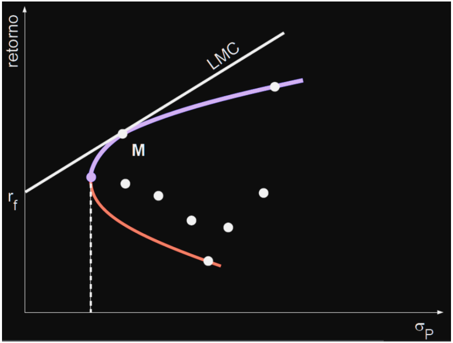
Una organización de gestión de carteras analiza 60 acciones y construye un portafolio eficiente de media-varianza utilizando solo estos 60 valores.

a) ¿Cuántas estimaciones de los rendimientos esperados, varianzas y las covarianzas se necesitan para optimizar esta cartera?

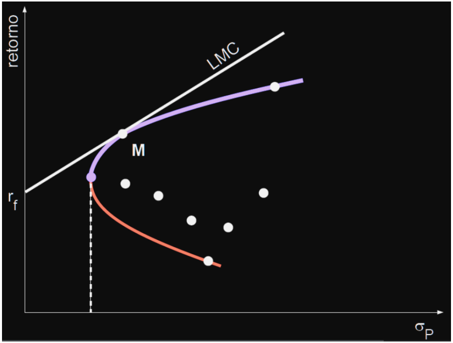
b) Si se pudiera suponer con seguridad que los rendimientos del mercado de valores se parecen mucho a una estructura de índice único, ¿cuántas estimaciones se necesitarían?

a) ¿Cuántas estimaciones de los rendimientos esperados, varianzas y las covarianzas se necesitan para optimizar esta cartera?

a) ¿Cuántas estimaciones de los rendimientos esperados, varianzas y las covarianzas se necesitan para optimizar esta cartera?



a) ¿Cuántas estimaciones de los rendimientos esperados, varianzas y las covarianzas se necesitan para optimizar esta cartera?



$$\max_{\{w_i\}} \quad S_p = \frac{E[r_p] - r_f}{\sigma_p}$$

$$\text{s.a} \qquad \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

a) ¿Cuántas estimaciones de los rendimientos esperados, varianzas y las covarianzas se necesitan para optimizar esta cartera?

$$E[r_p] = \sum_{i=1}^{N} w_i E[r_i] \tag{1}$$

a) ¿Cuántas estimaciones de los rendimientos esperados, varianzas y las covarianzas se necesitan para optimizar esta cartera?

$$E[r_p] = \sum_{i=1}^{N} w_i E[r_i] \tag{1}$$

$$\sigma_p^2 = cov(E[r_p], E[r_p])$$

a) ¿Cuántas estimaciones de los rendimientos esperados, varianzas y las covarianzas se necesitan para optimizar esta cartera?

$$E[r_p] = \sum_{i=1}^{N} w_i E[r_i] \tag{1}$$

$$\sigma_p^2 = cov(E[r_p], E[r_p])$$

$$\sigma_p^2 = cov(\sum_{i=1}^{N} w_i E[r_i], \sum_{j=1}^{N} w_j E[r_j])$$

a) ¿Cuántas estimaciones de los rendimientos esperados, varianzas y las covarianzas se necesitan para optimizar esta cartera?

$$E[r_p] = \sum_{i=1}^{N} w_i E[r_i] \tag{1}$$

$$\sigma_p^2 = cov(E[r_p], E[r_p])$$

$$\sigma_p^2 = cov(\sum_{i=1}^{N} w_i E[r_i], \sum_{j=1}^{N} w_j E[r_j])$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j cov(E[r_i], E[r_j]) \tag{2}$$

	Markowitz
Retornos Esperados	N
Varianzas	N
Covarianzas	$\frac{N^2-N}{2}$
Total	$\frac{N^2+3N}{2}$

	Markowitz
Retornos Esperados	N
Varianzas	N
Covarianzas	$\frac{N^2-N}{2}$
Total	$\frac{N^2+3N}{2}$

Si N=60 entonces debemos calcular $\frac{60^2+3*60}{2} = 1890$ términos

b) Si se pudiera suponer con seguridad que los rendimientos del mercado de valores se parecen mucho a una estructura de índice único, ¿cuántas estimaciones se necesitarían?

$$r_i = E[r_i] + \beta_i m + e_i$$

b) Si se pudiera suponer con seguridad que los rendimientos del mercado de valores se parecen mucho a una estructura de índice único, ¿cuántas estimaciones se necesitarían?

$$r_i = E[r_i] + \beta_i m + e_i$$

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(e_i)$$

b) Si se pudiera suponer con seguridad que los rendimientos del mercado de valores se parecen mucho a una estructura de índice único, ¿cuántas estimaciones se necesitarían?

$$r_i = E[r_i] + \beta_i m + e_i$$

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(e_i)$$

$$Cov(r_i, r_j) = cov(\beta_i m + e_i, \beta_j m + e_j) = \beta_i \beta_j \sigma_m^2$$

b) Si se pudiera suponer con seguridad que los rendimientos del mercado de valores se parecen mucho a una estructura de índice único, ¿cuántas estimaciones se necesitarían?

$$r_i = E[r_i] + \beta_i m + e_i$$

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(e_i)$$

$$Cov(r_i, r_j) = cov(\beta_i m + e_i, \beta_j m + e_j) = \beta_i \beta_j \sigma_m^2$$

$$Corr(r_i, r_j) = \frac{\beta_i \beta_j \sigma_m^2}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{\beta_i \sigma_m^2 \beta_j \sigma_m^2}{\sigma_i \sigma_m \sigma_j \sigma_m} = Corr(r_i, r_m) * Corr(r_j, r_m)$$

$$E[R_p] = \alpha_p + \beta_p E[R_m]$$

$$E[R_p] = \alpha_p + \beta_p E[R_m]$$

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^{n+1} w_i \alpha_i + E(R_m) \sum_{i=1}^{n+1} w_i \beta_i \tag{3}$$

$$E[R_p] = \alpha_p + \beta_p E[R_m]$$

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^{n+1} w_i \alpha_i + E(R_m) \sum_{i=1}^{n+1} w_i \beta_i \tag{3}$$

$$\sigma_p = [\beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(e_p)]^{\frac{1}{2}}$$

$$E[R_p] = \alpha_p + \beta_p E[R_m]$$

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^{n+1} w_i \alpha_i + E(R_m) \sum_{i=1}^{n+1} w_i \beta_i \tag{3}$$

$$\sigma_p = [\beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(e_p)]^{\frac{1}{2}}$$

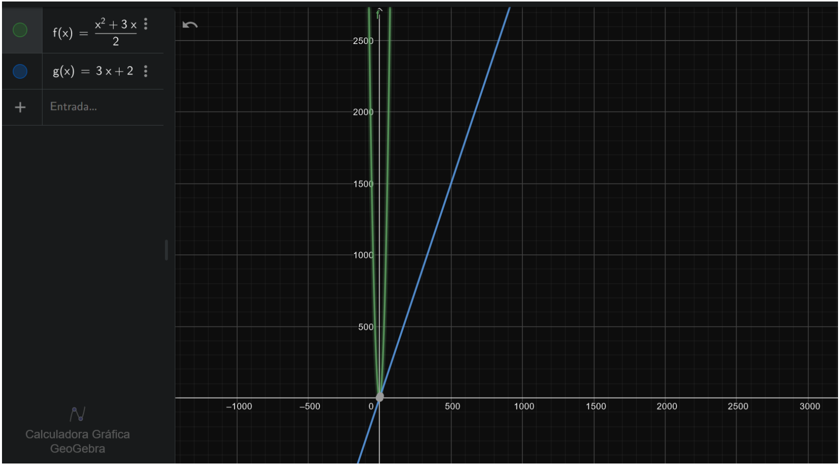
$$\sigma_p = [\sigma_m^2 (\sum_{i=1}^{n+1} w_i \beta_i)^2 + \sum_{i=1}^{n+1} w_i^2 \sigma^2(e_i)]^{\frac{1}{2}} \tag{4}$$

	Modelo Indice
α	N
β	N
$\sigma^2(e_i)$	N
σ_M^2	1
$E(R_m)$	1
Total	3N+2

	Modelo Indice
α	N
β	N
$\sigma^2(e_i)$	N
σ^2_M	1
$E(R_m)$	1
Total	3N+2

Si N=60 entonces hay que calcular $3 * 60 + 2 = 182$ términos

Markowitz vs Indice



1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

4 Matemático III

Considere los resultados de regresión del modelo índice para el activo A y B

$$R_A = 1\% + 1.2R_M \qquad R_A^2 = 0.576 \qquad \sigma(e_A) = 10.3\%$$
$$R_B = -2\% + 0.8R_M \qquad R_B^2 = 0.436 \qquad \sigma(e_B) = 9.1\%$$

a) ¿Qué activo tiene mayor riesgo especifico de la firma?

b) ¿Qué activo tiene mayor riesgo sistemático?

c) ¿Para qué activo el movimiento del mercado explica una fracción mayor de la volatilidad de los rendimientos?

d) Si r_f fuera de 6% y la regresión se hubiera ejecutado utilizando el total en lugar del exceso retornos, ¿cuál habría sido el intercepto de regresión para la acción A?

a) ¿Qué activo tiene mayor riesgo especifico de la firma?

$$\sigma^2(e_i) \Rightarrow Riesgo \quad específico$$

a) ¿Qué activo tiene mayor riesgo especifico de la firma?

$$\sigma^2(e_i) \Rightarrow \textit{Riesgo} \quad \textit{específico}$$

$\sigma(e_A) = 10.3\%$
$\sigma(e_B) = 9.1\%$

a) ¿Qué activo tiene mayor riesgo especifico de la firma?

$$\sigma^2(e_i) \Rightarrow \mathit{Riesgo} \quad \mathit{espec\acute{i}fico}$$

$\sigma(e_A) = 10.3\%$
$\sigma(e_B) = 9.1\%$

$$\sigma(e_A) > \sigma(e_B)$$

a) ¿Qué activo tiene mayor riesgo especifico de la firma?

$$\sigma^2(e_i) \Rightarrow Riesgo \quad específico$$

$\sigma(e_A) = 10.3\%$
$\sigma(e_B) = 9.1\%$

$$\sigma(e_A) > \sigma(e_B)$$

Activo A tiene mayor riesgo específico

b) ¿Qué activo tiene mayor riesgo sistemático?

$$\textit{Riesgo Sistemático} \Rightarrow \beta_i^2 \sigma_m^2$$

b) ¿Qué activo tiene mayor riesgo sistemático?

$$\textit{Riesgo Sistemático} \Rightarrow \beta_i^2 \sigma_m^2$$

Dado que se tiene el mismo σ_m^2 para ambos activos nos fijamos en β_i

$\beta_A = 1.2$
$\beta_B = 0.8$

b) ¿Qué activo tiene mayor riesgo sistemático?

$$\textit{Riesgo Sistemático} \Rightarrow \beta_i^2 \sigma_m^2$$

Dado que se tiene el mismo σ_m^2 para ambos activos nos fijamos en β_i

$\beta_A = 1.2$
$\beta_B = 0.8$

$$\beta_A > \beta_B$$

b) ¿Qué activo tiene mayor riesgo sistemático?

$$\textit{Riesgo Sistemático} \Rightarrow \beta_i^2 \sigma_m^2$$

Dado que se tiene el mismo σ_m^2 para ambos activos nos fijamos en β_i

$\beta_A = 1.2$
$\beta_B = 0.8$

$$\beta_A > \beta_B$$

Activo A tiene mayor riesgo sistemático

c) ¿Para qué activo el movimiento del mercado explica una fracción mayor de la volatilidad de los rendimientos?

c) ¿Para qué activo el movimiento del mercado explica una fracción mayor de la volatilidad de los rendimientos?

$$R_i^2 = \frac{Varianza\ Modelo}{Varianza\ Total} = \frac{\beta_i^2 \sigma_m^2}{\beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(e_i)}$$

c) ¿Para qué activo el movimiento del mercado explica una fracción mayor de la volatilidad de los rendimientos?

$$R_i^2 = \frac{Varianza\ Modelo}{Varianza\ Total} = \frac{\beta_i^2 \sigma_m^2}{\beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(e_i)}$$

$R_A^2 = 0.576$
$R_B^2 = 0.436$

c) ¿Para qué activo el movimiento del mercado explica una fracción mayor de la volatilidad de los rendimientos?

$$R_i^2 = \frac{Varianza\ Modelo}{Varianza\ Total} = \frac{\beta_i^2 \sigma_m^2}{\beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma^2(e_i)}$$

$R_A^2 = 0.576$
$R_B^2 = 0.436$

$$R_A^2 > R_B^2$$

Activo A tiene una mayor "bondad de ajuste"

d) Si r_f fuera de 6% y la regresión se hubiera ejecutado utilizando el total en lugar del exceso retornos, ¿cuál habría sido el intercepto de regresión para la acción A?

$$R_A = 1\% + 1.2 R_M$$

d) Si r_f fuera de 6% y la regresión se hubiera ejecutado utilizando el total en lugar del exceso retornos, ¿cuál habría sido el intercepto de regresión para la acción A?

$$R_A = 1\% + 1.2R_M$$

$$r_a - r_f = 1\% + 1.2(r_m - r_f)$$

d) Si r_f fuera de 6% y la regresión se hubiera ejecutado utilizando el total en lugar del exceso retornos, ¿cuál habría sido el intercepto de regresión para la acción A?

$$R_A = 1\% + 1.2R_M$$

$$r_a - r_f = 1\% + 1.2(r_m - r_f)$$

$$r_a = 1\% + r_f + 1.2r_m - 1.2r_f$$

d) Si r_f fuera de 6% y la regresión se hubiera ejecutado utilizando el total en lugar del exceso retornos, ¿cuál habría sido el intercepto de regresión para la acción A?

$$R_A = 1\% + 1.2R_M$$

$$r_a - r_f = 1\% + 1.2(r_m - r_f)$$

$$r_a = 1\% + r_f + 1.2r_m - 1.2r_f$$

$$r_a = 1\% - 0.2r_f + 1.2r_m$$

d) Si r_f fuera de 6% y la regresión se hubiera ejecutado utilizando el total en lugar del exceso retornos, ¿cuál habría sido el intercepto de regresión para la acción A?

$$R_A = 1\% + 1.2R_M$$

$$r_a - r_f = 1\% + 1.2(r_m - r_f)$$

$$r_a = 1\% + r_f + 1.2r_m - 1.2r_f$$

$$r_a = 1\% - 0.2r_f + 1.2r_m$$

$$r_a = -0.002 + 1.2r_m$$

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

4 Matemático III

Los datos a continuación describen un mercado financiero de tres acciones que satisface el modelo de índice único. La desviación estándar de la cartera de índices de mercado es del 25%.

Activo	Capitalización	Beta	Exceso retorno promedio	Desviación Estándar
A	3000	1	10%	40%
B	1940	0.2	2%	30%
C	1360	1.7	17%	50%

a) ¿Cuál es el exceso de rendimiento promedio de la cartera de índices?
b) ¿Cuál es la covarianza entre el activo A y B?
c) ¿Cuál es la covarianza entre el activo B y el indice?
d) Descomponga la varianza de la acción B en sus componentes sistemáticos y específicos de la empresa.

a) ¿Cuál es el exceso de rendimiento promedio de la cartera de índices?

$$Capitalizaci\acute{o}n \ \ Total = 3000 + 1940 + 1360$$
$$Capitalizaci\acute{o}n \ \ Total = 6300$$

a) ¿Cuál es el exceso de rendimiento promedio de la cartera de índices?

$$Capitalizaci\acute{o}n \;\; Total = 3000 + 1940 + 1360$$
$$Capitalizaci\acute{o}n \;\; Total = 6300$$

$$R_p = w_A R_a + w_B R_B + w_C R_C$$

a) ¿Cuál es el exceso de rendimiento promedio de la cartera de índices?

$$Capitalizaci\acute{o}n \;\; Total = 3000 + 1940 + 1360$$
$$Capitalizaci\acute{o}n \;\; Total = 6300$$

$$R_p = w_A R_a + w_B R_B + w_C R_C$$

$$R_p = \frac{3000}{6300}0.1 + \frac{1940}{6300}0.02 + \frac{1360}{6300}0.17$$

a) ¿Cuál es el exceso de rendimiento promedio de la cartera de índices?

$$Capitalizaci\acute{o}n \;\; Total = 3000 + 1940 + 1360$$
$$Capitalizaci\acute{o}n \;\; Total = 6300$$

$$R_p = w_A R_a + w_B R_B + w_C R_C$$

$$R_p = \frac{3000}{6300}0.1 + \frac{1940}{6300}0.02 + \frac{1360}{6300}0.17$$

$$R_p = 9.05\%$$

b) ¿Cuál es la covarianza entre el activo A y B?

$$cov(R_A, R_B) = \beta_A \beta_B \sigma_M^2$$

b) ¿Cuál es la covarianza entre el activo A y B?

$$cov(R_A, R_B) = \beta_A \beta_B \sigma_M^2$$

$$cov(R_A, R_B) = 1 * 0.2 * 0.25^2$$

b) ¿Cuál es la covarianza entre el activo A y B?

$$cov(R_A, R_B) = \beta_A \beta_B \sigma_M^2$$

$$cov(R_A, R_B) = 1 * 0.2 * 0.25^2$$

$$cov(R_A, R_B) = 0.0125$$

c) ¿Cuál es la covarianza entre el activo B y el indice?

$$cov(R_B, R_M) = \beta_B \sigma_M^2$$

c) ¿Cuál es la covarianza entre el activo B y el indice?

$$cov(R_B, R_M) = \beta_B \sigma_M^2$$

$$cov(R_A, R_B) = 0.2 * 0.25^2$$

c) ¿Cuál es la covarianza entre el activo B y el indice?

$$cov(R_B, R_M) = \beta_B \sigma_M^2$$

$$cov(R_A, R_B) = 0.2 * 0.25^2$$

$$cov(R_A, R_B) = 0.0125$$

d) Descomponga la varianza de la acción B en sus componentes sistemáticos y específicos de la empresa

$$\sigma_B^2 = Var(\beta_B R_M + e_B)$$

d) Descomponga la varianza de la acción B en sus componentes sistemáticos y específicos de la empresa

$$\sigma_B^2 = Var(\beta_B R_M + e_B)$$

$$\sigma_B^2 = \beta_B^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_B)$$

d) Descomponga la varianza de la acción B en sus componentes sistemáticos y específicos de la empresa

$$\sigma_B^2 = Var(\beta_B R_M + e_B)$$

$$\sigma_B^2 = \beta_B^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_B)$$

$$Riesgo \quad Sistemático \Rightarrow \beta_B^2 \sigma_M^2$$

d) Descomponga la varianza de la acción B en sus componentes sistemáticos y específicos de la empresa

$$\sigma_B^2 = Var(\beta_B R_M + e_B)$$

$$\sigma_B^2 = \beta_B^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_B)$$

$$Riesgo \quad Sistemático \Rightarrow \beta_B^2 \sigma_M^2$$
$$Riesgo \quad Sistemático = 0.2^2 * 0.25^2$$
$$Riesgo \quad Sistemático = 0.0025$$

d) Descomponga la varianza de la acción B en sus componentes sistemáticos y específicos de la empresa

$$\sigma_B^2 = Var(\beta_B R_M + e_B)$$

$$\sigma_B^2 = \beta_B^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_B)$$

$$Riesgo \quad Sistemático \Rightarrow \beta_B^2 \sigma_M^2$$

$$Riesgo \quad Sistemático = 0.2^2 * 0.25^2$$
$$Riesgo \quad Sistemático = 0.0025$$

$$Riesgo \quad Específico \Rightarrow \sigma_B^2 - \beta_M^2 \sigma_M^2$$

d) Descomponga la varianza de la acción B en sus componentes sistemáticos y específicos de la empresa

$$\sigma_B^2 = Var(\beta_B R_M + e_B)$$

$$\sigma_B^2 = \beta_B^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_B)$$

$$Riesgo \quad Sistemático \Rightarrow \beta_B^2 \sigma_M^2$$
$$Riesgo \quad Sistemático = 0.2^2 * 0.25^2$$
$$Riesgo \quad Sistemático = 0.0025$$

$$Riesgo \quad Específico \Rightarrow \sigma_B^2 - \beta_M^2 \sigma_M^2$$
$$Riesgo \quad Específico = 0.3^2 - 0.0025$$
$$Riesgo \quad Específico = 0.0875$$

Ayudantía 4

Finanzas I

Profesor Juan Romagosa G.

