# Microeconomía I
# Pauta Ayudantía 1

Profesor: Gonzalo Edwards
Ayudante: Agustín Sanhueza

## Demanda

Considere las siguientes curvas de demandas de dos individuos.

$$P = 230 - 2Q \qquad\qquad P = 80 - 4Q$$

a) Calcule cuál es la curva de demanda de mercado. Luego haga 3 gráficas donde se represente las demandas individuales y la de mercado. Finalmente identifique los tramos de precio donde consume cada individuo.

**Respuesta**

Es importante destacar que dado que las demandas tienen distintos interceptos en el eje del Precio, por construcción la curva de demanda de mercado se definirá por **tramos de precios**.

Despejamos las cantidades en función del precio.

$$Q_1 = 115 - \frac{1}{2}P \qquad\qquad Q_2 = 20 - \frac{1}{4}P$$

Analizamos los tramos de precio relevantes y llegamos a las siguientes cantidades de mercado

$$Q_{mercado} = \begin{cases} Q_1 + 0 & \text{si } 80 < P < 230 \\ Q_1 + Q_2 & \text{si } 0 < P < 80 \end{cases}$$

*Nota: Despejamos las cantidades para poder sumar la demandas horizontalmente. Si sumamos las demandas con el precio en función de la cantidad, estaríamos sumando las demandas verticalmente (lo que no es correcto).*

Reemplazando valores llegaremos a que:

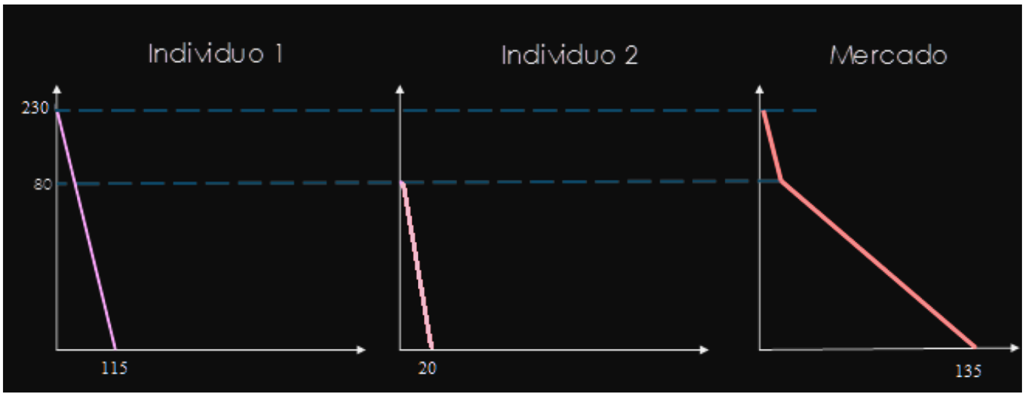
$$Q_{mercado} = \begin{cases} 115 - \frac{1}{2}P, & \text{si } 80 < P < 230 \\ 135 - \frac{3}{4}P, & \text{si } 0 < P < 80 \end{cases}$$

Para poder graficar la demanda de mercado, despejamos lo obtenido anteriormente dejando el precio en función de las cantidades, tendremos que:

$$\boxed{P = \begin{cases} 230 - 2Q, & \text{si } 80 < P < 230 \\ 180 - \frac{4}{3}Q, & \text{si } 0 < P < 80 \end{cases}}$$

Notar que en el primer tramo, la demanda de mercado es idéntica a la del individuo 1, (el individuo 2 no consume a un $P > 80$). En el segundo tramo, tendremos la demanda que sale de sumar $Q_1 + Q_2$ (dado que a a un $P < 80$ consumen ambos individuos)

Obteniendo gráficamente




Por lo tanto, si:
$230 < P \Rightarrow$ Nadie consume
$80 < P < 230 \Rightarrow$ Solo el individuo 1 consume
$P < 80 \Rightarrow$ Ambos individuos consumen

## Equilibrio, Elasticidad, Precio Mínimo y Máximo

Considere las siguientes curvas.

$$P = 180 - 3Q \qquad\qquad P = 90 + 2Q$$

a) Identifique cuál es la curva de oferta y demanda

**Respuesta**

La primera es la de demanda, la segunda la de oferta. Esto se explica por cómo se relaciona el precio con la cantidad (negativa y positivamente respectivamente)

b) Calcule el precio y cantidad de equilibrio

**Respuesta**

Igualamos curvas

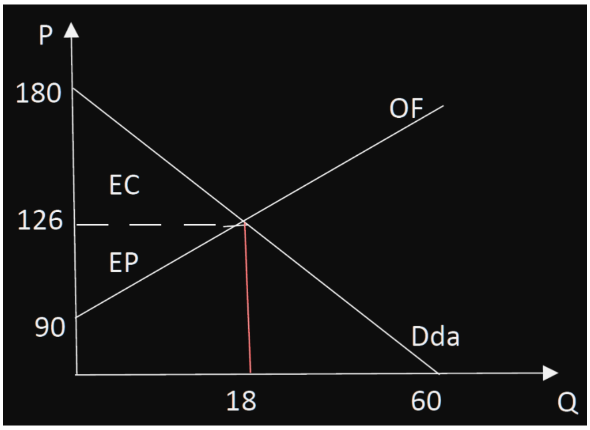
$$180 - 3Q = 90 + 2Q$$

$$90 = 5Q$$

$$\boxed{Q^* = 18}$$

Reemplazamos la cantidad en la segunda (dado que es más fácil de operar, igual de válido hacerlo en la primera)