Primavera 2021

Correos

- asanhuezac@fen.uchile.cl
- **alainez@fen.uchile.cl**

Contenido de Ayudantía

1. Comentes
2. Matemático I
3. Matemático II
4. Matemático III

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

4 Matemático III

Comente 1

Un buen analista de inversiones se beneficiará solo de aquellos stocks con alfas positivos.

Comente 1

Un buen analista de inversiones se beneficiará solo de aquellos stocks con alfas positivos.

Respuesta:

Falso. Recordar que una acción con alfa positivo significa que está subvalorada en términos de precio, lo que implica que el precio de la acción debería ser mayor al que tiene hoy (un inversionista se beneficiaría por ejemplo comprando hoy la acción para posteriormente venderla), para un stock con un alfa negativo implica una relación de sobrevaloración, entendiéndose que el precio del stock debería ser menor al que presenta hoy, por lo que se puede obtener un beneficio por ejemplo mediante venta corta, por lo tanto un inversionista también se puede beneficiar de stocks con alfa negativo.

Comente 2

Empresas con volatilidad idénticas tendrán betas iguales.

Comente 2

Empresas con volatilidad idénticas tendrán betas iguales.
Respuesta:

Falso, recordar que la volatilidad está compuesta tanto por riesgo sistemático y no sistemático (diversificable), por otro lado beta captura solo el riesgo sistemático, por lo que si dos empresas tienen igual volatilidad no necesariamente tendrán igual beta, ya que puede existir diferencias en el riesgo diversificable.

Comente 3

El Beta, al ser una medida de cómo se relaciona un activo con el mercado, efectivamente captura todos los movimientos en conjunto que permitirán explicar la rentabilidad esperada del activo.

Comente 3

El Beta, al ser una medida de cómo se relaciona un activo con el mercado, efectivamente captura todos los movimientos en conjunto que permitirán explicar la rentabilidad esperada del activo.

Respuesta:

Falso. El beta solo captura la relación lineal existente entre el activo con el mercado. Por lo que relaciones no lineales (sea cuadrática, por ejemplo) no son consideradas en el modelo.

Comente 4

De acuerdo al modelo índice, el beta y la desviación estándar son medidas de riesgo similares, por lo que es indiferente cuál se utilice.

Comente 4

De acuerdo al modelo índice, el beta y la desviación estándar son medidas de riesgo similares, por lo que es indiferente cuál se utilice.

Respuesta:

Falso. No son medidas de riesgo similares, ya que el beta sólo nos muestra una medida del riesgo sistemático o no diversificable, en cambio, la desviación estándar es una medida de riesgo más completa, donde se resume tanto el riesgo sistemático como el no sistemático.

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

4 Matemático III

Matemático I

Suponga que el exceso de retorno de mercado es de 8%, la desviación estándar del mercado es 20%, la desviación estándar del activo A es 25%, y el coeficiente de correlación entre el activo A y el mercado es -0,8. Calcule el beta y el nivel de riesgo diversificable de A.

Respuesta

Primero calculamos el Beta de A:

$$\beta_A = \frac{cov(r_A, r_m)}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{A,m} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_m}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{A,m} \cdot \sigma_A}{\sigma_m} = \frac{-0,8 \cdot 0,25}{0,2}$$
$$= -1$$

Luego de ello obtenemos el riesgo diversificable de A:

$$\sigma_A^2 = \beta_A^2 \sigma_m^2 + \sigma_e^2$$
$$\sigma_e^2 = \sigma_A^2 - \beta_A^2 \sigma_m^2$$
$$\sigma_e^2 = (0,25)^2 - (-1)^2 \cdot (0,2)^2$$
$$\sigma_e^2 = 0,0225$$

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

4 Matemático III

Matemático II

Un reconocido analista de inversiones ha decidido construir un nuevo portafolio siguiendo una estrategia de inversión activa que combina los activos A, B y C con el índice de mercado. Su análisis se basa en el modelo índice y en las estimaciones de alfas y varianza de los residuos obtenidas (ver tabla).

Activo	$\hat{\alpha}_i$	$\sigma^2\hat{(e_i)}$
A	0,015	0,0705
B	-0,010	0,0572
C	0,012	0,0297

Además, usted sabe que el premio por riesgo del índice de Mercado es 6 % (0,06), y su nivel de riesgo (desvío estándar) es de 13,5% (0,135).

Materia y conceptos

Las carteras activas óptimas construidas a partir del modelo de índice incluyen valores analizados en proporción a sus ratios de información. La cartera de riesgo completa es una mezcla de la cartera activa y la cartera de índice de mercado pasivo. La cartera de índices se utiliza para mejorar la diversificación de la posición de riesgo general, y así poder obtener por parte de un inversionista una mejor compensación entre riesgo y retorno.

1. Portafolio Activo: Se denota generalmente por A y esa conformado por N valores previamente analizados, los cuales pueden presentar riesgo sistematico y diversifcable.
2. Portafolio Pasivo: Se denota generlamente por M y corresponde al valor n+1 del portafolio óptimo. Por lo general, corresponde al indice del mercado, en este caso SP500, el cuál solo presentará riesgo sistematico y eso

Matemático II - Parte I

Encuentre en porcentajes de inversión óptimos para los tres activos, en la parte de activa del portafolio.

Matemático II - Parte I - Respuesta

Primero, calculamos los pesos iniciales de los valores dentro de la cartera activa con la formula $w_i^0 = \frac{\alpha_i}{\sigma^2(e_i)}$, ya que esta razón equilibra la contribución de la cartera activa (su alfa) con su contribución a la variación de la cartera (variación residual). Luego de lo anterior, tenemos que escalar cada una de las posiciones iniciales dentro de la cartera para forzar que sumen uno de la siguiente forma $w_i = \frac{w_i^0}{\Sigma w_i^0}$

Activo	w_i^0	w_i^*
A	0,2128	0,48114
B	-0,1748	-0,3955
C	0,4040	0,9140

Matemático II - Parte II

Encuentre el alpha y la varianza del término error asociado al portafolio activo.

Matemático II - Parte II - Respuesta

Calculamos el alpha para el portafolio activo

$$\alpha_A = \Sigma\alpha \cdot w_i$$

$$\alpha_A = (0,015) \cdot (0,4814) + (-0,010) \cdot (-0,3955) + (0,012) \cdot (0,9140)$$

$$\alpha_A = 0,0221$$

Calculamos la varianza del término error asociado al portafolio activo

$$\sigma^2(e_A) = \Sigma\sigma^2(e_i) \cdot w_i^2$$

$$\sigma^2(e_A) = (0,0705) \cdot (0,4814)^2 + (0,0572) \cdot (-0,3955)^2$$

$$+(0,0297) \cdot (0,9140)^2$$

$$\sigma^2(e_A) = 0,0501$$

Matemático II - Parte III

Ahora piense enel portafolio completo (el que combina los 3 activos con el indice de mercado). Encuentre el porcentaje óptimo de inversión en el portafolio activo (W_a) y en el indice de mercado (W_M). Puede asumir que el beta del portafolio activo es igual a 1 ($\beta_a = 1$).

Matemático II - Parte III - Respuesta

Dado que $\beta_A = 1$, el porcentaje de inversión optima en el portafolio activo es

$$w_A = \frac{\frac{\alpha_A}{\sigma^2(e_A)}}{\frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_M^2}} = \frac{\frac{0,0221}{0,0501}}{\frac{0,06}{(0,135)^2}} = 0,1340 \Longrightarrow w_a = 13,40\%$$

Luego de lo obtener la posición inicial del portafolio activo dentro del portafolio optimo, se tiene ajustar nuevamente para tener en cuenta su beta asociado a la cartera activa para cualquier nivel de riesgo.

$$w_A^* = \frac{w_a^0}{1 + (1 - \beta_A) \cdot w_a^0} = \frac{13,40\%}{1 + (1 - 1) \cdot 13,40\%} = 13,40\%$$

Continuación...

Entonces la inversión óptima en el portafolio pasivo es

$$w_M^* = 1 - w_A^* = 0,866 \Longrightarrow w_M^* = 86,6\%$$

Matemático II - Parte IV

Calcule el Sharpe ratio del portafolio óptimo obtenido en c). ¿Que fracción de este Sharpe ratio es explicada por a parte activa del portafolio?

Matemático II - Parte IV - Respuesta

El ratio de Sharpe del potafolio se relaciona con el ratio de Sharpe del índice de mercado S_M y con la razón de información $(RI = \frac{\alpha_A}{\sigma(e_A)})$ de la parte activa del portafolio a través de la siguiente expresión:

$$S_P^2 = S_M^2 + [\frac{\alpha_A}{\sigma(e_A)}]^2$$

El ratio de información (RI) mde el retorno extra que obtenemos de un analisis de valores comparado con el riesgo especifico que se incurre cuando sobre o sub ponderamos los pesos de los valores con relación al indice pasivo de mercado.

Continuación...

Recordando que el ratio de Sharpe del mercado es:

$$S_M = \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M} = \frac{PRM}{\sigma_M}$$

Reemplazando con los datos que tenemos:

$$S_M = \frac{0,66}{0,135} = \overline{0{,}44}$$

$$S_M^2 = 0,1975$$

$$[\frac{\alpha_A}{\sigma(e_A)}]^2 = \frac{(0,0221)^2}{0,0501} = 0,00975$$

Por lo tanto el ratio de Sharpe del portafolio es:

$$S_P^2 = 0,1975 + 0,00975 = 0,207$$

$$S_P = \sqrt{0,207} = 0,455$$

Continuación...

Con este resultado, y comparándolo con el ratio de Sharpe de mercado, podemos notar que el portafolio creado es levemente superior en medida de rentabilidad/riesgo, ya que presente una Sharpe mayor.
Por otro lado, la parte activa del portafolio es representada por la razón de información (resultado (2)), por lo que la fracción que representa en el sharpe total del portafolio (al cuadrado) es:

$$\frac{[\frac{\alpha_A}{\sigma(e_A)}]^2}{S_P^2} = \frac{0,00975}{0,207} = 0,0471$$

Con este resultado podemos concluir, que la parte activa del portafolio construido, no aporta tanto en rentabilidad, en comparación a solo tener el portafolio pasivo o de mercado.

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

4 Matemático III

Matemático III - Enunciado

Suponga que en una economía se cumple el CAPM y el modelo indice (index Model) satisfaciendo todos los supuestos del modelo. Se pide completar la siguiente tabla:

Activo	$E(R_j)$	$\sigma(R_j)$	β	$\sigma^2(e_i)$
A	0,15		2	0,1
B		0,3	0,8	0,03
C	0,12		0,5	0,6

Matemático III - Respuesta

Para encontrar la σ_i debemos utilizar el modelo de un índice (Index Model)

$$\sigma_i^2 = \beta_p^2 \cdot \sigma_m^2 + \sigma_e^2$$

Por lo que através del activo B obtenemos la varianza del mercado

$$\sigma_b^2 = \beta_b^2 \cdot \sigma_m^2 + \sigma_e^2$$

$$(0,3)^2 = (0,8)^2 \cdot \sigma_m^2 + 0,03$$

$$\sigma_m^2 = 0,094$$

Ahora obtenemos σ_a

$$\sigma_a^2 = (2)^2 \cdot 0,094 + 0,1$$

$$\sigma_a^2 = 0,476 \Longrightarrow \sigma_a = 0,69$$

Matemático III - Continuación

Ahora obtenemos σ_c

$$\sigma_c^2 = (0,5)^2 \cdot 0,094 + 0,6$$

$$\sigma_c^2 = 0,624 \Longrightarrow \sigma_c = 0,79$$

Ahora, utilizando la ecuación de CAPM, adjunta a continuación, realizaremos un sistema de ecuaciones para obtener el retorno que nos falta.

$$E(r_i) = r_f + \beta[E(r_m) - r_f]$$

Matemático III - Continuación

Entonces, denotaremos por $\lambda = [E(r_m) - r_f]$

$$\begin{cases} 2\lambda + r_f = 0,15 \\ 0,5\lambda + r_f = 0,12 \end{cases}$$

Multiplicaremos por - 1 la segunda ecuación

$$\begin{cases} 2\lambda + r_f = 0,15 \\ -0,5\lambda - r_f = -0,12 \end{cases}$$

Luego sumando ambas ecuaciones se obtiene:

$$1,5\lambda = 0,03 \Longrightarrow \lambda = 0,02$$

Matemático III - Continuación

Reemplazando en una de las ecuaciones encontramos que $r_f = 0,11$, por lo tanto, $E(r_m) = 0,13$. Finalmente se ecuentra la rentabilidad del activo B mediante CAPM

$$E(r_B) = r_f + \beta[E(r_m) - r_f]$$

$$E(r_B) = 0,11 + 0,8 \cdot 0,2$$

$$E(r_B) = 12,6\%$$

Ayudantía 5

Finanzas I

Profesor Juan Romagosa G.

Primavera 2021

Correos

- **alainez@fen.uchile.cl**
- asanhueza@fen.uchile.cl

Contenido de Ayudantía

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

Comente 1

El beta de un activo en el modelo CAPM siempre tiene que ser mayor que cero.

Comente 1

El beta de un activo en el modelo CAPM siempre tiene que ser mayor que cero.

Respuesta:

Incierto, va a depender del estado en el cuál se encuentre la economia. Tener un $\beta < 0$ en un buen estado de la economía tendriamos rentabilidades menores a la del activo libre de riesgo, por lo cuál no invertiriamos. Sin embargo, en estado malos de la economía, un activo con $\beta < 0$ nos generaría mayor rentabilidad que un activo con $\beta > 0$.
Finalmente, es bueno tener activos con betas negativos dentro del portafolio ya que nos sirven como seguro para estados malos de la economía.

Comente 2

Los modelos de CAPM y APT sirven para hacer especulación.

Comente 2

Los modelos de CAPM y APT sirven para hacer especulación.

Respuesta:

Falso, los modelos CAPM y APT sirven para obtener el retorno "correcto" de los activos/portafolios (de equilibrio) dado un cierto nivel de riesgo.
El concepto que se relaciona directamente con estos modelos es el de arbitraje.

Comente 3

El modelo APT se basa en la ley del precio único. Es decir, dos activos/portafolios que tengan asociado el mismo riesgo, deberán tener el mismo retorno esperado. Así, por ejemplo, si un activo se encuentra sub-valorado, una buena estrategia de arbitraje ser a través de una venta corta. Comente.

Comente 3

El modelo APT se basa en la ley del precio único. Es decir, dos activos/portafolios que tengan asociado el mismo riesgo, deberán tener el mismo retorno esperado. Así, por ejemplo, si un activo se encuentra sub-valorado, una buena estrategia de arbitraje ser a través de una venta corta. Comente.

Respuesta:

La primera parte del comente es verdadera, el modelo APT se basa en la ley del precio único. Sin embargo, cuando un activo se encuentra sub-valorado, la estrategia de arbitraje que debemos realizar es comprar el activo vendiendo corto algún portafolio que contenga activos bien valorizados que tenga el mismo riesgo que el activo que está sub-valorado.

Comente 4

¿Cuáles son las condiciones que se deben cumplir para llevar a cabo una operación de arbitraje?

Comente 4

¿Cuáles son las condiciones que se deben cumplir para llevar a cabo una operación de arbitraje?

Respuesta:

Para realizar una operación de arbitraje sin riesgo es cuando un inversor puede construir una cartera de inversión 0, se deben cumplir 3 condiciones.

1. Inversión 0, es decir, no utilizar capital propio.
2. No existe riesgo en la operación.
3. Retorno de la operación es mayor a cero.

Cartera de inversión cero

Cartera que se establece comprando y vendiendo valores, es decir, ir corto en al menos un activo y utilizar credito para comprar activos, bajo arbitraje.

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

Matemático I

La acción XYZ tiene un retorno esperado de 12% y un beta igual a 1. La acción ABC tiene un retorno esperado de 13% y un beta igual a 1,5. El retorno esperado del mercado es de 11%, y la tasa libre de riesgo es de 5%.

a) De acuerdo al CAPM, obtenga el retorno esperado para cada acción.

b) ¿Cuál es el alfa de cada acción?.Grafique la línea de mercado de activos e indique el punto en el plano riesgo-retorno donde se encuentran las acciones. Muestre los alfas gráficamente.