$$P^* = 90 + 2 \cdot 18$$
$$\boxed{P^* = 126}$$




*Nota: No tomen en cuenta las letras "EC", ni "EP", esos son conceptos que verán más adelante*

c) Calcule la elasticidad-precio de la demanda en el punto de equilibrio

**Respuesta**

Recordemos que la elasticidad precio se puede definir de la siguiente manera

$$\boxed{\xi_{P,Q} = \frac{\Delta\,\%Q}{\Delta\,\%P} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = \underbrace{\frac{\Delta Q}{\Delta P}}_{Inverso\ pendiente} \cdot \frac{P}{Q}} \Rightarrow Medida\ libre\ de\ escala$$

Tenemos que $\boxed{P^* = 126}$ y $\boxed{Q^* = 18}$

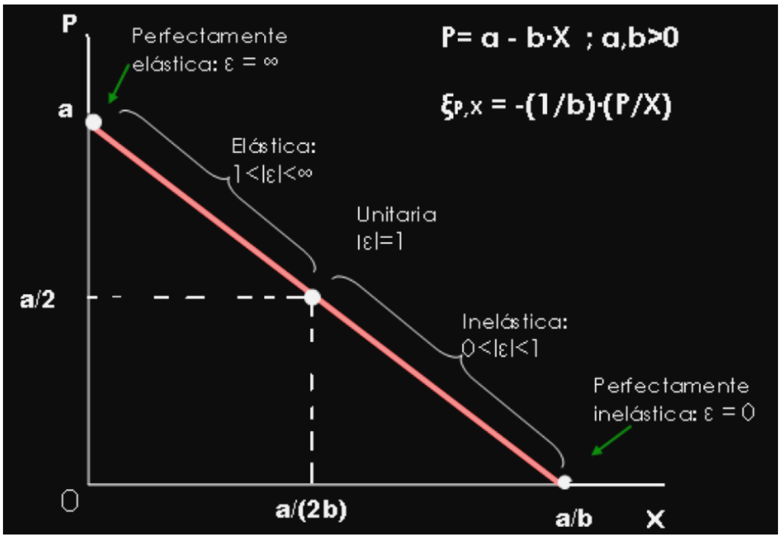
El inverso de la pendiente de la demanda es $\boxed{-\frac{1}{3}}$

Por lo tanto, tendremos que la elasticidad-precio de la demanda de mercado, en el equilibrio es:

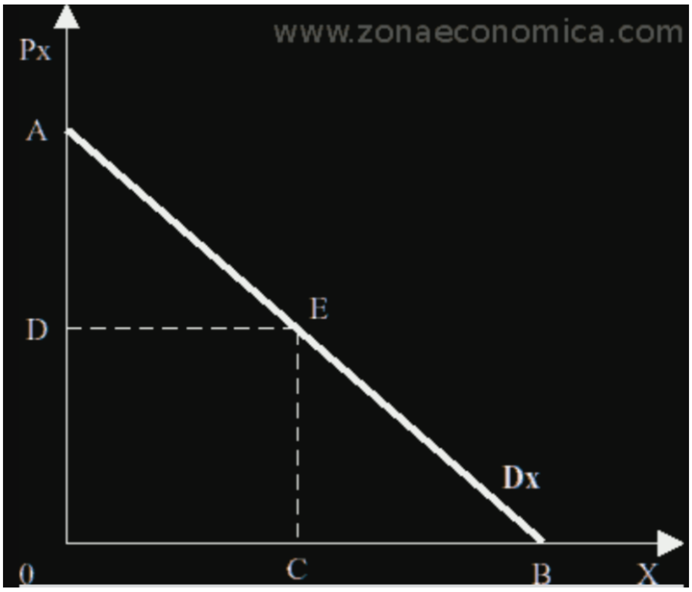
$$\xi_{P,Q} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{126}{18}$$
$$\boxed{\xi_{P,Q} = -2{,}3}$$

Esto significa que ante el aumento en un 1 % del precio, la cantidad demandada caerá en un 2.3 %. Dado que $1 < |\xi_{P,Q}|$ se dice que estamos en la parte elática de la curva de demanda.

Para el caso general con una demanda lineal, podemos ver la siguiente gráfica.




Una interpretación más geométrica de la elasticidad (y quizá más fácil de entender), la podemos ver en la siguiente gráfica.




$$\xi_{P,X} = \frac{\Delta X}{\Delta P}\frac{P}{X}$$

Podemos calcular cuánto es la elasticidad en el punto E de la siguiente manera:

$$\xi_{P,X} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} \cdot \frac{\overline{0D}}{\overline{DE}}$$

$$\boxed{\xi_{P,X} = \frac{\overline{0D}}{\overline{AD}}}$$

Si calculamos la elasticidad-precio de la demanda en el punto de equilibrio con esta metodología, tendremos que:

$$\xi = \frac{(126-0)}{(126-180)}$$

$$\xi = \frac{126}{-54}$$

$$\boxed{\xi = -2{,}3}$$

d) Suponga que ambas curvas representan el mercado de arriendo de viviendas, y que el gobierno impone un precio máximo de 120. ¿Cuál es el efecto de esta medida?. ¿Qué pasaría si $P_{max} > 126$?

**Respuesta**

Dado que el precio máximo es de 120. Debemos obtener la cantidad demandada y la de oferta. Por lo que reemplazamos en cada curva este valor

$$120 = 180 - 3Q^d$$

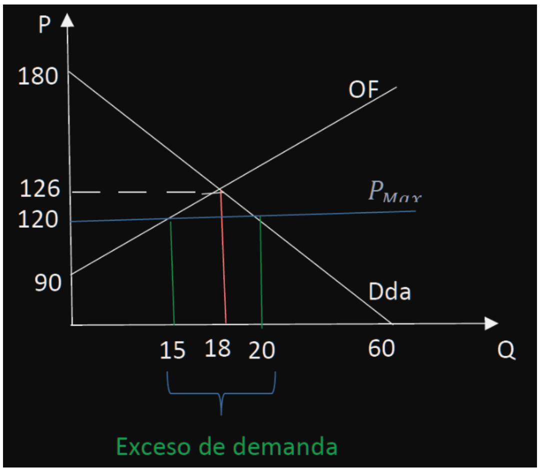
$$\boxed{Q^d = 20}$$

$$120 = 90 + 2Q^o$$

$$\boxed{Q^o = 15}$$

Con un precio de 120 $Q^d > Q^o$, por lo que tendremos un exceso de demanda, que no podrá satisfacerse dado que el precio no puede subir.

Gráficamente tendremos




Si $P_{max} > 126$ no hay efectos, el mercado convergerá al precio de mercado de 126.

e) Supongamos ahora que las curvas representan el mercado del trabajo. Oferta $\Rightarrow$ Trabajadores y Demanda $\Rightarrow$ Empresas. Suponga que el precio (Salario) mínimo de este mercado es de 130. ¿Cuál es el efecto de esta medida?. ¿Qué pasaría si $P_{min} < 126$?

**Respuesta**

Dado que el precio mínimo es mayor al de mercado, debemos calcular la cantidad (hrs de trabajo) ofertada y demandada a ese precio.

$$130 = 180 - 3Q^d$$

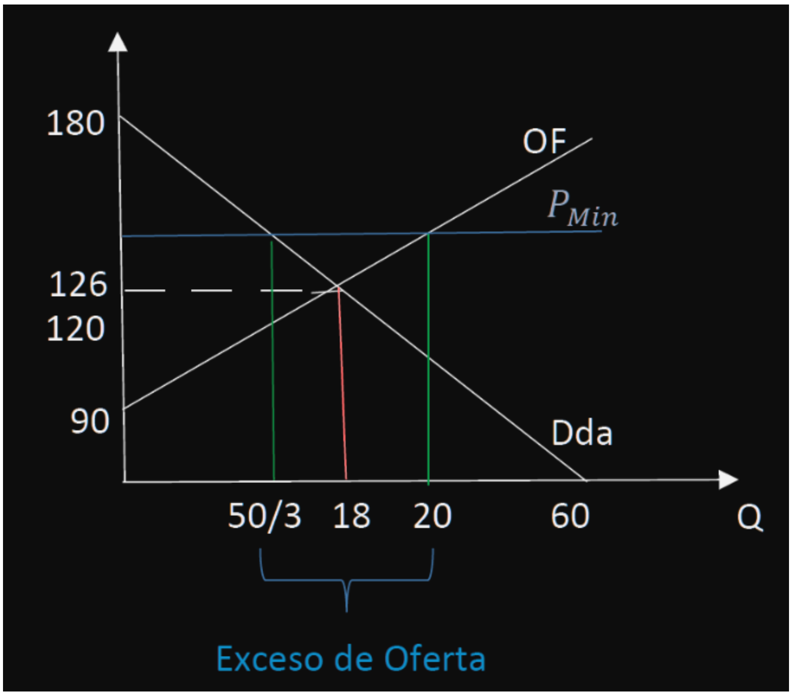
$$\boxed{Q^d = \frac{50}{3}}$$

$$130 = 90 + 2Q^o$$

$$\boxed{Q^o = 20}$$

Con un precio de 130 $Q^o > Q^d$, por lo que tendremos un exceso de oferta, que no podrá satisfacerse dado que el precio no puede bajar. En el contexto del mercado del trabajo, el exceso de oferta implica desempleo.

Gráficamente tendremos




Si $P_{min} < 126$ no hay efectos, el mercado convergerá al precio de mercado de 126.

# Impuestos y Eficiencia 1

Suponga que un mercado de baratijas se determina con las siguientes ecuaciones

$$P = 120 - 2Q \qquad\qquad P = Q$$

1. Calcule el precio y la cantidad de equilibrio.

**Respuesta**

$$120 - 2Q = Q$$

$$\boxed{Q^* = 40}$$

$$\boxed{P^* = 40}$$

Suponga que el gobierno cobra 20$ de impuestos por baratija para reducir su consumo.