Matemático I - Parte a

De acuerdo al CAPM, obtenga el retorno esperado para cada acción.

Respuesta:

De acuerdo al CAPM el retorno esperado para la acción XYZ es de:

$$E(R_{XYZ}) = r_f + \beta_{XYZ} \cdot [E(r_m) - r_f]$$

$$E(R_{XYZ}) = 0,05 + 1 \cdot [0,11 - 0,05]$$

$$E(R_{XYZ}) = 0,11 = 11\%$$

Continuación...

En tanto que par la acción ABC el retorno esperado según el CAPM es de:

$$E(R_{ABC}) = r_f + \beta_{ABC} \cdot [E(r_m) - r_f]$$

$$E(R_{ABC}) = 0,05 + 1,5 \cdot [0,11 - 0,05]$$

$$E(R_{ABC}) = 0,14 = 14\%$$

Matemático 1 - Parte b

¿Cuál es el alfa de cada acción?.Grafique la línea de mercado de activos e indique el punto en el plano riesgo-retorno donde se encuentran las acciones. Muestre los alfas gráficamente.

Respuesta:

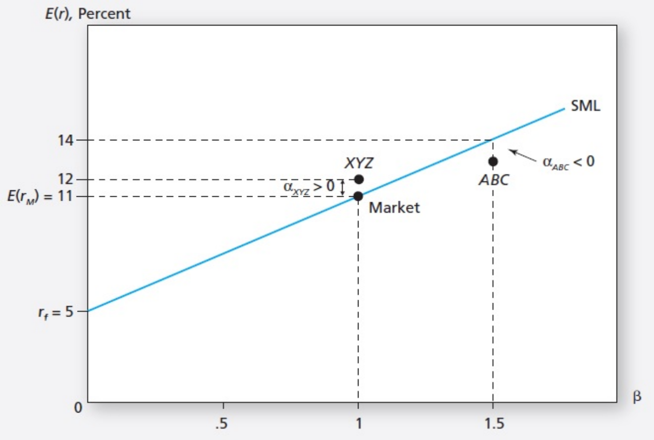
El alfa de una acción es el exceso de retorno esperado obtenido a partir de CAPM.

$$\alpha = E(r) - (r_f + \beta \cdot [E(r_m) - r_f])$$

$$\alpha_{XYZ} = 12\% - (0,05 + 1 \cdot [0,11 - 0,05]) = 1\%$$
$$\alpha_{ABC} = 13\% - (0,05 + 1,5 \cdot [0,11 - 0,05])$$

Graficamente se observa que la acción ABC se encuentra por debajo de la SML y la acción XYZ se encuentra por encima de la SML.

Continuación...



Continuación...

Esta situación implica que la acción de XYZ se encuentra subvalorada, lo que quiere decir que la valoración que tiene el mercado por la acción de acuerdo al CAPM es inferior a la rentabilidad que presenta la acción. Ante este escenario se recomienda comprar la acción de XYZ.
Por otro lado la acción de ABC se encuentra sobrevalorada, lo que quiere decir que el mercado tiene una valoración superior de acuerdo al CAPM con respecto a la rentabilidad que presenta la acción. Ante este escenario se recomienda vender en corto la acción de ABC.

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

Matemático II

Suponga que la prima de riesgo en el portafolio de mercado es del 8% con una desviación estándar del 22%.

a) Calcule el beta asociado a un portafolio en el que hay invertido un 25% en Coca Cola, 20% en Apple, 25% en el SP 500 y 30% en T-bills, si Coca Cola y Apple tienen betas de 1.10 y 1.25, respectivamente?, la cartera es más riesgosa o más segura el portafolio de mercado (donde el portafolio de mercado se refleja en el SP 500)?

b) La tasa de retorno esperada del portafolio descrito anteriormente es del 10%, ¿tiene un retorno esperado normal según el CAPM? ¿Cuando?

Continuación...

c) Coca cola tiene un retorno esperado del 14,8% (y $\beta = 1{,}1$). Apple tiene un retorno esperado del 14% (y $\beta = 1{,}25$). El retorno esperado del portafolio de mercado es del 13% y $r_f = 5\%$. ¿Cuál es el alfa de cada acción?

d) La tasa libre de riesgo ahora es del 8%, y usted considera invertir en un fondo que esta distribuido con 45% en Coca Cola, 45% en Apple y 10% en T.bills, si Coca Cola y Apple tienen un beta de 1,10 y 1,25, respectivamente. ¿Cuál es la tasa requerida de retorno del proyecto? (recuerde que la prima de riesgo en la cartera del mercado es del 8%).

Matemático II - Parte a

¿Cuál es la beta de un portafolio en el que hay invertido un 25% en Coca Cola, 20%en Apple, 25% en el SP 500 y 30% en T-bills, si Coca Cola y Apple tienen betas de 1.10 y 1.25, respectivamente?, la cartera es más riesgosa o más segura el portafolio de mercado (donde el portafolio de mercado se refleja en el SP 500)?

Respuesta: El β del portafolio es

$$\beta_P = w_{KO} \cdot \beta_{KO} + w_{APPLE} \cdot \beta_{APPLE} + w_{SP500} \cdot \beta_{SP500} + w_{TB} \cdot \beta_{TB}$$

$$\beta_P = 0,25 \cdot 1,1 + 0,20 \cdot 1,25 + 0,25 \cdot 1 + 0,3 \cdot 0$$

$$\beta_P = 0,775$$

Dado que $0,775 < 1$, entonces el portafolio tiene un menor nivel de riesgo que el portafolio de mercado.

Matemático II - Parte b

La tasa de retorno esperada del portafolio descrito anteriormente es del 10%, ¿tiene un retorno esperado normal según el CAPM? ¿Cuando?

Respuesta

$$\alpha = \text{Retorno Esperado - Reotrno Esperado CAPM}$$

Primero calculamos el retorno esperado del portafolio, entonces empleamos la SML.

$$E(r_P) = r_f + \beta_P \cdot [E(R_M) - R_f]$$

Continuación...

Sin embargo, desconocemos el la tasa libre de riesgo, entonces:

$$E(r_P) - r_f = \beta_P \cdot [E(R_M) - R_f]$$

$$E(r_P) - r_f = 0,775 \cdot [8\%]$$

Entonces ocupamos la ecuación para calcular el alpha

$$\alpha = 10\% - r_f - 6,2\%$$

$$\alpha = 3,8\% - r_f\%$$

Entonces si la tasa libre de riesgo es mayor a $3,8\%$ tendremos que el activo es sobrevalorado y por lo tanto debemos considerar ir en corto con él. Sin embargo, con una tasa menor a $3,8\%$ deberiamos considerar invertir en el activo.

Matemático II - Parte C

Coca Cola tiene un retorno esperado del 14,8% (y $\beta = 1{,}1$). Apple tiene un retorno esperado del 14% (y $\beta = 1{,}25$). El retorno esperado del portafolio de mercado es del 13% y $r_f = 5\%$. ¿Cuál es el alfa de cada acción?

Respuesta:

Ahora en esta situación, conocemos la tasa libre de riesgo Y obtenemos el retorno a partir de CAPM

$$E(r_i) = r_f + \beta_i \cdot [E(R_M) - R_f]$$

$$E(r_{KO}) = 5\% + 1,1 \cdot [8\%]$$

$$E(r_{APPLE}) = 5\% + 1,25 \cdot [8\%]$$

Continuación...

Con lo anterior, obtenemos los alfas de cada una de las acciones

$$\alpha = 14,8\% - 13,8\% = 1\%$$

$$\alpha = 14\% - 15\% = -1\%$$

Matemático II - Parte D

La tasa libre de riesgo ahora es del 8%, y usted considera invertir en un fondo que esta distribuido con 45% en Coca Cola, 45% en Apple y 10% en T-Bills, si Coca Cola y Apple tienen un beta de 1,10 y 1,25, respectivamente. ¿Cuál es la tasa requerida de retorno del proyecto? (recuerde que la prima de riesgo en la cartera del mercado es del 8%).

Respuesta:

Calculamos nuevamente el beta y el retorno del portafolio.

$$\beta_P = w_{KO} \cdot \beta_{KO} + w_{APPLE} \cdot \beta_{APPLE} + w_{TB} \cdot \beta_{TB}$$

$$\beta_P = 0,45 \cdot 1,10 + 0,45 \cdot 1,25 + 0,1 \cdot 0 = 1,06$$

$$E(r_P) = r_f + \beta_P \cdot [E(R_M) - R_f]$$

$$E(r_P) = 8\% + 1,06 \cdot [8\%] = 16,48\%$$

Ayudantía 6

Finanzas I

Profesor Juan Romagosa G.

Primavera 2021

Correos

- **asanhuezac@fen.uchile.cl**
- alainez@fen.uchile.cl

Contenido de Ayudantía

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Matemático 3

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Matemático 3

Comente 1

Explique qué significa que los precios sigan una "caminata aleatoria", y qué implica esto en la eficiencia del mercado.

Comente 1

Explique qué significa que los precios sigan una "caminata aleatoria", y qué implica esto en la eficiencia del mercado.

Respuesta:
Significa que los precios no pueden ser predecidos en base a información pasada, ya que cualquier información que pueda usarse para predecir retornos ya debería reflejarse en los precios de las acciones. Esto implica que uno no puede sacar provecho de alguna inversión sin tomar algún nivel de riesgo. Por lo tanto, los precios de las acciones solo suben o bajan en respuesta a nueva información que va saliendo (y que nadie puede conocer de antemano).
Si lo anterior se cumple, entonces esto indicaría que el mercado es muy eficiente en asignar los recursos.


TSLA.O
Tesla Inc | Chart
TSLA.O TESLA INC
Updated: 09-Aug-2018 15:31
United States | NASDAQ Global Select Consolidated | Auto & Truck Manufacturers
CHART CHTV
350.632000 USD -19.708000 -5.3216% Vol 11,650,404 CAM 14 CCR 7
Overview News & Research Price & Charts Estimates Financials ESG Events Ownership Debt & Credit Peers & Valuation Derivatives ...
My Templates
Save As Template
5 Minutes
Price USD
380
375
370
365
360
355
350.590000
345
9:50 11:50 13:50 15:50 11:00 13:00 15:00 11:00 13:00 10:40 12:40 14:40 16:40 11:00 13:00
Aug 03 Aug 06 Aug 07 Aug 08 Aug 09
Jul-2018 Aug-2018
1D 5D 1M 3M 6M YTD 1Y 2Y 5Y 10Y 20Y Max
Aug 3, 2018 Aug 9, 2018

Comente 2

Explique la "Hipótesis de Mercados Eficientes" en sus 3 variantes

Comente 2

Explique la "Hipótesis de Mercados Eficientes" en sus 3 variantes

Respuesta:
La hipótesis afirma que los precios reflejan "toda la información disponible" acerca de las firmas en cada momento.

Comente 2

Explique la "Hipótesis de Mercados Eficientes" en sus 3 variantes

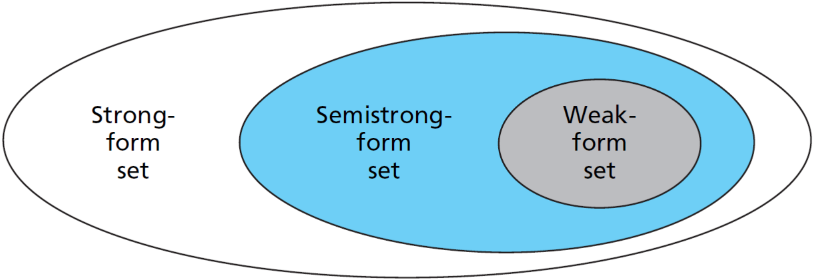
Respuesta:
La hipótesis afirma que los precios reflejan "toda la información disponible" acerca de las firmas en cada momento.
Forma Débil $\Rightarrow$ Los precios ya reflejan los **datos comerciales del mercado**. Ej: El historial de precios pasados, volumen o intereses cortos.

Comente 2

Explique la "Hipótesis de Mercados Eficientes" en sus 3 variantes

Respuesta:
La hipótesis afirma que los precios reflejan "toda la información disponible" acerca de las firmas en cada momento.
Forma Débil $\Rightarrow$ Los precios ya reflejan los **datos comerciales del mercado**. Ej: El historial de precios pasados, volumen o intereses cortos.
Forma Semi-Fuerte $\Rightarrow$ Los precios ya reflejan **la información disponible públicamente sobre las perspectivas de una empresa**. Ej: Además de los precios pasados, línea de productos, calidad de gestión, composición del balance, patentes en posesión, etc.

Forma Fuerte $\Rightarrow$ Los precios ya reflejan **TODA la información de la firma**, incluyendo la información pasada, pública y privada.



¿Por qué no encuentro dinero botado en la calle?

Comente 3

Explique el "Análisis Técnico" y el "Análisis Fundamental"

Comente 3

Explique el "Análisis Técnico" y el "Análisis Fundamental"

Respuesta:
Análisis Técnico $\Rightarrow$ La búsqueda de patrones recurrentes y predecibles en los precios. Si hay un cambio en el precio y que sea lo suficientemente lento, el analista podrá identificar una tendencia que pueda aprovecharse durante el período de ajuste. Se centra en análizar los factores más importantes de oferta y demanda del activo para lograr este objetivo.

Análisis Fundamental $\Rightarrow$ Usa las perspectivas de ganancias y dividendos de la empresa, las expectativas de las tasas de interés futuras y la evaluación del riesgo de la empresa para determinar el precio que debiese tener la acción. Si el valor presente de los flujos que recibe el accionista es mayor que el precio de la acción, debiese comprarla.

Ambos análisis tienen una lógica contraria a la hipótesis de mercados eficientes.

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Matemático 3

Suponga que el modelo de factores es apropiado para describir los rendimientos de una acción. El rendimiento actual esperado es de 10.5%. La información sobre esos factores se presenta en el siguiente cuadro

Factor	β	Valor esperado	Valor Observado
Crecimiento del PIB	2.04	1.8%	2.6%
Inflación	-1.15	4.3%	4.8%

a) ¿Cuál es el riesgo sistemático del rendimiento de la acción?
b) La empresa anuncia que su participación de mercado aumentó inesperadamente de 23% a 27%. Los inversionistas saben, por experiencias anteriores, que el rendimiento de la acción aumentará 0.45% por cada incremento de 1% de su participación de mercado. ¿Cuál es el riesgo no sistemático de la acción?
c) ¿Cuál es el rendimiento total sobre esta acción?

a) ¿Cuál es el riesgo sistemático del rendimiento de la acción?

$$r_i = E[r_i] + m + \epsilon$$

a) ¿Cuál es el riesgo sistemático del rendimiento de la acción?

$$r_i = E[r_i] + m + \epsilon$$

$$m = \beta_{C.PIB} \Delta C.PIB + \beta_{\pi} \Delta \pi$$

a) ¿Cuál es el riesgo sistemático del rendimiento de la acción?

$$r_i = E[r_i] + m + \epsilon$$

$$m = \beta_{C.PIB} \Delta C.PIB + \beta_{\pi} \Delta \pi$$

$$m = 2.04(2.6\% - 1.8\%) - 1.15(4.8\% - 4.3\%)$$

$$\boxed{\text{m}=1.06\%}$$

b) La empresa anuncia que su participación de mercado aumentó inesperadamente de 23% a 27%. Los inversionistas saben, por experiencias anteriores, que el rendimiento de la acción aumentará 0.45% por cada incremento de 1% de su participación de mercado. ¿Cuál es el riesgo no sistemático de la acción?

b) La empresa anuncia que su participación de mercado aumentó inesperadamente de 23% a 27%. Los inversionistas saben, por experiencias anteriores, que el rendimiento de la acción aumentará 0.45% por cada incremento de 1% de su participación de mercado. ¿Cuál es el riesgo no sistemático de la acción?

$$\epsilon = 0.45(27\% - 23\%)$$

$$\epsilon = 1.8\%$$

c) ¿Cuál es el rendimiento total sobre esta acción?

$$r_i = E[r_i] + m + \epsilon$$

c) ¿Cuál es el rendimiento total sobre esta acción?

$$r_i = E[r_i] + m + \epsilon$$

$$R = 10.5\% + 1.06\% + 1.8\%$$

c) ¿Cuál es el rendimiento total sobre esta acción?

$$r_i = E[r_i] + m + \epsilon$$

$$R = 10.5\% + 1.06\% + 1.8\%$$

13.36%

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Matemático 3

Suponga que los rendimientos de las acciones se pueden explicar con un modelo de dos factores. Los riesgos específicos de la empresa para todas las acciones son independientes. La tasa libre de riesgo es de 4%. El siguiente cuadro muestra la información de dos portafolios diversificados

	β_1	β_2	E(R)
Portafolio A	0.85	1.15	16%
Portafolio B	1.45	-0.25	12%

a) ¿cuáles son las primas de riesgo de cada factor en este modelo?
b) Suponga que existe un Portafolio diversificado C, con los siguientes datos:
$R_c = 11.31\%$ $\quad \beta_1 = 1$ $\quad \beta_2 = 0.5$
¿Existe alguna oportunidad de arbitraje? Si es así, desarrolle la estrategia de arbitraje y explique sus resultados.

a) ¿cuáles son las primas de riesgo de cada factor en este modelo?

$$E[R_p] = R_f + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2$$

a) ¿cuáles son las primas de riesgo de cada factor en este modelo?

$$E[R_p] = R_f + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2$$

$$0.16 = 0.04 + 0.85F_1 + 1.15F_2 \quad (1)$$

$$0.12 = 0.04 + 1.45F_1 - 0.25F_2 \quad (2)$$

a) ¿cuáles son las primas de riesgo de cada factor en este modelo?

$$E[R_p] = R_f + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2$$

$$0.16 = 0.04 + 0.85F_1 + 1.15F_2 \quad (1)$$

$$0.12 = 0.04 + 1.45F_1 - 0.25F_2 \quad (2)$$

Operamos (1) + 4.6*(2)

$$0.16 = 0.04 + 0.85F_1 + 1.15F_2$$

$$0.552 = 0.184 + 6.67F_1 - 1.15F_2$$

a) ¿cuáles son las primas de riesgo de cada factor en este modelo?