2. Calcule el nuevo equilibrio señalando, el precio que pagará el comprador, y el precio al que venderá el productor. Apóyese en un análisis gráfico.

**Respuesta**

Con el impuesto tendremos la siguiente situación

$$P = 120 - 2Q \qquad\qquad P = 20 + Q \Rightarrow Oferta\ \ Nueva$$

Aplicando el impuesto a los productores, la oferta de mercado cae (se desplaza a la izquierda). Esto genera un nuevo equilibrio, para verlo debemos igualar la demanda con la nueva oferta.

$$120 - 2Q = 20 + Q$$

$$100 = 3Q$$

$$\boxed{Q^* = 33{,}3}$$

Acabamos de encontrar la cantidad del nuevo equilibrio

El impuesto genera una cuña entre el precio que paga el consumidor y el precio que recibe el productor. El primero es mayor que el precio sin impuestos, y el segundo es menor.

Para calcular el precio que paga el consumidor, reemplazamos la cantidad del nuevo equilibrio en la curva de demanda

$$P = 120 - 2 \cdot 33{,}3$$

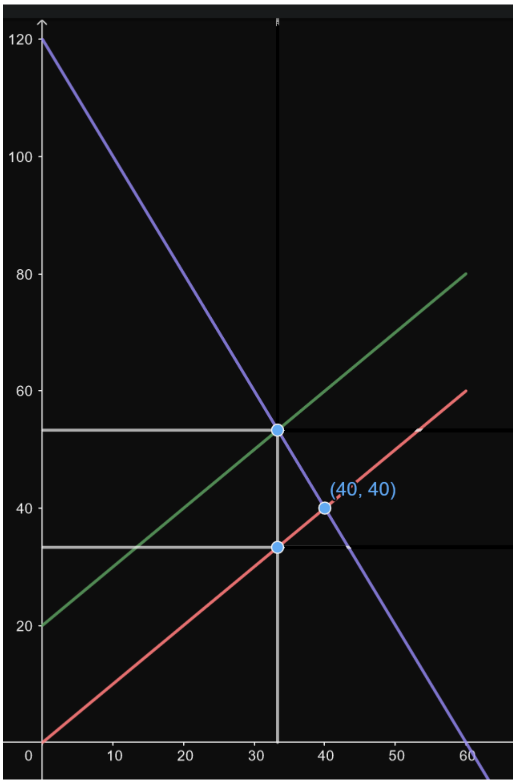
$$\boxed{P_c = 53{,}3}$$

Para calcular el precio que recibe el productor, reemplazamos la cantidad del nuevo equilibrio en la curva de oferta original

$$P = Q$$

$$\boxed{P_p = 33{,}3}$$

Gráficamente tendremos lo siguiente




3. ¿Cuánto recauda el fisco? y ¿Cuánta es la perdida de eficiencia social? Apóyese en un análisis gráfico.

**Respuesta**

El fisco recauda la diferencia entre el precio que paga el consumidor menos el precio al que vende el productor, multiplicando todo por la cantidad producida. En términos gráficos, sería el área del rectángulo que se genera entre los precios del productor, del consumidor y la cantidad transada.

$$Recaudado = (53{,}3 - 33{,}3)33{,}3$$

$$\boxed{Recaudado = 666}$$

La perdida social será el valor de todas las unidades que no se vendieron debido al impuesto. En términos gráficos, sería el área del triángulo que se genera entre la cantidad con impuestos y sin impuestos. Este triángulo también es conocido como ”El triángulo de Harberger”. Esta área es una pérdida de valor porque en esa región hay una disposición a pagar mayor a la que me cobraría el productor si no hubiese impuestos, pero debido a que este es cobrado estas unidades ya no se transan.

$$Pérdida = \frac{(40 - 33{,}3)(53{,}3 - 33{,}3)}{2}$$

$$\boxed{Pérdida = 67}$$

## Impuestos y Eficiencia 2

Suponga que hay 10 productores, cada uno de los cuales tiene una curva de oferta Q=3P
Los consumidores son 6 y la curva de demanda de cada uno de ellos es Q=33-2P

1. Calcule el equilibrio de este mercado.

**Respuesta**

Lo que nos entregan es la oferta y demanda individual, pero para calcular el equlibrio debemos igual oferta y demanda de mercado. Para obtener lo anterior debemos hacer el mismo procedimiento que hicimos en el primer ejercicio. La diferencia es que ahora no hay demandas u ofertas diferentes, son todas las mismas, por lo tanto la oferta y demanda de mercado no sufrirá de quiebres que nos obliguen a hacer un análisis por rango de precios.

Tenemos lo individual

$$Q = 3P \qquad\qquad Q = 33 - 2P$$

En agregado tendremos

$$Q = 30P \qquad\qquad Q = 198 - 12P$$

Igualamos oferta y demanda de mercado

$$30P = 198 - 12P$$

$$42P = 198$$

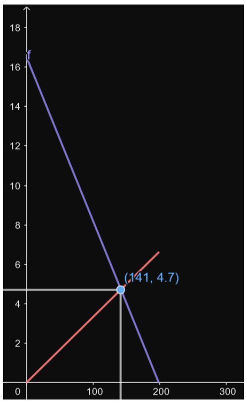
$$\boxed{P^* = 4{,}7}$$

$$\boxed{Q^* = 141}$$

Para poder graficar el equilibrio, dejamos el precio en función de la cantidad.

$$P = \frac{1}{30}Q \qquad\qquad P = 16{,}5 - \frac{1}{12}Q$$

Gráficamente llegaremos a lo siguiente




2. El gobierno aplica un impuesto de 3$ por unidad consumida. Calcule el nuevo equilibrio señalando el precio que pagar a el comprador, y el precio al que venderá el productor. Apóyese en un análisis gráfico.

**Respuesta**

Con el impuesto tendremos la siguiente situación

$$P = \frac{1}{30}Q \qquad\qquad P = 13{,}5 - \frac{1}{12}Q \Rightarrow Demanda\ \ Nueva$$

Aplicando el impuesto a los consumidores, la demanda de mercado cae (se desplaza a la izquierda). Esto genera un nuevo equilibrio, para verlo debemos igualar la oferta con la nueva demanda.

$$\frac{1}{30}Q = 13{,}5 - \frac{1}{12}Q$$
$$810 - 5Q = 2Q$$
$$\boxed{Q^* = 115{,}7}$$

Acabamos de encontrar la nueva cantidad de equilibrio.

El impuesto genera una cuña entre el precio que paga el consumidor y el precio que recibe el productor. El primero es mayor que el precio sin impuestos, y el segundo es menor.

Para calcular el precio que recibe el productor, reemplazamos la cantidad del nuevo equilibrio en la curva de oferta

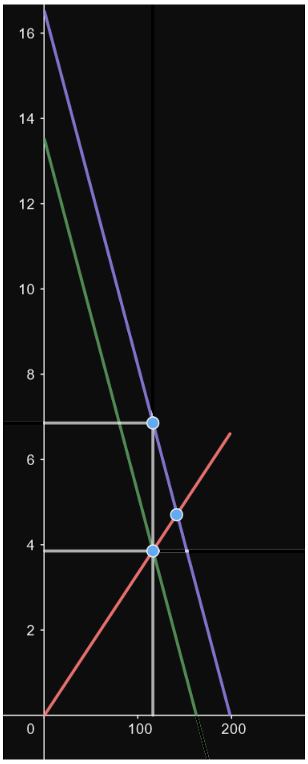
$$P_p = \frac{115{,}7}{30}$$
$$\boxed{P_p = 3{,}85}$$

Para calcular el precio que paga el consumidor, debemos remplazar la cantidad del nuevo equilibrio, en la demanda original.

$$P_c = 16{,}5 - \frac{115{,}7}{12}$$

$$\boxed{P_c = 6{,}85}$$

Gráficamente tendremos lo siguiente:




3. ¿Cuánto recauda el fisco? y ¿Cuánta es la perdida de eficiencia social? Apóyese en un análisis gráfico.

**Respuesta**

$$Recaudación = (6{,}35 - 3{,}85)115{,}7$$

$$\boxed{Recaudación = 289{,}25}$$

$$Pérdida = \frac{(141 - 115{,}7)(6{,}35 - 3{,}85)}{2}$$

$$\boxed{Pérdida = 31{,}63}$$

Intuitivamente podemos pensar en la boleta que recibimos al comprar en Mcdonalds. El "subtotal" es el precio que recibe la empresa, el IVA es lo que recauda el fisco (para esa transacción), y el "Total" es el precio que paga el consumidor.

# Microeconomía I
# Pauta Ayudantía 2

Profesora: Gonzalo Edwards

Ayudante: Agustín Sanhueza

## Comentes

1. Nombre y explique los 3 supuestos básicos en la conducta de los consumidores

**Respuesta**

Las preferencias son

- Completas: La persona es capaz de de rankear distintas canastas de bienes. No tiene dudas de sus preferencias. La persona sabe perfectamente si prefiere la canasta A, la canasta B o es indiferente entre ambas.
- Transitivas: Si A $\succ$ B y B $\succ$ C entonces A $\succ$ C. Existe un orden lógico y consistente de las canastas, que no permite una ciclicidad entre ellas.
- Monotocidad Estricta: "Más es mejor".
  *Nota: Esto no se cumple en funciones de utilidad de complementos perfectos. Esto se puede chequear gráficamente en las curvas de indiferencia.*

  Sean las canastas:
  $A = (X, Y)$
  $A' = (X + \varepsilon, Y)$
  $A'' = (X, Y + \varepsilon)$

  Entonces

  $$\boxed{A \prec A'}$$

  $$\boxed{A \prec A''}$$

  Para saber si $(A' \succ A'')$, $(A'' \succ A')$ o $(A' \sim A'')$ necesitamos la curva de indiferencia de la persona.

  *NOTA: $\varepsilon$ denota una cantidad positiva extremadamente pequeña (notación de cálculo)*

2. Robinson vive solo en una isla en donde hay 3 alimentos: cocos, piñas y mangos. A Robinson le gusta más consumir piñas que cocos, a su vez prefiere más los mangos que las piñas. Finalmente Robinson prefiere cocos por sobre mangos. ¿Se está rompiendo algún supuesto en las preferencias de este consumidor?