$$E[R_p] = R_f + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2$$

$$0.16 = 0.04 + 0.85F_1 + 1.15F_2 \quad (1)$$
$$0.12 = 0.04 + 1.45F_1 - 0.25F_2 \quad (2)$$

Operamos (1) + 4.6*(2)

$$0.16 = 0.04 + 0.85F_1 + 1.15F_2$$

$$0.552 = 0.184 + 6.67F_1 - 1.15F_2$$

$$0.712 = 0.224 + 7.52F_1$$

$$\boxed{F_1 = 6.49\%} \ (3)$$

$$\boxed{F_1 = 6.49\%} \; (3)$$

Reemplazamos (3) en (1)

$$0.16 = 0.04 + 0.85 * 0.0649 + 1.15F_2$$

$$\boxed{F_1 = 6.49\%}\ (3)$$

Reemplazamos (3) en (1)

$$0.16 = 0.04 + 0.85 * 0.0649 + 1.15F_2$$

$$1.15F_2 = 0.064835$$

$$\boxed{F_1 = 6.49\%}\ (3)$$

Reemplazamos (3) en (1)

$$0.16 = 0.04 + 0.85 * 0.0649 + 1.15F_2$$

$$1.15F_2 = 0.064835$$

$$\boxed{F_2 = 5.64\%}$$

b) Suponga que existe un Portafolio diversificado C, con los siguientes datos:

$R_c = 11.31\%$ $\beta_1 = 1$ $\beta_2 = 0.5$

¿Existe alguna oportunidad de arbitraje? Si es así, desarrolle la estrategia de arbitraje y explique sus resultados.

b) Suponga que existe un Portafolio diversificado C, con los siguientes datos:
$R_c = 11.31\%$ $\beta_1 = 1$ $\beta_2 = 0.5$
¿Existe alguna oportunidad de arbitraje? Si es así, desarrolle la estrategia de arbitraje y explique sus resultados.

$$E[R_i] = R_f + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2$$

b) Suponga que existe un Portafolio diversificado C, con los siguientes datos:
$R_c = 11.31\%$ $\beta_1 = 1$ $\beta_2 = 0.5$
¿Existe alguna oportunidad de arbitraje? Si es así, desarrolle la estrategia de arbitraje y explique sus resultados.

$$E[R_i] = R_f + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2$$

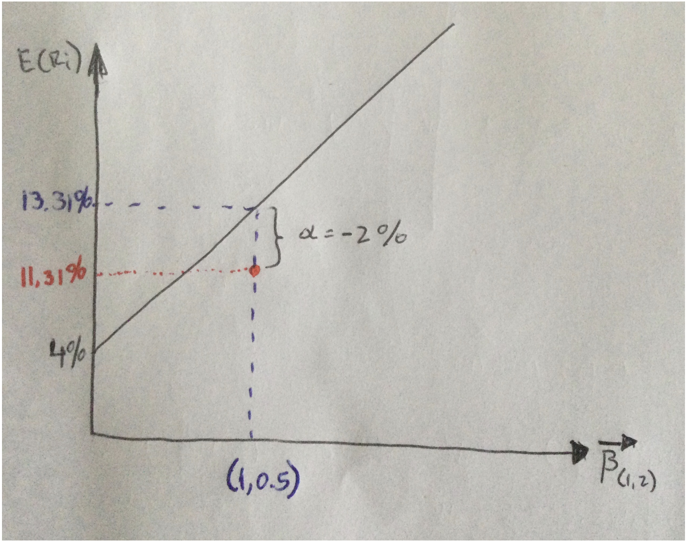
$$E[R_C] = 0.04 + 1 * 0.0649 + 0.5 * 0.0564$$

b) Suponga que existe un Portafolio diversificado C, con los siguientes datos:
$R_c = 11.31\%$ $\quad \beta_1 = 1 \quad \beta_2 = 0.5$
¿Existe alguna oportunidad de arbitraje? Si es así, desarrolle la estrategia de arbitraje y explique sus resultados.

$$E[R_i] = R_f + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2$$

$$E[R_C] = 0.04 + 1 * 0.0649 + 0.5 * 0.0564$$

$$\boxed{\mathrm{E}[\mathrm{R}_C] = 13.31\%}$$


E(Ri)
13.31%
α = -2%
11,31%
4%
(1,0.5)
β(1,2)

Operación	Retorno	Riesgo
Vendo C: -1	-11.31%	$-(\beta_1 F_1 + \beta_2 F_2)$
Compro P^*: 1	13.31%	$\beta_1 F_1 + \beta_2 F_2$
0	2%	0

Operación	Retorno	Riesgo
Vendo C: -1	-11.31%	-($\beta_1 F_1 + \beta_2 F_2$)
Compro P^*: 1	13.31%	$\beta_1 F_1 + \beta_2 F_2$
0	2%	0

Debemos encontrar el vector de pesos (W_A, W_B, W_F) del portafolio P^* tal que:

$$0.85 W_A + 1.45 W_B = 1 \tag{3}$$

$$1.15 W_A - 0.25 W_B = 0.5 \tag{4}$$

$$W_A + W_B + W_F = 1 \tag{5}$$

Operamos 5.8*(3)+(2) llegamos a:

$$0.85W_A + 1.45W_B = 1$$

$$6.67W_A - 1.45W_B = 2.9$$

$$7.52W_A = 3.9$$

$$\boxed{\mathrm{W}_A \approx 0.5186}\ (4)$$

Operamos 5.8*(3)+(2) llegamos a:

$$0.85W_A + 1.45W_B = 1$$

$$6.67W_A - 1.45W_B = 2.9$$

$$7.52W_A = 3.9$$

$$\boxed{\mathrm{W}_A \approx 0.5186}\ (4)$$

Reemplazamos (4) en (2)

$$0.85 * 0.5186 + 1.45W_B = 1$$

$$\boxed{\mathrm{W}_B \approx 0.3856}\ (5)$$

Reemplazamos (4) y (5) en (3)

$$0.5186 + 0.3856 + W_F = 1$$

$$\boxed{\mathrm{W}_F \approx 0.0958} \; (6)$$

Reemplazamos (4) y (5) en (3)

$$0.5186 + 0.3856 + W_F = 1$$

$$\boxed{\mathrm{W}_F \approx 0.0958} \ (6)$$

Con estos pesos confirmemos que el modelo me entrega un retorno esperado mayor al observado.

$$E[R_{P*}] = W_A * E[R_A] + W_B * E[R_B] + W_F * E[R_F]$$

Reemplazamos (4) y (5) en (3)

$$0.5186 + 0.3856 + W_F = 1$$

$$\boxed{\mathrm{W}_F \approx 0.0958} \; (6)$$

Con estos pesos confirmemos que el modelo me entrega un retorno esperado mayor al observado.

$$E[R_{P*}] = W_A * E[R_A] + W_B * E[R_B] + W_F * E[R_F]$$

$$E[R_{P*}] = 0.5186 * 0.16 + 0.3856 * 0.12 + 0.0958 * 0.04$$

$$E[R_{P*}] = 13.31\%$$

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Matemático 3

Tenemos la siguiente información de la sensibilidad que tienen 3 activos frente a los tres factores de Fama-French.

Activo	β_m	β_{size}	β_{mtb}
A	1	-2	-0.2
B	1.2	0	0.3
C	0.3	0.5	1

También sabemos que r_f es 5%, la prima por riesgo para el mercado (F_m) es 6,4%, la prima por riesgo del tamaño de la empresa (F_{size}) es -0.6% y la prima por riesgo para el factor "market-to-book" (F_{mtb}) es 5.1%

a) Calcule el rendimiento esperado de cada activo

b) Considere ahora un portafolio con pesos de un 40% para A, 40% para B y 20% para C. ¿Cuál es el factor de riesgo expuesto del portafolio?

c) ¿Cuál es el retorno esperado del portafolio?

a) Calcule el rendimiento esperado de cada activo

$$E[R_i] = R_f + \beta_m F_m + \beta_{size} F_{size} + \beta_{mtb} F_{mtb}$$

a) Calcule el rendimiento esperado de cada activo

$$E[R_i] = R_f + \beta_m F_m + \beta_{size} F_{size} + \beta_{mtb} F_{mtb}$$

$$E[R_A] = 0.05 + 1 * 0.064 - 2 * -0.006 - 0.2 * 0.051$$

$$\boxed{\mathrm{E}[\mathrm{R}_A] = 11.58\%}$$

a) Calcule el rendimiento esperado de cada activo

$$E[R_i] = R_f + \beta_m F_m + \beta_{size} F_{size} + \beta_{mtb} F_{mtb}$$

$$E[R_A] = 0.05 + 1 * 0.064 - 2 * -0.006 - 0.2 * 0.051$$

$$\boxed{\mathrm{E}[\mathrm{R}_A] = 11.58\%}$$

$$E[R_B] = 0.05 + 1.2 * 0.064 - 0 * 0.006 + 0.3 * 0.051$$

$$\boxed{\mathrm{E}[\mathrm{R}_B] = 14.21\%}$$

a) Calcule el rendimiento esperado de cada activo

$$E[R_i] = R_f + \beta_m F_m + \beta_{size} F_{size} + \beta_{mtb} F_{mtb}$$

$$E[R_A] = 0.05 + 1 * 0.064 - 2 * -0.006 - 0.2 * 0.051$$

$$\boxed{\mathrm{E}[\mathrm{R}_A] = 11.58\%}$$

$$E[R_B] = 0.05 + 1.2 * 0.064 - 0 * 0.006 + 0.3 * 0.051$$

$$\boxed{\mathrm{E}[\mathrm{R}_B] = 14.21\%}$$

$$E[R_C] = 0.05 + 0.3 * 0.064 - 0.5 * 0.006 + 1 * 0.051$$

$$\boxed{\mathrm{E}[\mathrm{R}_C] = 11.72\%}$$

b) Considere ahora un portafolio con pesos de un 40% para A, 40% para B y 20% para C. ¿Cuál es el factor de riesgo expuesto del portafolio?

$$\beta_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i$$

b) Considere ahora un portafolio con pesos de un 40% para A, 40% para B y 20% para C. ¿Cuál es el factor de riesgo expuesto del portafolio?

$$\beta_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i$$

$$\beta_{m,p} = 0.4 * 1 + 0.4 * 1.2 + 0.2 * 0.3$$

$$\boxed{\beta_{m,p} = 0.94}$$

b) Considere ahora un portafolio con pesos de un 40% para A, 40% para B y 20% para C. ¿Cuál es el factor de riesgo expuesto del portafolio?

$$\beta_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i$$

$$\beta_{m,p} = 0.4 * 1 + 0.4 * 1.2 + 0.2 * 0.3$$

$$\boxed{\beta_{m,p} = 0.94}$$

$$\beta_{size,p} = 0.4 * -2 + 0.4 * 0 + 0.2 * 0.5$$

$$\boxed{\beta_{size,p} = -0.7}$$

b) Considere ahora un portafolio con pesos de un 40% para A, 40% para B y 20% para C. ¿Cuál es el factor de riesgo expuesto del portafolio?

$$\beta_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i$$

$$\beta_{m,p} = 0.4 * 1 + 0.4 * 1.2 + 0.2 * 0.3$$

$$\boxed{\beta_{m,p} = 0.94}$$

$$\beta_{size,p} = 0.4 * -2 + 0.4 * 0 + 0.2 * 0.5$$

$$\boxed{\beta_{size,p} = -0.7}$$

$$\beta_{mtb,p} = 0.4 * -0.2 + 0.4 * 0.3 + 0.2 * 1$$

$$\boxed{\beta_{mtb,p} = 0.24}$$

c) ¿Cuál es el retorno esperado del portafolio?

$$E[R_p] = R_f + \beta_{m,p} F_m + \beta_{size,p} F_{size} + \beta_{mtb,p} F_{mtb}$$

c) ¿Cuál es el retorno esperado del portafolio?

$$E[R_p] = R_f + \beta_{m,p} F_m + \beta_{size,p} F_{size} + \beta_{mtb,p} F_{mtb}$$

$$E[R_p] = 0.05 + 0.94 * 0.064 + -0.7 * -0.0006 + 0.24 * 0.051$$

$$E[R_p] = 0.05 + 0.06016 + 0.00042 + 0.01224$$

c) ¿Cuál es el retorno esperado del portafolio?

$$E[R_p] = R_f + \beta_{m,p} F_m + \beta_{size,p} F_{size} + \beta_{mtb,p} F_{mtb}$$

$$E[R_p] = 0.05 + 0.94 * 0.064 + -0.7 * -0.0006 + 0.24 * 0.051$$

$$E[R_p] = 0.05 + 0.06016 + 0.00042 + 0.01224$$

$$\boxed{\mathrm{E}[\mathrm{R}_p] = 12.28\%}$$

Ayudantía 7

Finanzas I

Profesor Juan Romagosa G.

Primavera 2021

Correos

- **asanhueza@fen.uchile.cl**
- alainez@fen.uchile.cl

Contenido de Ayudantía

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

Comente I

Defina qué son las tasas Spot y la tasa TIR.

Comente I

Defina qué son las tasas Spot y la tasa TIR.

Tasa Spot: Es la tasa que se debería pagar por un bono cupón cero para cierto plazo.

Comente I

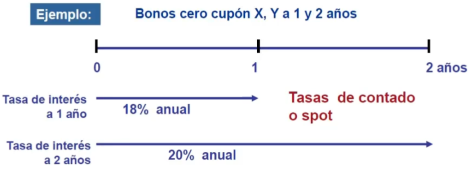
Defina qué son las tasas Spot y la tasa TIR.

Tasa Spot: Es la tasa que se debería pagar por un bono cupón cero para cierto plazo.

Tasa TIR: Es aquella tasa que iguala el valor presente de los flujos que entrega el bono, con su precio. Se interpreta como una medida del rendimiento promedio que se ganará con un bono si se compra ahora y se mantiene hasta el vencimiento.

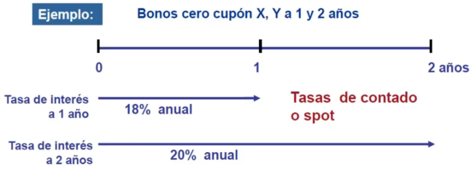
Comente I

Bono Bullet. Valor nominal=1000 tasa cupón=15%
¿Precio del bono a 2 años? ¿Rendimiento del Bono a 2 años?



Comente I

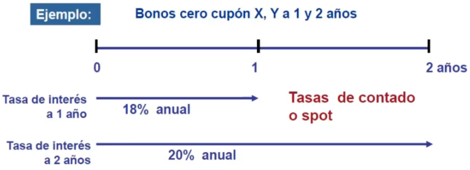
Bono Bullet. Valor nominal=1000 tasa cupón=15%
¿Precio del bono a 2 años? ¿Rendimiento del Bono a 2 años?



$$Precio = \frac{150}{1.18} + \frac{1150}{1.2^2} = \boxed{925.73}$$

Comente I

Bono Bullet. Valor nominal=1000 tasa cupón=15%
¿Precio del bono a 2 años? ¿Rendimiento del Bono a 2 años?



$$Precio = \frac{150}{1.18} + \frac{1150}{1.2^2} = \boxed{925.73}$$

$$925.73 = \frac{150}{(1+TIR)} + \frac{1150}{(1+TIR)^2}$$

$$\boxed{TIR \approx 19.85\%}$$

Comente II

Explique qué son las tasas forward y su relación con las tasas spot.

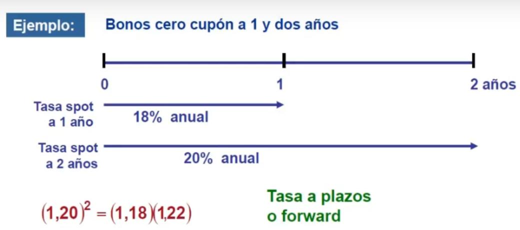
Respuesta:

Comente II

Explique qué son las tasas forward y su relación con las tasas spot.

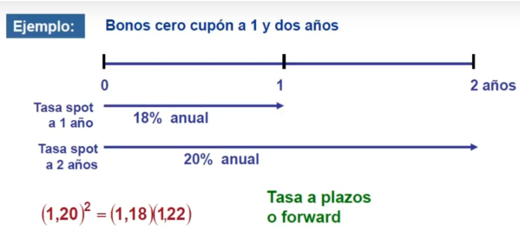
Respuesta:
Tasa forward: Son las tasas aplicables a periodos futuros implícitos por las tasas spot actuales. El promedio geométrico de las tasas forward hasta el periodo T, es equivalente a la tasa spot al periodo T

Comente II



Invertir en un bono a 2 años al 20%, es igual a invertir en un bono a 18% el primer año y luego invertir a una tasa hipotética (esperada) de 22%

Comente II



Invertir en un bono a 2 años al 20%, es igual a invertir en un bono a 18% el primer año y luego invertir a una tasa hipotética (esperada) de 22%

$$(1 +_0 r_T) = [(1 +_0 r_1)(1 +_1 f_2)...(1 +_{T-1} f_T)]^{\frac{1}{T}}$$

$$\boxed{(1 +_0 r_T)^T = [(1 +_0 r_1)(1 +_1 f_2)...(1 +_{T-1} f_T)]}$$

Comente III

Explique qué son los bonos Americanos/Bullet y los bonos Franceses. También explique cuál bono tiene una mayor sensibilidad en su precio, ante un cambio en las tasas de interés.

Respuesta:

Comente III

Explique qué son los bonos Americanos/Bullet y los bonos Franceses. También explique cuál bono tiene una mayor sensibilidad en su precio, ante un cambio en las tasas de interés.

Respuesta:
Bono Bullet: Paga cupones hasta el último periodo, y paga toda la amortización del principal al vencimiento.

$$Precio = \sum_{i=1}^{T} \frac{Cupón}{(1+r_i)^i} + \frac{Principal}{(1+r_T)^T}$$

Comente III

Bono Francés: Va pagando cupones y el principal (lo llamaremos cuota), hasta el vencimiento

$$Precio = \sum_{i=1}^{T} \frac{Cuota}{(1+r_i)^i}$$

Comente III

Bono Francés: Va pagando cupones y el principal (lo llamaremos cuota), hasta el vencimiento

$$Precio = \sum_{i=1}^{T} \frac{Cuota}{(1 + r_i)^i}$$

El bono que tiene mayor sensibilidad en el precio ante un cambio en las tasas de interés, es el bono americano. Esto porque la amortización del principal se da únicamente en el último periodo, en cambio en el francés este se paga junto con las cupones, manteniendo un mayor valor presente de los flujos ante una misma subida de tasas.