**Respuesta**

Las preferencias de Robinson son:

$$piñas \succ cocos$$

$$mangos \succ piñas$$

$$cocos \succ mangos$$

Aquí se está rompiendo el supuesto de transitividad. Para que se cumpla es necesario que

$$mangos \succ cocos$$

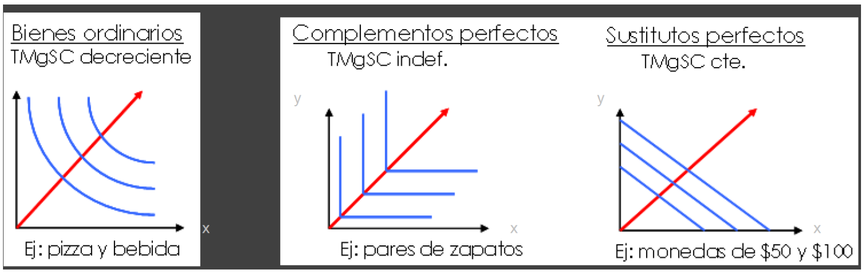
De tal forma de poder ordenar sus preferencias de la siguiente forma

$$mangos \succ piñas \succ cocos$$

3. Explique qué es una curva de indiferencia, indicando en qué dirección deben moverse para aumentar la utilidad de la persona.

**Respuesta**

Son todas las canastas que entregan el mismo nivel de utilidad/felicidad/satisfacción a la persona. Para que aumente la utilidad de la persona es necesario que estas se alejen del origen (vector de ceros).



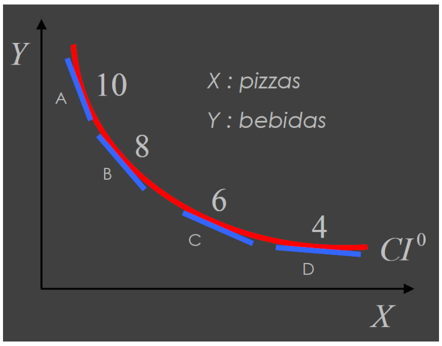

4. Explique qué es la tasa marginal de sustitución (TMS).

**Respuesta**

Es el número de bienes que debo sacrificar, al aumentar en una unidad el consumo de otro bien, para mantener el mismo nivel de utilidad.

En otras palabras, es un ratio que representa la tasa a la que un individuo está dispuesto a cambiar un bien por otro permaneciendo indiferente.

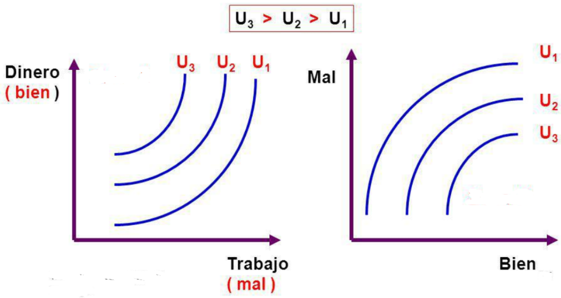
Matemáticamente es la pendiente de la curva de indiferencia.

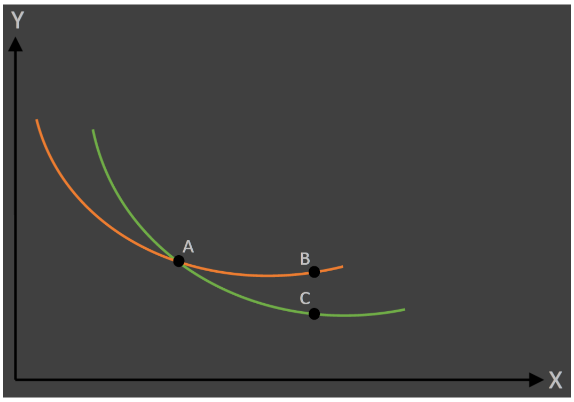



5. Explique por qué las curvas de indiferencia tienen pendiente negativa y no pueden cortarse una con otra.

**Respuesta**

La curva de indiferencia tiene pendiente negativa porque si la cantidad de un bien se reduce, la cantidad del otro bien se debe aumentar para que el consumidor se sienta igualmente satisfecho. Si las curvas de indiferencia tuviesen una pendiente positiva estaríamos frente a un bien y mal (Si un mal aumenta, entonces un bien debe aumentar para quedarme indiferente).