Comente IV

Si tengo que elegir entre 2 bonos que difieren en su calificación de riesgo (uno es AAA y el otro BBB) teniendo las mismas caracteristicas entre si (precio, principal, tasa cupón), no genera una gran diferencia.

Respuesta:

Comente IV

Si tengo que elegir entre 2 bonos que difieren en su calificación de riesgo (uno es AAA y el otro BBB) teniendo las mismas caracteristicas entre si (precio, principal, tasa cupón), no genera una gran diferencia.

Respuesta:
Falso. La calificación de riesgo es muy relevante al momento de invertir en bonos, dado la **probabilidad de no pago** (default). Es posible que un "bono basura" sea muy atractivo en cuanto a sus pagos y cláusulas, pero si la probabilidad de no pago es muy elevada, no valdrá la pena.

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

Descargue el prospecto de Red Salud S.A que encuentra Aquí. Vaya a la página 77, y use los datos de los bonos de la serie K para responder las siguientes preguntas:

a) Viendo la tabla de amortización, señale si el bono es de un tipo Americano o Francés.
b) Suponiendo que el precio de este bono fue de 495.45 UF ¿Cual es la tasa TIR de este bono? (Escriba la ecuación que usaría para obtener la TIR, pero calcule por excel)
c) Suponga que ha transcurrido un año. Calcule cuánto sería el precio del Bono tomando como tasa de descuento la TIR encontrada en el item anterior. ¿Por qué cambia de esta manera el precio?

a) Viendo la tabla de amortización, señale si el bono es de un tipo Americano o Francés.

El Bono es de tipo Americano/Bullet

b) Suponiendo que el precio de este bono fue de 495.45 UF ¿Cual es la tasa TIR de este bono? (Escriba la ecuación que usaría para obtener la TIR, pero calcule por excel)

$$495.45 = \frac{15.5}{(1+TIR)} + \frac{15.5}{(1+TIR)^2} + \frac{15.5}{(1+TIR)^3} + \frac{15.5}{(1+TIR)^4} + \frac{515.5}{(1+TIR)^5}$$

b) Suponiendo que el precio de este bono fue de 495.45 UF ¿Cual es la tasa TIR de este bono? (Escriba la ecuación que usaría para obtener la TIR, pero calcule por excel)

$$495.45 = \frac{15.5}{(1+TIR)} + \frac{15.5}{(1+TIR)^2} + \frac{15.5}{(1+TIR)^3} + \frac{15.5}{(1+TIR)^4} + \frac{515.5}{(1+TIR)^5}$$

$$\boxed{TIR \approx 3.3\%}$$

c) Suponga que ha transcurrido un año. Calcule cuánto sería el precio del Bono tomando como tasa de descuento la TIR encontrada en el item anterior. ¿Por qué cambia de esta manera el precio?

c) Suponga que ha transcurrido un año. Calcule cuánto sería el precio del Bono tomando como tasa de descuento la TIR encontrada en el item anterior. ¿Por qué cambia de esta manera el precio?

$$Precio = \frac{15.5}{(1.033)} + \frac{15.5}{(1.033)^2} + \frac{15.5}{(1.033)^3} + \frac{515.5}{(1.033)^4}$$

c) Suponga que ha transcurrido un año. Calcule cuánto sería el precio del Bono tomando como tasa de descuento la TIR encontrada en el item anterior. ¿Por qué cambia de esta manera el precio?

$$Precio = \frac{15.5}{(1.033)} + \frac{15.5}{(1.033)^2} + \frac{15.5}{(1.033)^3} + \frac{515.5}{(1.033)^4}$$

$$\boxed{Precio \approx 496.31}$$

1 Comentes

2 Matemático I

3 Matemático II

Usted tiene la siguiente información de un bono cupón cero, y 4 bonos Bullet

	Bono 1	Bono 2	Bono 3	Bono 4	Bono 5
Vencimiento (Años)	3	2	2	4	4
Valor Nominal	1250	100	100	99.96	100
Tasa Cupón (Anual)	0%	2%	6%	2%	2.25%
Precio	1100	100	108	88	91

También sabe que la tasa forward ${}_1f_2 = 4\%$

a) Calcule la estructura de tasas spot y forward (${}_0r_1$ ${}_0r_2$ ${}_0r_3$ ${}_0r_4$ ${}_0f_1$ ${}_1f_2$ ${}_2f_3$ ${}_3f_4$)

b) Ahora calcule las tasas forward ${}_1f_3$ ${}_1f_4$ y ${}_2f_4$

	Bono 1	Bono 2	Bono 3	Bono 4	Bono 5
Vencimiento (Años)	3	2	2	4	4
Valor Nominal	1250	100	100	99.96	100
Tasa Cupón (Anual)	0%	2%	6%	2%	2.25%
Precio	1100	100	108	88	91

	Bono 1	Bono 2	Bono 3	Bono 4	Bono 5
Vencimiento (Años)	3	2	2	4	4
Valor Nominal	1250	100	100	99.96	100
Tasa Cupón (Anual)	0%	2%	6%	2%	2.25%
Precio	1100	100	108	88	91

Usando el bono 1 llegamos a que:

$$1100 = \frac{1250}{(1 +_0 r_3)^3}$$

	Bono 1	Bono 2	Bono 3	Bono 4	Bono 5
Vencimiento (Años)	3	2	2	4	4
Valor Nominal	1250	100	100	99.96	100
Tasa Cupón (Anual)	0%	2%	6%	2%	2.25%
Precio	1100	100	108	88	91

Usando el bono 1 llegamos a que:

$$1100 = \frac{1250}{(1 +_0 r_3)^3}$$

$$\boxed{{}_0r_3 = 4.35\%}$$

	Bono 1	Bono 2	Bono 3	Bono 4	Bono 5
Vencimiento (Años)	3	2	2	4	4
Valor Nominal	1250	100	100	99.96	100
Tasa Cupón (Anual)	0%	2%	6%	2%	2.25%
Precio	1100	100	108	88	91

	T=1	T=2	Precio
3*Bono 2	6	306	300
-Bono 3	-6	-106	-108
	0	200	192

$$192 = \frac{200}{(1 +_0 r_2)^2}$$

$$\boxed{{}_0r_2 = 2.06\%}$$

	Bono 1	Bono 2	Bono 3	Bono 4	Bono 5
Vencimiento (Años)	3	2	2	4	4
Valor Nominal	1250	100	100	99.96	100
Tasa Cupón (Anual)	0%	2%	6%	2%	2.25%
Precio	1100	100	108	88	91

$$(1 +_0 r_2)^2 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_2)$$

	Bono 1	Bono 2	Bono 3	Bono 4	Bono 5
Vencimiento (Años)	3	2	2	4	4
Valor Nominal	1250	100	100	99.96	100
Tasa Cupón (Anual)	0%	2%	6%	2%	2.25%
Precio	1100	100	108	88	91

$$(1 +_0 r_2)^2 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_2)$$

$$1.0206^2 = (1 +_0 f_1)1.04$$

$$\boxed{{}_0f_1 = 0.16\%}$$

	Bono 1	Bono 2	Bono 3	Bono 4	Bono 5
Vencimiento (Años)	3	2	2	4	4
Valor Nominal	1250	100	100	99.96	100
Tasa Cupón (Anual)	0%	2%	6%	2%	2.25%
Precio	1100	100	108	88	91

$$(1 +_0 r_2)^2 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_2)$$

$$1.0206^2 = (1 +_0 f_1)1.04$$

$$\boxed{{}_0f_1 = 0.16\%}$$

$$(1 +_0 r_3)^3 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_2)(1 +_2 f_3)$$

	Bono 1	Bono 2	Bono 3	Bono 4	Bono 5
Vencimiento (Años)	3	2	2	4	4
Valor Nominal	1250	100	100	99.96	100
Tasa Cupón (Anual)	0%	2%	6%	2%	2.25%
Precio	1100	100	108	88	91

$$(1 +_0 r_2)^2 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_2)$$

$$1.0206^2 = (1 +_0 f_1)1.04$$

$$\boxed{{}_0f_1 = 0.16\%}$$

$$(1 +_0 r_3)^3 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_2)(1 +_2 f_3)$$

$$1.0435^3 = 1.0016 * 1.04 * (1 +_2 f_3)$$

$$\boxed{{}_2f_3 = 9.09\%}$$

	Bono 1	Bono 2	Bono 3	Bono 4	Bono 5
Vencimiento (Años)	3	2	2	4	4
Valor Nominal	1250	100	100	99.96	100
Tasa Cupón (Anual)	0%	2%	6%	2%	2.25%
Precio	1100	100	108	88	91

	T=1	T=2	T=3	T=4	Precio
1.125*Bono 4	2.25	2.25	2.25	112.455	99
-Bono 5	-2.25	-2.25	-2.25	-102.25	-91
	0	0	0	10.205	8

	Bono 1	Bono 2	Bono 3	Bono 4	Bono 5
Vencimiento (Años)	3	2	2	4	4
Valor Nominal	1250	100	100	99.96	100
Tasa Cupón (Anual)	0%	2%	6%	2%	2.25%
Precio	1100	100	108	88	91

	T=1	T=2	T=3	T=4	Precio
1.125*Bono 4	2.25	2.25	2.25	112.455	99
-Bono 5	-2.25	-2.25	-2.25	-102.25	-91
	0	0	0	10.205	8

$$8 = \frac{10.205}{(1 +_0 r_4)^4}$$

$$\boxed{{}_0r_4 = 6.27\%}$$

	Bono 1	Bono 2	Bono 3	Bono 4	Bono 5
Vencimiento (Años)	3	2	2	4	4
Valor Nominal	1250	100	100	99.96	100
Tasa Cupón (Anual)	0%	2%	6%	2%	2.25%
Precio	1100	100	108	88	91

	T=1	T=2	T=3	T=4	Precio
1.125*Bono 4	2.25	2.25	2.25	112.455	99
-Bono 5	-2.25	-2.25	-2.25	-102.25	-91
	0	0	0	10.205	8

$$8 = \frac{10.205}{(1 +_0 r_4)^4}$$

$$\boxed{{}_0 r_4 = 6.27\%}$$

$$(1 +_0 r_4)^4 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_2)(1 +_2 f_3)(1 +_3 f_4)$$

$$1.0627^2 = 1.0016 * 1.04 * 1.0909(1 +_3 f_4)$$

$$\boxed{{}_3 f_4 = 12.25\%}$$

Resumiendo tenemos

Spot	Forward
${}_0r_1 = 0.16\%$	${}_0f_1 = 0.16\%$
${}_0r_2 = 2.06\%$	${}_1f_2 = 4\%$
${}_0r_3 = 4.35\%$	${}_2f_3 = 9.09\%$
${}_0r_4 = 6.27\%$	${}_3f_4 = 12.25\%$

$$(1 +_0 r_4)^4 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_2)(1 +_2 f_3)(1 +_3 f_4)$$

Resumiendo tenemos

Spot	Forward
${}_0r_1 = 0.16\%$	${}_0f_1 = 0.16\%$
${}_0r_2 = 2.06\%$	${}_1f_2 = 4\%$
${}_0r_3 = 4.35\%$	${}_2f_3 = 9.09\%$
${}_0r_4 = 6.27\%$	${}_3f_4 = 12.25\%$

$$(1 +_0 r_4)^4 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_2)(1 +_2 f_3)(1 +_3 f_4)$$

Podemos calcular ${}_1f_3$ ${}_2f_4$ y ${}_1f_4$ respectivamente con

$$(1 +_0 r_4)^4 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_3)^2(1 +_3 f_4)$$

$$(1 +_0 r_4)^4 = (1 +_0 r_2)^2(1 +_2 f_4)^2$$

$$(1 +_0 r_4)^4 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_4)^3$$

$$(1 +_0 r_4)^4 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_3)^2(1 +_3 f_4)$$
$$1.2754 = 1.0016(1 +_1 f_3)^2 1.1225$$
$$\boxed{{}_1f_3 \approx 6.51\%}$$

$$(1 +_0 r_4)^4 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_3)^2(1 +_3 f_4)$$
$$1.2754 = 1.0016(1 +_1 f_3)^2 1.1225$$
$$\boxed{{}_1f_3 \approx 6.51\%}$$

$$(1 +_0 r_4)^4 = (1 +_0 r_2)^2(1 +_2 f_4)^2$$
$$1.2754 = 1.0416(1 +_2 f_4)^2$$
$$\boxed{{}_2f_4 \approx 10.66\%}$$

$$(1 +_0 r_4)^4 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_3)^2(1 +_3 f_4)$$
$$1.2754 = 1.0016(1 +_1 f_3)^2 1.1225$$
$$\boxed{{}_1f_3 \approx 6.51\%}$$

$$(1 +_0 r_4)^4 = (1 +_0 r_2)^2(1 +_2 f_4)^2$$
$$1.2754 = 1.0416(1 +_2 f_4)^2$$
$$\boxed{{}_2f_4 \approx 10.66\%}$$

$$(1 +_0 r_4)^4 = (1 +_0 f_1)(1 +_1 f_4)^3$$
$$1.2754 = 1.0016(1 +_1 f_4)^3$$
$$\boxed{{}_1f_4 \approx 8.39\%}$$

Finanzas I
Ayudantía 8 - No presencial

Profesor: Juan Romagosa G.

Ayudantes: Alejandro Lainez, Agustín Sanhueza.

Comentes

1. Defina el concepto de Yield To Maturity, mejor conocido como YTM.
   Respuesta

   La YTM corresponde a la tasa de interes que hace el valor presente del bono sea igual al precio del bono. Además, la tasa de interes es a menudo interpretada como una medida de retorno promedio que se ganará en un bono si este se mantiene hasta la madurez.

2. Un amigo le dice que está orgulloso de realizar su primera inversión: él compró un bono en el mercado. Él calculó la YTM (Yield to Maturity) del bono, y ahora él está esperando obtener el mismo nivel de rentabilidad. Explíquele a su amigo por qué él podría terminar con una rentabilidad distinta a la esperada.
   Respuesta

   El cálculo de la YTM trae la tasa de retorno del bono bajo el supuesto de que ya no será más transado (su amigo tendría que mantener el bono hasta la madurez de este) y las tasas de mercado tendrían que permanecer constantes al mismo nivel de cuando el bono fue comprado. Si no se observa alguno de estos supuestos, la tasa final del bono cambiará a causa del cambio en el precio de venta del bono (o por cambios en las tasas de mercado o calidad de crédito del emisor, u otros factores), o porque no es posible reinvertir los cupones recibidos a la misma tasa que existía cuando se compró el instrumento.

3. FEN. SA lanzó al mercado un bono tipo Bullet, con la idea de aumentar su capital para nuevos proyectos. En este tipo de bono, el principal (valor nominal) de la deuda se paga con regularidad. Con esto, el CEO dijo que en el año 2030, su compañía tendrá un puente al Zenwich.
   Respuesta

   Falso, la definición corresponde a un bono amortizable (francés) ya que paga la misma cuota con regularidad. Principalmente hay 3 tipos de Bonos; el cupón cero, bullet (Americano) y amortizable (francés).

   - Bono Cupón Cero: Es la entrega del principal y las cuotas, el valor carátula del bono, que se devolverán en una fecha específica.
   - Bono Bullet: Tiene pagos distintos, el pago de cupones (dado por la tasa de interés) y al final paga el principal.
   - Bono Amortizable: Paga la misma cuota todos los periodos, donde esa cuota contempla el interés y una amortización del principal.

4. Cuando aumenta la tasa de interés, siempre representa malas noticias para inversionistas en bonos.
   Respuesta

Si bien esta es la regla general, lo que se describe es la disminución del precio del bono debido a un incremento en las tasas de interés. Sin embargo, el efecto total sobre la riqueza del inversionista no es tan claro, ya que si bien es cierto el precio del bono cae y el inversionista pierde parte de su retorno sobre la inversión sólo cuando vende el bono. Además con tasas de interés más altas en el mercado, se pueden obtener mayores ganancias mediante la reinversión de cupones (intereses) recibidos. Por lo tanto, un aumento de las tasas de interés no es del todo una mala noticia.

5. Un tenedor de bonos se encuentra indiferente ante cambios en la tasa de interés.
Respuesta

Falso. El tenedor de bonos no se encuentra indiferente ya que ante cambios en la tasa de interés, el precio cambia. Por lo tanto, si suben las tasas de interés el rendimiento de los cupones que recibirá el tenedor de bonos será menor con respecto al nuevo precio del bono.

6. Suponga que Ud. ocupa un cargo en el área de inversiones de una AFP, y enfrenta una situación de tendencia a la baja sostenida de las tasas de interés, ¿Qué tipo de bonos le convendría más mantener en su cartera, bonos de largo plazo (long term-bonds) o bonos de corto plazo (short term-bonds)?
Respuesta

Los bonos de largo plazo son más sensibles a las fluctuaciones de las tasas de interés que los bonos de corto plazo, por lo que son más convenientes de mantener ante expectativas de baja sostenida de tasas.

7. Ante la incertidumbre en el país por la pandemia, los inversores prefieren instrumentos de renta fija, esto se debe a que prefieren la inversión de largo plazo sobre corto plazo. Por lo tanto, aumenta la demanda de instrumentos fijos, con esto, el Yield aumenta.
Respuesta

Falso, dado que al aumentar la demanda, aumenta el precio y baja la tasa. Esto porque los bonos tienen una relacion inversa entre precio y Yield, frente a una mayor Yield, el precio del bono deberia ser menor. Esto pasa porque al descontar los pagos futuros a una mayor tasa, su valor disminuye. En cambio al descontarlos a una menor tasa, su valor presente aumenta.

8. Defina los conceptos de Duración y Convexidad.
Respuesta

La duración es una medida de la sensibilidad del precio de un bono u otro instrumento de deuda a un cambio, de forma lineal. En cambio, la convexidad es una medida de la curvatura, o el grado de la curva, en la relación entre precios de los bonos y rendimientos de los bonos. La convexidad demuestra cómo cambia la duración de un vínculo a medida que cambios en las tasas de interés.