Analizando el gráfico tenemos que la canasta A entrega la misma utilidad que la canasta B (por encontrarse en la misma curva de indiferencia), así mismo la canasta A entrega el mismo nivel de utilidad que la canasta C. Luego por transitividad C entrega la misma

utilidad que B, pero sabemos que esto no es posible debido a que más es preferido a menos y por lo tanto B es preferido a C.
Debido a que no se puede cumplir simultáneamente que el individuo prefiera B a C y además esté indiferente entre ambas canastas el supuesto de que las curvas de indiferencias se pueden cruzar es una contradicción y por lo tanto es falso

## Matemático

Usted tiene las funciones de utilidad de 3 personas presentadas a continuación.

$$U(X,Y) = X \cdot Y \tag{1}$$

$$U(X,Y) = 5X + 3Y \tag{2}$$

$$U(X,Y) = min\{X,Y\} \tag{3}$$

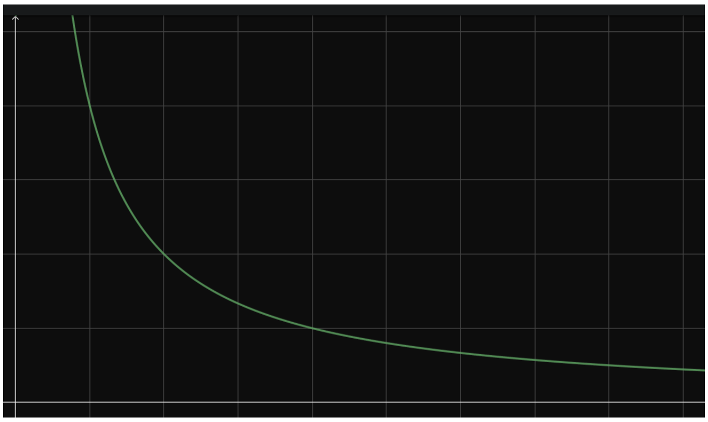
a) Grafique las curvas de indiferencia de cada persona

**Respuesta**

Para poder graficar las curvas de indiferencia vamos a dejar la utilidad de la persona como un escalar genérico $u_o$, para luego despejar el bien Y.

$$u_0 = X \cdot Y$$

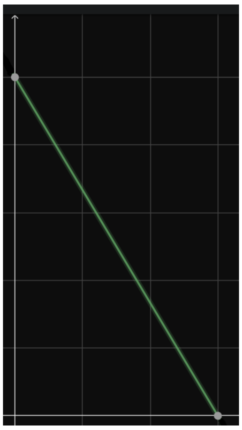
$$\boxed{Y = \frac{u_o}{X}}$$



$$u_0 = 5X + 3Y$$

$$3Y = u_0 - 5X$$

$$\boxed{Y = \frac{u_0}{3} - \frac{5}{3}X}$$



b) Suponga que X=16 y que Y=9. ¿Cuál es la utilidad de cada persona?

**Respuesta**

$$U(X,Y) = X \cdot Y = 16 \cdot 9 = \boxed{144}$$

$$U(X,Y) = 5X + 3Y = 5 \cdot 16 + 3 \cdot 9 = \boxed{107}$$

$$U(X,Y) = min\{X,Y\} = min\{16,9\} = \boxed{9}$$

c) Indique cuál es la tasa marginal de sustitución de la persona 2

**Respuesta**

Dado que la persona 2 tiene una función de utilidad de bienes que son sustitutos perfectos, tendrán curvas de indiferencia lineales. Por lo tanto la tasa marginal de sustitución (la pendiente) será una constante. Esta pendiente está calculada en el item a), siendo $-\frac{5}{3}$

# Microeconomía I
# Pauta Ayudantía 3

Profesora: Gonzalo Edwards

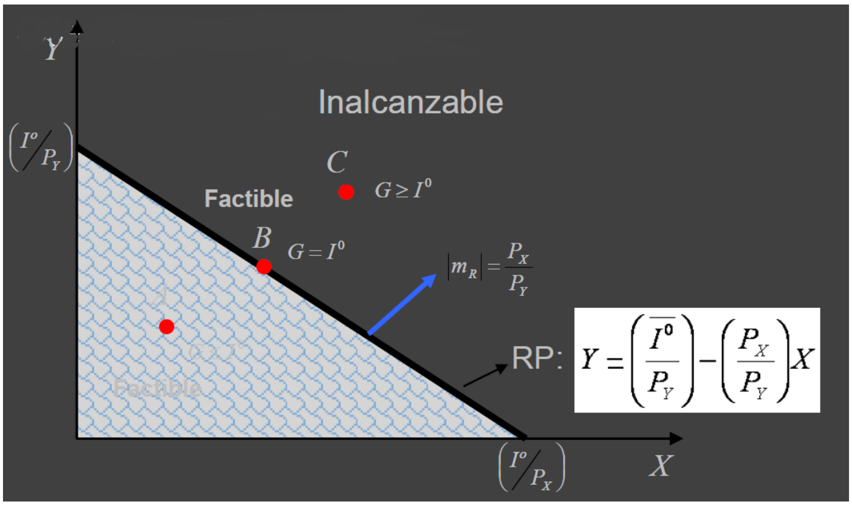
Ayudante: Agustín Sanhueza

## Comentes

1. Explique qué es la recta presupuestaria y cómo se grafica.

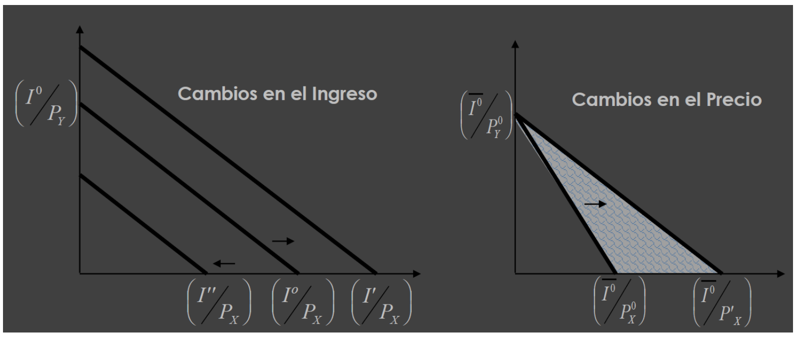
**Respuesta**

Es el conjunto de todas las combinaciones de bienes en el que podemos gastar todo nuestro ingreso.