9. Explique por qué los inversionistas consideran un concepto clave el concepto de Duración para el manejo de portafolios de renta fija.
Respuesta

Primero, se trata de una simple estadística resumida del vencimiento medio efectivo. En segundo lugar, resulta ser una herramienta esencial para inmunizar las carteras del riesgo de tasa de interés. Finalmente, la duración es una medida de la sensibilidad a las tasas de interés de una cartera.

10. Explique por qué a los inversores le gusta la convexidad. **Respuesta**

La Convexidad es considerada un condición deseable ya que es una herramienta de gestión de riesgos que se utiliza para medir y gestionar la exposición de una cartera al riesgo de mercado. Además, nos muestra como cambia la duración de un bonoa medida que cambia la tasa de interés.

Es por ellos bonos que tengan una gran corvatura ganan mas en precio cuando las tasas disminuyen de lo que pierden si las tasas aumentaran.

11. La duración de un bono es siempre igual a su madurez.
Respuesta

    Falso. La duración es el promedio ponderado del tiempo que hay que esperar para recibir cada uno de los pagos, lo que la hace ser menor que la madurez. El único caso en que se cumple esto es para bonos cupón cero.

12. La duración de un bono disminuye con la madurez (asuma un cupón constante).
Respuesta

    Falso. Asumiendo cupones constantes a mayor madurez mayor duración, debido a que hay pagos más lejanos que a la vez están ponderados por un mayor t.

13. Mientras mayor es la tasa de descuento mayor será la duración del bono.
Respuesta

    Falso. A mayor tasa la duración baja, la lógica es que los cupones más lejanos están divididos por un factor exponencialmente más grande, por lo que los primeros pagos adquieren más peso.

14. Mientras mayor es la tasa de descuento mayor será la duración del bono.
Respuesta

    Falso, a mayor tasa la duración baja, la lógica es que los cupones más lejanos están divididos por un factor exponencialmente más grande, por lo que los primeros pagos adquieren más peso.

15. Cuando un trader se encuentra evaluando la posibilidad de invertir en bonos, puede confiar con tranquilidad en que la duración le entregará una medida exacta de cuánto cambiará el precio del bono frente a incrementos en la tasa de interés.
Respuesta

    Falso, ya que se sabe que el comportamiento del precio de un bono respecto de la tasa de interés se asemeja a una función convexa, esto quiere decir que ante aumentos en la tasa de interés, el precio disminuye (primera derivada negativa) a tasas crecientes (segunda derivada positiva). En ese sentido, la duración de Macaulay no entrega un resultado totalmente exacto ya que asume que el precio de un bono es una función lineal de la tasa de interés.

16. Usted desea invertir en el mercado de bonos, pero sólo tiene información acerca de la Duración de estos. Su amigo experto en finanzas, plantea que debe elegir el bono que presente una mayor duración. **Respuesta**

    Falso. En caso de que la duración sea el único criterio de decisión entre un bono y otro, se debe elegir aquel bono que presente menor duración. Recordar que duración se refiere al tiempo que debe transcurrir para poder recuperar la inversión inicial.

17. La duración modificada entrega un criterio suficiente para determinar ganancias o pérdidas en el precio de un bono debido a fluctuaciones en las tasas de interés.
Respuesta

Falso. Si bien la duración modificada entrega un criterio de cómo se mueve el precio de un bono ante alzas de interés, este por sí solo no es un buen estimador del cambio en el precio del bono cuando el cambio de las tasas de interés es grande (generalmente superior a 1 %). Para solucionar este problema añade la convexidad, que representa la segunda derivada de la curva precio-rentabilidad expresada como fracción del precio del bono.

18. Explique intuitivamente la relación que existe entre la Duración y el vencimiento, la Duración y la tasa cupón y la Duración y la tasa de descuento, suponga el caso de un bono Bullet.
Respuesta

La relación entre el vencimiento y la duración es positiva. Sin embargo las variaciones en la duración son menores que las variaciones en el vencimiento, porque el valor de los pagos más lejanos se ven disminuidos considerablemente al ser descontados a un periodo más largo. La duración no es una medida lineal, es decir, la relación entre duración y vencimiento no es uno a uno.
La duración se relaciona negativamente de con la tasa cupón porque mientras mayor sea la tasa cupón, más altos serán los cupones y por ende mayor la proporción de los flujos que se recibirán antes del reembolso del principal al vencimiento, y así menor será la duración del instrumento.
La relación entre la tasa de descuento y la duración es inversa. Ante un aumento del tipo de interés, el valor de los pagos más distantes disminuye más que el de los pagos más cercanos, con lo que pierden peso relativo, lo que trae como consecuencia, una disminución en la duración.

Matemático I: Bonos y Tabla de Amortización

Series	Monto	Tasa de interes (K_D)	YTM (K_B)
AA	2.000.000 UF	3,4 %	3,6 %
BB	2.500.000 UF	4 %	3,8 %
CC	1.500.000 UF	3,30 %	3,5 %

Series	Amortización	Pago de interes	Emisión	Expiración	Plazo (Años)
AA	A la expiración	Bi Anual	01-01-2021	01-01-2027	6
BB	Bi Anual	Bi Anual	01-01-2022	01-01-2029	7
CC	A la expiración	No paga	01-07-2021	01-07-2026	5

a. Clasifique cada uno de los bonos.
Respuesta

- Bono AA es un bono tipo Bullet o Americano, dado que paga intereses bi anuales y amortiza el total a la expiración.
- Bono BB es un bono tipo Francés, ya que paga la misma cuota todos los meses, donde esa cuota contempola el pago de los intereses y amortización del principal.
- Bono CC es un bono Cero cupón, ya que paga solamente la amortización del principal al final del periodo.

b. Calcule el precio de los bonos desde la fecha de emisión. Haga la tabla de amortización para cada uno de los bonos.

- Bono AA Primero vamos a pasar las tasas YTM (Tasa de mercado) y de interés (Tasa cupón) a una base Bi anual, y para ello las dividiremos por dos.

$$K_{D,Anual} = 3,4\,\% \Longrightarrow K_{D,BiAnual} = 1,7\,\%$$

$$K_{B,Anual} = 3,6\,\% \Longrightarrow K_{B,BiAnual} = 1,8\,\%$$

Luego con los datos de la tabla calculamos el precio del bono, además consideramos que son 12 periodos dado que son 12 semestres (6 años = 12 semestres).

$$B = \frac{\$2{,}000{,}000 \cdot 1,7\,\%}{1,8\,\%} \cdot [1 - \frac{1}{(1+1,8\,\%)^{12}}] + \frac{\$2{,}000{,}000}{(1+1,8\,\%)^{12}} = \$1{,}978{,}587,18$$

Luego de haber obtenido el precio de los bonos vamos a desarrollar la tabla de amortización de cada uno de los bonos. El interés que paga cada bono corresponde al precio del bono multiplicada por la YTM, y la amortización es la resta del cupón que paga el bono menos el interés.

T	Valor Presente	Cupón	Interés	Amortización	Saldo Final
1	$1.978.587,18	$34.000,00	$35.614,57	-$1.614,57	$1.980.201,75
2	$1.980.201,75	$34.000,00	$35.643,63	-$1.643,63	$1.981.845,38
3	$1.981.845,38	$34.000,00	$35.673,22	-$1.673,22	$1.983.518,59
4	$1.983.518,59	$34.000,00	$35.703,33	-$1.703,33	$1.985.221,93
5	$1.985.221,93	$34.000,00	$35.733,99	-$1.733,99	$1.986.955,92
6	$1.986.955,92	$34.000,00	$35.765,21	-$1.765,21	$1.988.721,13
7	$1.988.721,13	$34.000,00	$35.796,98	-$1.796,98	$1.990.518,11
8	$1.990.518,11	$34.000,00	$35.829,33	-$1.829,33	$1.992.347,44
9	$1.992.347,44	$34.000,00	$35.862,25	-$1.862,25	$1.994.209,69
10	$1.994.209,69	$34.000,00	$35.895,77	-$1.895,77	$1.996.105,47
11	$1.996.105,47	$34.000,00	$35.929,90	-$1.929,90	$1.998.035,36
12	$1.998.035,36	$2.034.000,00	$35.964,64	$1.998.035,36	$0,00

Figura 1: Tabla Amortización Bono AA

- Bono BB Para el bono BB vamos hacer el mismo paso que en la parte anterior, y pasaremos las tasas a una misma base.

$$K_{D,Anual} = 4\,\% \Longrightarrow K_{D,BiAnual} = 2\,\%$$

$$K_{B,Anual} = 3,8\,\% \Longrightarrow K_{B,BiAnual} = 1,9\,\%$$

Dado que es un bono Francés primero vamos a calcular en la cuota que paga el bono, la cuál incluye el pago de intereses y la amortización.

$$\$2{,}500{,}000 = \frac{C}{2\,\%} \cdot [1 - \frac{1}{(1+2\,\%)^{14}}]$$

Despejando la cuota, obtemos que:

$$C = \$206{,}505$$

Ya obtenida la cuota que paga el bono, vamos a calcular el precio de este

$$B = \frac{\$\$206{,}505}{1,9\,\%} \cdot [1 - \frac{1}{(1+1,9\,\%)^{14}}] = 2{,}517{,}686$$

T	Valor Presente	Cupón	Interés	Amortización	Saldo Final
1	$2.517.686,00	$206.505,00	$47.836,03	$158.668,97	$2.359.017,03
2	$2.359.017,03	$206.505,00	$44.821,32	$161.683,68	$2.197.333,36
3	$2.197.333,36	$206.505,00	$41.749,33	$164.755,67	$2.032.577,69
4	$2.032.577,69	$206.505,00	$38.618,98	$167.886,02	$1.864.691,67
5	$1.864.691,67	$206.505,00	$35.429,14	$171.075,86	$1.693.615,81
6	$1.693.615,81	$206.505,00	$32.178,70	$174.326,30	$1.519.289,51
7	$1.519.289,51	$206.505,00	$28.866,50	$177.638,50	$1.341.651,01
8	$1.341.651,01	$206.505,00	$25.491,37	$181.013,63	$1.160.637,38
9	$1.160.637,38	$206.505,00	$22.052,11	$184.452,89	$976.184,49
10	$976.184,49	$206.505,00	$18.547,51	$187.957,49	$788.227,00
11	$788.227,00	$206.505,00	$14.976,31	$191.528,69	$596.698,31
12	$596.698,31	$206.505,00	$11.337,27	$195.167,73	$401.530,58
13	$401.530,58	$206.505,00	$7.629,08	$198.875,92	$202.654,66
14	$202.654,66	$206.505,00	$3.850,44	$202.654,56	$0,00

Figura 2: Tabla Amortización Bono BB

Para obtener a tabla de amortización hacemos los mismos paso que para el Bono AA, con la difrecnia que ahora el cupón contiene además la amortización del principal.

- Bono CC Para calcular el precio del Bono Cero Cupón no tendremos que cambiar las tasas dado que no paga cupones. Es por ello, que calculamos directamente su precio:

$$B = \frac{\$1{,}500{,}000}{(1 + 3{,}8\,\%)^{10}} = 1{,}063{,}378$$

Para obtener la tabla de amortización del Bono CC, tendremos que la columna de cupón tenra valores 0 dado que no paga cupones pero si gana intereses dado que no paga nada en el tiempo hasta su expiración, por ello aumenta en cada periodo su valor presente.

c. Asuma un variación positiva de 80 puntos basicos en la YTM del bono serie CC. Calcule el nuevo precio y comparelo con el antiguo.
Respuesta

Un punto basico corresponde a 0,01 %, es decir el aumento de 80 puntos basicos hace que la YTM aumente a 4,6 %, impactando negativamente al precio del bono dado la relación negativa entre estas dos variables.

Ahora calcularemos nuevamente el precio del bono con la nueva tasa

$$B = \frac{\$1{,}500{,}000}{(1 + 4{,}6\,\%)^{10}} = \$956{,}697$$

T	Valor Presente	Cupón	Interés	Amortización	Saldo Final
1	$1.063.378	$0	$37.218	-$37.218	$1.100.596
2	$1.100.596	$0	$38.521	-$38.521	$1.139.117
3	$1.139.117	$0	$39.869	-$39.869	$1.178.986
4	$1.178.986	$0	$41.265	-$41.265	$1.220.251
5	$1.220.251	$0	$42.709	-$42.709	$1.262.960
6	$1.262.960	$0	$44.204	-$44.204	$1.307.163
7	$1.307.163	$0	$45.751	-$45.751	$1.352.914
8	$1.352.914	$0	$47.352	-$47.352	$1.400.266
9	$1.400.266	$0	$49.009	-$49.009	$1.449.275
10	$1.449.275	$1.500.000	$50.725	$1.449.275	$0

Figura 3: Tabla Amortización Bono CC

Matematico II: Estructura de Tasas

Unos inversionistas tienen información acerca de 3 bonos. Uno es un bono Americano a 5 años y dos Bonos Franceces a 3 y 2 años respectivamente. A continuación se le presenta una tabla con la información de cada uno de los bonos.

Bonos	Precio	Cupón	Valor Nominal	Madurez
AA	395,1	50	100	5
BB	166	60	-	3
CC	60,1	32	-	2

Además, ellos saben que las tasas spot para bonos de uno y cinco años son 3 % y 7 % respectivamente. Dado lo anterior se le pide calcular:

a. ¿Cuál es el precio esperando de un bono cupón cero en un año, donde su valor nominal es de $200 y su madurez es de 5 años?

Respuesta

$$P_0 = \frac{F}{(1 +_0 r_5)^5}$$

$$P_0 = \frac{200}{(1 + 0,07)^5}$$

$$P_0 = 142,59$$

Entonces, el precio del bono en un año más será de

$$P_1 = P_0 \cdot (1 +_0 f_1) \Longrightarrow P_1 = 136,11 \cdot (1 + 2,5\,\%) = 146,87$$

b. Determinar la estructura de tasas Spot y tasas Forward.

Primero con el Bono C, podemos encontrar la tasa spot para el segundo año:

$$P_c = \frac{c}{(1 +_0 r_1)^1} + \frac{c}{(1 +_0 r_2)^2}$$

$$60,1 = \frac{32}{(1 + 3\,\%)^1} + \frac{32}{(1 +_0 r_2)^2}$$
$$_0r_2 = 4\,\%$$

Ahora, hacemos lo mismo para encontrar la tasa spot para el tercer año con el bono B

$$P_B = \frac{c}{(1 +_0 r_1)^1} + \frac{c}{(1 +_0 r_2)^2} + \frac{c}{(1 +_0 r_3)^3}$$

$$166 = \frac{60}{(1 + 3\,\%} + \frac{60}{(1 + 4\,\%)^2} + \frac{60}{(1 +_0 r_3)^3}$$

$$166 = \frac{60}{(1 + 3\,\%)} + \frac{60}{(1 + 4\,\%)^2} + \frac{60}{(1 +_0 r_3)^3}$$

$$_0r_3 = 5\,\%$$

Finalmente, ocupamos el Bono A para otener la tasa spot para el cuarto periodo

$$P_A = \frac{c}{(1 +_0 r_1)^1} + \frac{c}{(1 +_0 r_2)^2} + \frac{c}{(1 +_0 r_3)^3} + \frac{c}{(1 +_0 r_4)^4} + \frac{F + c}{(1 +_0 r_5)^5}$$

$$395,1 = \frac{50}{(1 + 3\,\%)^1} + \frac{50}{(1 + 4\,\%)^2} + \frac{50}{(1 + 5\,\%)^3} + \frac{50}{(1 +_0 r_4)^4} + \frac{350}{(1 + 7\,\%)^5}$$

$$_0r_4 = 6\,\%$$

Para obtener la estrcutra temporal de tasas forward ocuparemos las tasas spot ya obtenidas

$$_0f_1 =_0 r_1 = 3\,\%$$

$$_1f_2 = \frac{(1 +_0 r_2)^2}{(1 +_0 r_1)} - 1 = 5,01\,\%$$

$$_2f_3 = \frac{(1 +_0 r_3)^3}{(1 +_0 r_2)^2} - 1 = 7,03\,\%$$

$$_3f_4 = \frac{(1 +_0 r_4)^4}{(1 +_0 r_3)^3} - 1 = 9,06\,\%$$

$$_4f_5 = \frac{(1 +_0 r_5)^5}{(1 +_0 r_4)^4} - 1 = 11,10\,\%$$

1. Matematicos III: Duración y Convexidad I

Considere la siguiente información e 2 bonos con valor nominal de $1.000 y que pagan semestralmente.

	Bono A	Bono B
Cupón	8 %	9 %
YTM	8 %	8 %
Madurez	2	5
Precio	$1.000	$1.040,55

a. ¿Cual es el precio de ambos bonos si la YTM aumenta a 9 %?
Respuesta

Antes de calcular el precio de los bonos, tenemos que obtener la YTM y tasa cupón en base semetral

$$YTM_A = 9\,\% \longrightarrow YTM_S = 4,5\,\%$$

$$K^A_{D,A} = 8\,\% \longrightarrow K^A_{D,S} = 4\,\%$$

$$K^B_{D,A} = 9\,\% \longrightarrow K^B_{D,S} = 4,5\,\%$$

Luego de ello vamos a calcular el precio de cada uno de los bonos

Bono A:

$$P_A = \frac{1{,}000 \cdot 4\,\%}{4,5\,\%} \cdot [1 - \frac{1}{(1 + 4,5\,\%)^4}] + \frac{1{,}000}{(1 + 4,5\,\%)^4} = 982,06$$

Bono B:

$$P_B = \frac{1{,}000 \cdot 4,5\,\%}{4,5\,\%} \cdot [1 - \frac{1}{(1 + 4,5\,\%)^4}] + \frac{1{,}000}{(1 + 4,5\,\%)^4} = 1{,}000$$

b. Calcule la Duración y Duración Modificada de ambos bonos (Considere la yield original).
Respuesta

Para este ejercicio usaremos las siguientes formulas
Formula de Duración

$$D = \sum_{i=1}^{n} \frac{t \cdot C}{P \cdot (1 + y)^t}$$

Formula Duración Modificada

$$D^* = \frac{D}{1 + y}$$

Primero, vamos a calcular la Duración y Duración Modificada para el Bono A

T	Cupón (C)	VP (C)	VP(C)·T
1	40	38,5	38,5
2	40	37	74
3	40	35,6	106,7
4	1.040	889	3.5556
		1.000	3.776

Dado los resultados obtenidos en la tabla anterior, podemos calcular la duración y duración modificada:

$$D_A = \frac{3{,}776}{1{,}000} = 3,776$$

$$D_A^* = \frac{3,776}{(1+4\,\%)} = 3,63$$

Ahora, vamos a calcular la Duración y Duración modificada para el Bono B

T	Cupón (C)	VP (C)	VP(C)·T
1	45	43,3	43,3
2	45	41,6	83,2
3	45	40	120
4	45	38,5	153,9
5	45	37	184,9
6	45	35,6	213,4
7	45	34,1	239,4
8	45	32,8	263,04
9	45	31,6	284,6
10	1045	706	7059,7
		1.040,6	8.645,3

Dada la tabla del Bono B, ahora podemos calcular su duración y duración modificada

$$D_B = \frac{8{,}645,3}{1{,}040,6} = 8,3$$

$$D_B^* = \frac{8,3}{(1+4\,\%)} = 7,98$$

Concluyendo con esta parte del matemático, podemos ver que el Bono B presenta una mayor Duración y Duración modificada que el Bono A.

c. Calcule la convexidad para el Bono A.
Respuesta

Para calcular la convexidad utilizaremos la siguiente formula:
Convexidad

$$Convexidad = \frac{1}{P \cdot (1+y)^2} \cdot \sum_{t=1}^{n} [\frac{C \cdot t}{(1+y)^t} \cdot (1+t)]$$

T	Cupón (C)	VP (C)	VP(C)$\cdot T$	VP(C)$\cdot T \cdot (1+t)$
1	40	38,5	38,5	76,9
2	40	37	74	221,9
3	40	35,6	106,7	426,7
4	1.040	889	3.5556	17.779,9
		1.000	3.776	18.505,5

Dado los datos de la tabla podemos calcular la convexidad

$$Convexidad = \frac{18{,}505,5}{1000 \cdot (1+4\,\%)^2} = 17,109$$

Matematico IV: Duración y Convexidad II

Considere un bono Bullet con un valor nominal de \$100 y un vencimiento de 3 años. Los cupones se pagan semestralmente con una tasa anual del 6 %. El rendimiento al vencimiento del bono es del 8 %.

a. Calcule la Duración del bono.
Respuesta

Como el bono paga su cupón cada semestre, la tasa cupón y YTM serán igual a 3 % y 4 % respectivamente, por lo tanto los cupones serán igual a 3 y se descontaran a una tasa del 4 %.

T	Cupón (C)	VP (C)	VP(C)$\cdot T$
1	3	2,9	2,9
2	3	2,8	5,6
3	3	2,7	8,1
4	3	2,6	10,4
5	3	2,5	12,5
6	103	81	486
		94,5	525,5

Entonces la duración se puede calcular como:

$$D = \frac{525,5}{94,5} = 5,5$$

Otra forma de calcular la duración es con la formula, cuyo resultado sería el mismo pero es más largo de resolver.

$$D = \sum t \cdot [\frac{C \cdot e^{-y \cdot t}}{B}]$$

En este caso podemos obtene primero el precio del bono y luego aplicar la formula, donde el precio del bono lo podemos considerar una constante.

Precio del bono:

$$B = \frac{3}{4\,\%} \cdot [1 - \frac{1}{(1+4\,\%)^6}] + \frac{100}{(1+4\,\%)^6} = 94,5$$

Ahora, calculamos la duración como:

$$D = \frac{1}{94,5} \cdot [3 \cdot e^{-4\%} + 2 \cdot (3 \cdot e^{-4\% \cdot 2}) + 3 \cdot (3 \cdot e^{-4\% \cdot 3}) + 4 \cdot (3 \cdot e^{-4\% \cdot 4}) + 5 \cdot (3 \cdot e^{-4\% \cdot 5}) + 6 \cdot (103 \cdot e^{-4\% \cdot 6})]$$

$$D = 5,5$$

b. Calcule la convexidad del bono.

Respuesta

La convexidad se calcula mediante la formula:

$$Convexidad = \frac{\sum t \cdot (C \cdot e^{-y \cdot t}) \cdot (t+1)}{P(1+y)^2}$$

T	Cupón (C)	VP (C)	VP(C)$\cdot T$	VP(C)$\cdot T \cdot (T+1)$
1	3	2,9	2,9	5,8
2	3	2,8	5,6	16,6
3	3	2,7	8,1	32
4	3	2,6	10,4	51,1
5	3	2,5	12,5	73,7
6	103	81	486	3403
		94,5	525,5	3.582,2

Entonces con los datos obtenidos de la tabla aplicamos lo siguiente:

$$Convexidad = \frac{3{,}582,2}{94,5 \cdot (1+0,04)^2} = 35,01$$

Se deja propuesto calcular la convexidad de la forma mas extensa.

c. Calcule la variación porcentual del precio del bono si la YTM sube al 9 %. Obtenga este resultado haciendo la aproximación por duración y por duración + convexidad. ¿El resultado cambia demasiado?

Primero, lo haremos mediante el método de la duración. Las formulas que vamos a utilizar son:

Duración Modificada

$$D^* = \frac{D}{1+y}$$

Formula para cambio porcentual en el precio

$$\frac{\triangle P}{P} = -D \cdot \triangle y$$

Entonces tenemos que la duración modificda es igual a

$$D^* = \frac{1}{1+0,045} = 5,35$$

Finalmente el cambio en el precio dado un cambio en la YTM es:

$$\frac{\triangle P}{P} = -5,35 \cdot 0,05 = -2,66\,\%$$

Ahora, veremos el cambio en el precio considerando la convexidad del bono

$$\frac{\triangle P}{P} = -D \cdot \triangle y + \frac{1}{2} \cdot Convexity \cdot (\triangle y)^2$$

$$\frac{\triangle P}{P} = -5,35 \cdot 0,5\,\% + \frac{1}{2} \cdot 35,01 \cdot (0,5\,\%)^2 = -2,63\,\%$$

Comparando las dos formas, vemos que mediante ambos metodos los resultados son similares al momento de obtener el camio en el precio. Sin embargom para cuando existan grandes variaciones en la YTM va a ser más útil usar la formula que incluya la convexidad.

Propuesto: Duración y Convexidad

Suponga que usted es un inversor y tiene información sobre un bono de principal igual a 5000 UF, el cual paga intereses y amortiza el bono de manera trimestral y. Además usted sabe que este bono emitido por FEN S.A tiene una Tasa Cupón (Anual) de 5 %, una YTM (Anual) de 7 % y una madurez de 3 años.
Se le pide calcular:

a. Calcule la Duración y Duración Modificada del bono

b. Calcule la convexidad del bono.

c. Calcule la variación porcentual en el precio ante cambios en 100 puntos basicos, en ambas direcciones, mediante duración y convexidad.

d. Calcule nuevamente los 3 puntos anteriores asumiendo una tasa continua.

Ayudantía 9

Finanzas I

Profesor Juan Romagosa G.

Primavera 2021

Correos

- **asanhuezac@fen.uchile.cl**
- alainez@fen.uchile.cl

Contenido de Ayudantía

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Matemático 3

5 Matemático 4

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Matemático 3

5 Matemático 4

Comente 1

Señale y explique las distintas razones para invertir en activos derivados

Comente 1

Señale y explique las distintas razones para invertir en activos derivados

Respuesta:
1 Hedging: Eliminar o bajar el nivel de volatilidad (riesgo) del precio de algún activo.
2 Especulación: Apostar a que el precio de algún activo subirá (tomando una posición larga) para luego liquidarlo (tomando una posición corta). La situación es análoga en el caso contrario donde se apuesta que el precio bajará.
3 Arbitraje: Se aprovecha la situación donde los precios no están en equilibrio para obtener una ganancia. Esto se hace tomando una posición larga y corta al mismo tiempo, de tal manera de eliminar el riesgo sin usar el capital propio.

Comente 2

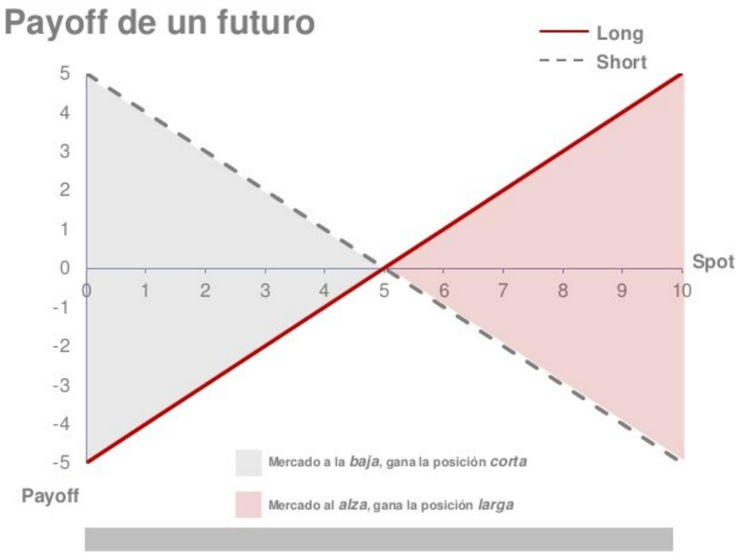
Señale y explique las diferencias entre los contratos futuros y forwards

Comente 2

Señale y explique las diferencias entre los contratos futuros y forwards

Respuesta:

Características	**Futuros**	**Forwards**
Relación Comprador-Vendedor	Cámara de compensación	Directa
Términos del contrato	Estandarizados	Ajustable a necesidades
Fijación de Precios	Cotización Abierta	Negociación
¿Deshacer Posición?	Si, tomando contrato opuesto	No, se cumple hasta el final
Riesgo	Lo asume la cámara	Lo asume quien compra


Payoff de un futuro
Long
Short
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
Payoff
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
Spot
Mercado a la baja, gana la posición corta
Mercado al alza, gana la posición larga

Comente 3

Escriba las distintas maneras de valorizar los futuros y forwards

Sea:
$S_0 \Rightarrow$ Precio del subyacente hoy
$F_0 \Rightarrow$ Precio del forward/futuro hoy
$r \Rightarrow$ Tasa libre de riesgo anual compuesta continuamente
$T \Rightarrow$ Tiempo (en años) hasta el vencimiento del forward/futuro
$K \Rightarrow$ Precio de entrega en el forward/futuro

Comente 3

Escriba las distintas maneras de valorizar los futuros y forwards

Respuesta:

	Precio Forward/Futuro	**Valor Contrato Forward**
No paga ingresos	$F_0 = S_0 e^{rT}$	$f = S_0 - Ke^{-rT}$
Paga ingresos ("I")	$F_0 = (S_0 - I)e^{rT}$	$f = S_0 - I - Ke^{-rT}$
Paga rendimientos ("q")	$F_0 = S_0 e^{(r-q)T}$	$f = S_0 e^{-qT} - Ke^{-rT}$

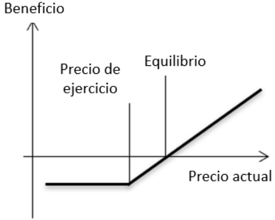
Cuando activo subyacente produce	**Precio Futuro**
Rentas ("I")	$F_0 = (S_0 - I)e^{rT}$
Rentas proporcionales ("g")	$F_0 = S_0 e^{(r-g)T}$
Gastos ("U")	$F_0 = (S_0 + U)e^{rT}$
Gastos Proporcionales ("u")	$F_0 = S_0 e^{(r+u)T}$

Comente 4

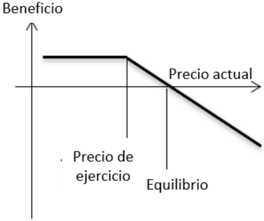
Explique las opciones "Call" y "Put". También explique las opciones tipo "Americana" y "Europea"

Respuesta:

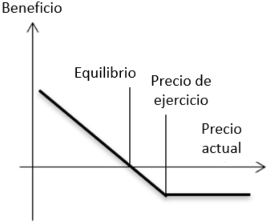
- *Call:* Opción para **comprar** un cierto activo, en cierta fecha, a un cierto precio (precio strike)
- *Put:* Opción para **vender** un cierto activo, en cierta fecha, a un cierto precio (precio strike)
- *Americana:* Opción que puede ser ejercida en cualquier momento durante su vida
- *Europea:* Opción que puede ser ejercida únicamente a la madurez



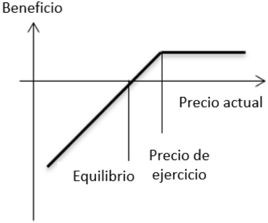
Comprando una "call"



Vendiendo una "call"



Comprando una "put"



Vendiendo una "put"

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Matemático 3

5 Matemático 4

Matemático 1

Considere una posición larga en un contrato a plazo (forward) para comprar dentro de tres meses una acción que no paga dividendos. Asuma que el precio actual de la acción es de \$40 y que la tasa de interés libre de riesgo dentro de tres meses es de 5% anual.

a) Obtenga el precio del contrato hoy

b) Suponga que el precio observado del forward hoy en día es de \$43. Explique la estrategia de arbitraje

c) Suponga que el precio observado del forward hoy en día es de \$39. Explique la estrategia de arbitraje

Precio de la acción = \$40
Tasa libre de riesgo anual = 5%
Vencimiento = 3 meses

$$F_0 = S_0 e^{rT}$$

$$F_0 = 40e^{(0.05 \frac{3}{12})}$$

$$\boxed{F_0 = 40.5}$$

$$\boxed{F_0 = 40.5}$$

Si $F_{obs} = \$43$

- Pido prestado \$40 a 5% de interés, para pagarlo dentro de 3 meses. (Al final deberé \$40.5)
- Con ese dinero compro la acción
- Participo del forward comprometiendóme a vender la acción que tengo en \$43 dentro de 3 meses

  Luego de 3 meses:
- Recibo los \$43 del contrato forward
- Con este dinero pago la deuda

$$Ganancia = 43 - 40.5$$

$$Ganancia = \boxed{\$2.5}$$

$$\boxed{F_0 = 40.5}$$

Si $F_{obs} = \$39$

- Vendo en corto la acción (que vale \$40)
- Con ese dinero invierto en 5% durante 3 meses (al final tendré \$40.5)
- Participo en el forward comprometiéndome a pagar la acción en \$39 dentro de 3 meses

  Luego de 3 meses:

- Compro la acción a \$39 y se la devuelvo a su dueño cerrando la posición.

$$Ganancia = 40.5 - 39$$

$$Ganancia = \boxed{\$1.5}$$

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Matemático 3

5 Matemático 4

Considere una posición larga en un contrato a plazo para comprar un bono con cupón cuyo precio actual es de \$900. Supondremos que el contrato a plazo vence dentro de nueve meses y que se espera el pago de un cupón de \$40 después de cuatro meses. Asumimos que las tasas de interés libres de riesgo a cuatro y nueve meses, con una composición continua, son de 3% y 4% anual, respectivamente.

a) Obtenga el precio del contrato hoy

b) Suponga que el precio observado del forward hoy día es de \$910. Explique la estrategia de arbitraje

c) Suponga que el precio observado del forward hoy día es de \$870. Explique la estrategia de arbitraje

Precio del Bono $= \$900$
Pago de un cupón al cuarto mes $= \$40$
Vencimiento $= 9$ meses
R_f al cuarto mes $= 3\%$
R_f al noveno mes $= 4\%$

$$F_0 = (S_0 - I)e^{rT}$$

$$I = 40e^{-0.03\frac{4}{12}}$$

$$\boxed{I = 39.6}$$

$$F_0 = (900 - 39.6)e^{0.04\frac{9}{12}}$$

$$\boxed{F_0 = 886.6}$$

$$\boxed{F_0 = 886.6}$$

Si $F_{obs} = \$910$

- Pido prestado \$900. (\$39.6 a 3%, en cuatro meses. Y 860.4 a 4% en nueve meses)
- Con ese dinero compro el bono.
- Participo en un forward comprometiéndome a vender el bono a \$910 dentro de 9 meses.

  Al cuarto mes:
- Recibo el cupón de \$40 del bono que tengo comprado.
- Con ese dinero, pago la primera parte del prestamo.

  Al noveno mes :
- Vendo el bono como se acordó en \$910
- Con ese dinero pago la segunda parte del prestamo

Ganancia=910-886.6 $= \boxed{\$23.4}$

Si $F_{obs} = 870\$$

- Hago una venta corta del bono (recibimos $900)
- Invierto $39.6 durante 4 meses a 3% anual, y los $860.4 restantes durante 9 meses a 4% anual.
- Participo en forward para comprar el bono dentro de 9 meses a $870

<u>Al cuarto mes</u>:

- Recibo $40 de la inversión que hice
- Pago el cupón de $40 a quien me haya comprado el bono

<u>Al noveno mes</u> :

- Recibo $886.6 de la inversión que hice
- Compro el bono a $870 como había comprometido. Le devuelvo el bono a su dueño cerrando la posición.

Ganancia=886.6-870 $= \boxed{\$23.4}$

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Matemático 3

5 Matemático 4

Imagine que las tasas de interés a dos años en Australia y Estados Unidos de América son de 5 y 7%, respectivamente, y que el tipo de cambio spot entre el dólar australiano (AUD) y el dólar estadounidense (USD) es de 0.62 USD por AUD

a) Obtenga cuánto debe ser el tipo de cambio a plazo a 2 años para que no haya arbitraje.

b) Suponga que el tipo de cambio a plazo a dos años es de 0.63. Explique la estrategia de arbitraje

c) Suponga que el tipo de cambio a plazo a dos años es de 0.66. Explique la estrategia de arbitraje

Tipo de cambio spot $=$ 0.62 USD por AUD
$r_{Australia} = 5\%$
$r_{USA} = 7\%$
Plazo de interés $=$ 2 años

$$F_0 = S_0 e^{(r-r_f)T}$$

$$F_0 = 0.62e^{(0.07-0.05)2}$$

$$\boxed{F_0 = 0.6453}$$

$$\boxed{F_0 = 0.6453}$$

Si $F_{obs} = 0.63$

- Pedimos prestado 1000 AUD a 5% anual a pagar a dos años. (Al final deberemos 1105.17 AUD)
- Esos 1000 AUD los convertimos a 620 USD (1000*0.62)
- Invertimos estos 620 USD a 7% anual durante dos años. (Al final tendremos 713.17 USD)
- Nos comprometemos a comprar 1105.17 AUD por 696.26 USD (1105.17*0.63)

$$Ganancia = 713.17 - 696.26$$

$$\boxed{Ganancia = 16.91 USD}$$

$$\boxed{F_0 = 0.6453}$$

Si $F_{obs} = 0.66$

- Pedimos prestado 1000 USD a 7% anual a pagar a dos años (Al final deberemos 1150.27 USD)
- Esos 1000 USD los convertimos a 1612.9 AUD
- Invertimos estos 1612.9 AUD a 5% anual durante dos años (Al final tendremos 1782.53 AUD)
- Nos comprometemos a vender 1782.53 AUD por 1176.47 USD ()

$$Ganancia = 1176.47 - 1150.27$$

$$\boxed{Ganancia = 26.2USD}$$

1 Comentes

2 Matemático 1

3 Matemático 2

4 Matemático 3

5 Matemático 4

Considere un contrato de futuros sobre oro a un año. Asumimos que no hay ingresos y que el almacenamiento del oro cuesta \$2 por onza al año, realizando el pago al final del año. El precio spot es de \$600 y la tasa libre de riesgo es de 5% anual para todos los vencimientos

a) Obtenga el precio del futuro

b) Suponga que el precio observado del futuro de oro es \$700. Explique la estrategia de arbitraje.

c) Suponga que el precio observado del futuro de oro es \$610. Explique la estrategia de arbitraje.

Costo del Almacenamiento = \$2 por onza al año
Precio Spot = \$600
r = 5% anual

$$F_0 = (S_0 + U)e^{rT}$$

$$U = 2e^{-0.05*1}$$

$$\boxed{U = \$1.9}$$

$$F_0 = (600 + 1.9)e^{0.05*1}$$

$$\boxed{F_0 = \$632.76}$$

$$\boxed{F_0 = \$632.76}$$

Si $F_{obs} = \$700$

- Pedimos prestado \$600 a 5% anual compuesta continuamente (Al final deberemos \$630.76)
- Con ese dinero compramos 1 onza de oro
- Nos comprometemos a vender esta onza de oro dentro de un año en \$700

Transcurrido el año:

- Tendremos los \$700, pero tenemos que pagar la deuda y el costo de almacenamiento.

$$Ganancia = 700 - 630.76 - 2$$

$$\boxed{Ganancia = \$67.24}$$

$$\boxed{F_0 = \$632.76}$$

Si $F_{obs} = \$610$

- Vendemos la onza de oro en \$600
- Con ese dinero invertimos a 5% anual compuesto continuamente (Al final tendremos 630.76)
- Nos comprometemos a comprar esta onza de oro dentro de un año en \$610

<u>Transcurrido el año:</u>

- Tenemos \$630.76 de nuestra inversión, nos ahorramos \$2 en almacenamiento y compramos la onza de oro en \$610 como estaba acordado

$$Ganancia = 630.76 + 2 - 610$$

$$\boxed{Ganancia = \$22.76}$$

Finanzas I
Ayudantía 10

Profesor: Juan Romagosa G.
Ayudantes: Agustín Sanhueza & Alejandro Lainez

Comentes

1. Mencione las diferencias entre los contratos a futuro y de opciones.

Respuesta

La diferencia que existe entre estos contratos, es que un contrato de futuro/forward entrega al poseedor la **obligación** de comprar o vender a un cierto precio y además, el contrato al momento de la escritura es gratis. Sin embargo, una opción, entrega al poseedor el derecho pero no la obligación a comprar o vender a un cierto precio y además, existe un costo asociado al contrato.

2. Defina los conceptos de Opción Call, Opción Put y Strike Price

Respuesta

- **Opción Call:** Es una opción de compra de un cierto activo en una fecha determinada a un cierto precio (precio strike o de ejercicio). Quien se va largo en una opción call es quien compra el derecho a comprar, y tiene la libertad de honrar o no el contrato, y quien se va corto en una opción call es quien vende el derecho a comprar, y debe (se ve obligado a) cerrar el contrato si la otra parte lo desea.
- **Opción Put:** Es una opción para vender un cierto activo en una fecha determinada a un cierto precio (precio strike o de ejercicio). Quien se va largo en una opción put es quien compra el derecho a vender, y tiene la libertad de honrar o no el contrato, y quien se va corto en una opción put es quien vende el derecho a vender, y debe (se ve obligado a) cerrar el contrato si la otra parte lo desea.
- **Strike Price:** Precio determinado por las partes en el contrato, también conocido como precio de ejercicio.

3. Cual es la diferencia entre una opción Americana y una opción Europea.

Respuesta

La diferencia entre estos dos tipos de opciones se encuentra en el momento en que podemos ejecutar ambas opciones. En el caso de las europeas solo pueden ser ejecutadas al final del periodo. Por el otro lado, una opción americana puede ser ejecutada en cualquier momento.

4. Mencione los diferentes tipos de agentes que existen en el mercado de opciones y futuros.

Respuesta

En el mercado existen los coberturistas, especuladores y arbitrajistas. Los primeros usan los contratos de futuros, a plazo y de opciones para reducir el riesgo al que se enfrentan por cambios futuros en una variable de mercado. Los especuladores las utilizan para apostar sobre la dirección futura de un variable de mercado. Finalmente, los arbitrajistas toma posiciones de compensación en dos o más instrumentos para asegurar una utilidad.

5. Explique los conceptos de At The Money (ATM), In The Money (ITM) y Out of The Money (OTM), tanto para una posición larga de una Call y una Put.

Respuesta

Los 3 conceptos anteriores tiene relación con el ejercicio de una opción, y depende del precio del activo subyacente (S_t) y el precio de ejercicio (K).

Para una Long Call:

- ATM: $S_t = K \implies$ Indiferente entre ejercer la call o comprar el activo.
- ITM: $S_t > K \implies$ Ejerce la opción.
- OTM: $S_t < K \implies$ No ejerce la opción.

Para una Long Put:

- ATM: $S_t = K \implies$ Indiferente entre ejercer la call o Vvender el activo.
- ITM: $S_t < K \implies$ Ejerce la opción.
- OTM: $S_t > K \implies$ No ejerce la opción.

6. La inclusión de opciones financieras en un portafolio es sólo con la intención de reducir el riesgo total asociado al portafolio.

Respuesta

Falso. Si un inversionista compra opciones, con retornos inversamente relacionados a otros activos del portafolio, efectivamente el inversionista estará buscando un riesgo menor. Por otro lado, es posible incluir en el portafolio, opciones que busquen altos retornos, es decir, agregarán más riesgo al portafolio.

7. Explique en que consiste la paridad Put - Call. Detalle cuáles son los supuestos que existen detrás de la paridad.

Respuesta

La Paridad Put-Call se deriva asumiendo que el arbitraje generado por la existencia de carteras iguales pero con distinto valor, asegura que en equilibrio esas carteras tendrán el mismo valor y busca demostrar que en cualquier momento antes o justo al momento de expiración de la opción existe una relación entre el precio de una Put y el precio de una Call con la misma madurez (T) y el mismo precio de ejercicio (X). Si no se cumple esta relación se pueden obtener ventajas del arbitraje.

8. En un contrato de opción, la posición ante el riesgo del comprador y vendedor son simétricas.

Respuesta

Falso, ya que el comprador tiene el derecho, no tiene la obligación de comprar/vender el activo subyacente. Por ejemplo alguien toma una posición larga en call, su pérdida es acotada y su ganancia es teóricamente infinita. Por otro lado, la otra parte estará en posición corta en call, por lo que su ganancia es acotada y su pérdida infinita.

9. Una opción de venta para una acción, se vuelve más valiosa conforme aumenta el precio de ejercicio y el precio de la acción. **Comente.**

Respuesta

Falso. Las opciones de venta se vuelven menos valiosas conforme aumentan el precio de la acción y más valiosas a medida que se incrementa el precio de ejercicio.

10. Explique en que situación se vuelve más y menos valiosa una opción de compra para una acción. **Comente.**

Respuesta

Las opciones de compra se vuelven más valiosas conforme aumenta el precio de la acción y menos valiosas a medida que se incrementa el precio de ejercicio.

11. Considere dos inviduos, uno tiene una opción de mayor horizonte de vencimiento que del otro individuo, podemos afirmar que la opción de más corto plazo es menos valiosa que la de largo plazo. **Comente.**

Respuesta

Verdadero. El propietario de la opción de largo plazo tiene todas las oportunidades de ejercicio que están disponibles para el propietario de la opción de corto plazo, y otras más. Por lo tanto, la opción de largo plazo debe tener al menos tanto valor como la opción de corto plazo.

12. Mencione de que va a depender que una opción de compra y venta de vuelvan más o menos valiosa.

> **Respuesta**
>
> El valor de una opción de compra se incrementa a medida que aumentan el precio actual de la acción, eltiempo al vencimiento, la volatilidad, y la tasa de interés libre de riesgo. Mientras su valor disminuye conforme aumentan el precio de ejercicio y los dividendos esperados.
>
> El valor de una opción de venta se incrementa a medida que aumentan el precio de ejercicio, el tiempo al vencimiento, la volatilidad y los dividendos esperados. El valor de una opción de venta disminuye conforme aumenta el precio actual de la acción y la tasa de interés libre de riesgo.

13. Si un proyecto que un activo subyacente subirá de precio en el tiempo, me convedría una estrategia Bear Spread por sobre una Bull Spread utilizando opciones.

> **Respuesta**
>
> Bull Spread sostiene la creencia de que el precio del subyacente sube, mientras que un Bear Spread sostiene que el precio del subyacente baja. Por lo tanto, es falso.

14. Comprar acciones put es una estrategia alcista (bullish strategy), por lo que se espera que el precio de una acción suba para ejercer la put.

> **Respuesta**
>
> Falso. Comprar acciones put es una estrategia bajista ya que se espera que el precio del subyacente baje para obtener un beneficio.

15. Si proyecto que un activo subyacente subirá de precio en el tiempo, me convendría una estrategia Bear Spread por sobre una Bull Spread utilizando opciones

> **Respuesta**
>
> Bull Spread sostiene la creencia de que el precio del subyacente sube, mientras que un Bear Spread sostiene que el precio del subyacente baja. Por lo tanto es falso.

16. Explique qué tipo de estrategia podría un inversionista ocupar si piensa que el mercado será muy volátil.

Respuesta

Si un inversionista piensa que el mercado será muy volátil, puede ocupar una estrategia cono o Straddle (comprando una call y una put con el mismo precio strike) o una estrategia cuna (comprando una put y también comprando una call con mayor precio strike). Estas estrategias entregan beneficios cuando el precio final del activo subyacente es relativamente muy alto o muy bajo.

17. Explique eué tipo de estrategia podría ocupar un inversionista ocupar si piensa que el mercado tendrá una tendencia al alza.

Respuesta

Si se piensa que habrá una tendencia al alza, se puede invertir en largo en una opción call, se puede tomar una posición corta en una put o se puede apostar por una estrategia de diferencial alcista (Bullish Spread), la cual se puede formar con calls o con puts. Lo importante de estas tres alternativas es que entregan beneficios cuando el precio de mercado del subyacente en el momento de madurez de la opción tiende a ser alto.

18. Un inversionista cree que es poco probable que ocurran variaciones en el precio de la acción, por ello comenta que utilizará una estrategia *Butterfly Spread.* **Comente.**

Respuesta

Verdadero, una estrategia adecuada para un inversionista que considera que es poco probable que ocurran grandes variaciones en el precio es la buttefly spread. Esta estrategia implica 3 diferentes precios de ejercicios, y se puede hacer mediante la compra de dos opciones de compra con un precio de ejercicio K_1 y K_3, con $K_1 < K_3$, y la venta de dos opción de compra con un strike price K_2, con $K_1 < K_2 < K_3$.

Esta estrategia se puede crear usando opciones de venta. Todas las opciones implicadas tienen la misma fecha de vencimiento.

19. Explique como se puede crear una estrategia *Calendar Spread.*

Respuesta

Un calendar spread se crea al vender una opción de compra con un precio de ejercicio determinado y adquirir una opción de compra de mayor vencimiento, con el mismo precio de ejercicio. En general, cuanto mayor es el vencimiento de una opción, más costosa es.

El inversionista obtiene una utilidad si el precio de la acción cuando vence la opción de vencimiento corto es cercano al precio de ejercicio de esta opción.

20. Explique en que consiste una combinación y describa las estrategias que caen dentro de esta categoria.

Respuesta

Una combinación es una estrategia de negociación de opciones que consiste en tomar una posición en opciones tanto de compra como de venta sobre la misma acción. Consideraremos los straddles, strips, straps y strangles.

- **Straddles**: Consiste en tomar una posición larga en una opción de compra, y una posición larga en una opción de venta con el mismo precio de ejercicio y fecha de vencimiento.
- **Strips:** consiste en una posición larga en una opción de compra y en dos opciones de venta con el mismo precio de ejercicio y fecha de vencimiento.
- **Straps:** consiste en una posición larga en dos opciones de compra y en una opción de venta con el mismo precio de ejercicio y fecha de vencimiento.
- **Strangles:** Consiste en una posición larga en una opción de compra, y en una opción de venta con diferentes precios de ejercicio, pero la misma fecha de vencimiento.

Matemático I

Una opción put Europea (p) con madurez de un mes sobre una acción que no paga dividendos se está vendiendo por \$2.50. El precio de la acción es \$47, el precio strike es \$50 y la tasa de interés libre de riesgo es 6 % por año. ¿Que oportunidades hay para realizar arbitraje?

Respuesta

Dado que el valor de la opción de venta no puede valer más que K al valor prsente al día de hoy y su precio no puede ser menor a la diferencia entre valor presente de su precio de ejercicio y el precio de la acción, tenemos la siguiente restricción para el valor de la opción de venta

$$max(K \cdot e^{-rt} - S_0, 0) \leq p \leq K \cdot e^{-rt}$$

Usando los datos del enunciado tenemos que

$$K \cdot e^{-rt} = 50 \cdot e^{-6\,\% \cdot \frac{1}{12}} = 49,75$$

Como $2,5 < 2,75$ no se va a cumplir la condición probada anteriromente, por lo tanto va a existir arbitraje.
La estrategia de arbitraje va a ser pedir prestado \$49,50 a 6 % por un mes, comprar la acción y la opción.
Entonces vamos a tener dos casos posibles

- $S_t >$ \$50, la opción no vale nada y se vende la acción por un precio mayor al de ejercicio, lo que equivale a \$49,75 hoy y por lo que ganaremos al menos \$0,25 en valor presente.
- Si $S_t <$ \$50, se ejerce la opción y se vende la opción y se vende la acción por \$50 (\$49,75 hoy) y se gana \$0,25 en valor presente.

Matemático II

Una opción call Europea (c) con madurez de 6 meses sobre una acción que no paga dividendos, con un precio de ejercicio de $18 y una fecha de vencimiento de un año cuesta $3. El precio de la acción es de $20 y la tasa de interés libre de riesgo es de 10 % anual. ¿Existen oportunidades de arbitraje? De ser así, menciones las acciones a seguir.

Respuesta

Una opción de compra, otorga al tenedor de la opción el derecho a comprar la acción a un precio determinado, sin importar lo que suceda, por ello el precio de la acción va a ser el limite superior para el precio de la opción de compra, ya que de no ser así un arbitrajista puede obtener una utilidad fácil y libre de cualquier riesgo. Sin embargo, el limite inferior, es decir el umbral minimo de costo de una opción, para la opción de compra debe ser el precio del subyacente menos el valor presente del precio de ejercicio, por lo cuál nos queda la siguiente relación:

$$max(S_0 - K \cdot e^{-rt}) \leq c \leq S_0$$

Ahora, para saber si existe una oportunidad de arbitraje debemos calcular el valor presente del precio de ejercicio

$$K \cdot e^{-rt} = 20 \cdot e^{-10\,\% \cdot \frac{12}{12}} = 16,3$$

Dado que $3 < 3,7(20 - 16,3)$ tenemos una oportunidad de arbitraje.
Por ello, primero venderemos en corto la acción en $20, con ello compraremos la opción en $3 y vamos a invertir a la tasa libre de riesgo los $17 que nos sobran.
Entonces al pasar un año, tendremos dos casos posibles

- $S_t > 18$, vamos a ejercer la opción de compra en $18, usaremos la acción para cerrar nuestra posición corta y además vamos a recibir los $18,79 de la inversión. Tendremos que la ganancia con esta estrategia es $0,79.
- $S_t < 18$, la estrategia a realizar es comprar la acción en S_t y usar la acción para cerrar nuestra posición corta, además vamos a recibir los flujos de nuestra inversión. Con esta estrategia vamosa a ganar $18,79 - S_t > 0,79$

Finalmente, podemos ver que con ambas estrategias podremos ganar dinero.

Matemático III

Los precios de las opciones put y call sobre una acción que no paga dividendos, son $550 y $400 respectivamente. El precio de la acción es de $5.000, $4.900 el precio de ejercicio y el plazo es de un año y la tasa de Interés libre de riesgo es de 5 %.

a. Analizar si hay oportunidades de arbitraje.

Respuesta

Para saber si existen oportunidades de arbitraje, vamos a utilizar la paridad Put-Call, que nos demuestra que una opción de compra europea con determinado precio de ejercicio y fecha de vencimiento puede deducirse de una opción de venta europea con el mismo precio y vencimiento, y viceversa. Si la ecuación no se sostiene, hay oportunidades de arbitraje.

Laa ecuación de Paridad Put-Call es

$$c + K \cdot e^{-rT} = p + S_0$$

Aplicando los datos dados en el enunciado tenemos que

$$\$400 + \$4{,}900 \cdot e^{-0{,}05 \cdot 1} = 550 + 5{,}000$$

$$5{,}061 \neq 5{,}550$$

Por lo tanto si existen oportunidades de arbitraje.

b. Diseñe la estrategia para arbitrar.

Respuesta

Vamos a vender la Put y vender en corto la acción para generar un flujo de efectivo y con ello comprar la call en $400 e invertir el resto a la tasa libre de riesgo

Luego, vamos a tener dos opciones

- $S_t > 4{,}900 \implies$ Se va a ejercer la opción call, vamos a recuperar el depósito y compraremos la acción para cerrar la posición. Con ello vamos a tener una ganancia de $514,05$
- $S_t < 4{,}900 \implies$ Ejercemos la opción de venta, perdiendo dinero, además vamos a recuperar el deposito, vamos a comprar la acción para cerrar la posición. Ganancia potencial al menos de $514,05