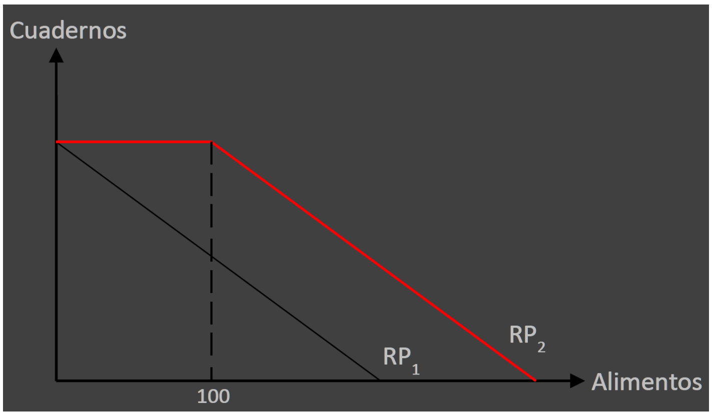

2. Señale como cambia la restricción presupuestaria ante el aumento de los ingresos, y el cambio en el precio de un bien.

**Respuesta**



3. Suponga que tiene un ingreso que debe destinar para el consumo de alimentos (A) y cuadernos (C). Considere ahora que facultad ha decidido entregarles vales de alimentación (los cuales le permite comprar hasta 100 unidades de alimentos) para usarlos en el casino. Considerando que el precio de los alimentos y cuadernos permanecen constantes, grafique como cambia la restricción presupuestaria.

**Respuesta**




Los vales de alimentación se traducen en ingresos que pueden ser utilizados para el consumo de uno solo de los dos bienes (alimentos), la restricción mantiene su pendiente pero además se debe incorporar una cantidad fija de alimentos, ya que es el bien en el que se puede utilizar esa beca

4. Suponga que tiene una curva de indiferencia "bien comportada" entre dos bienes. Señale matemáticamente cuál sería la elección del consumidor dada su restricción presupuestaria.

**Respuesta**

$$TMS = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{UMgX}{UMgY} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{UMgX}{P_x} = \frac{UMgY}{P_y}$$

La utilidad marginal por peso gastado en el bien X es igual que la utilidad marginal por peso gastado en el bien Y. Por lo tanto la persona no tiene incentivos a desviarse de esta canasta.

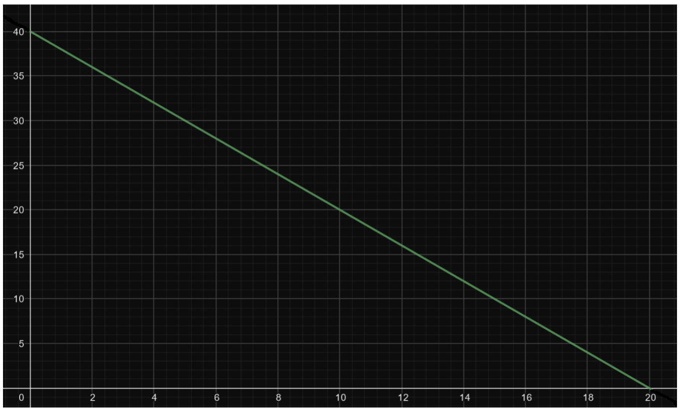
# Matemático 1

Asuma que en un mercado el precio de un bien X es igual a \$6, el de Y es igual a 3\$, y el ingreso de la persona es de \$120

1. Señale cuál es la RP del individuo, luego grafiquela

**Respuesta**

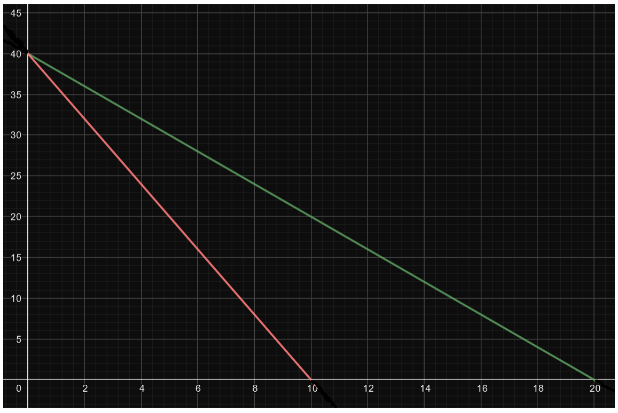
$$6X + 3Y = 120$$
$$3Y = 120 - 6X$$
$$\boxed{Y = 40 - 2X}$$




2. ¿Cómo cambia la RP si el precio de X sube a 12?

**Respuesta**

$$12X + 3Y = 120$$
$$3Y = 120 - 12X$$
$$\boxed{Y = 40 - 4X}$$



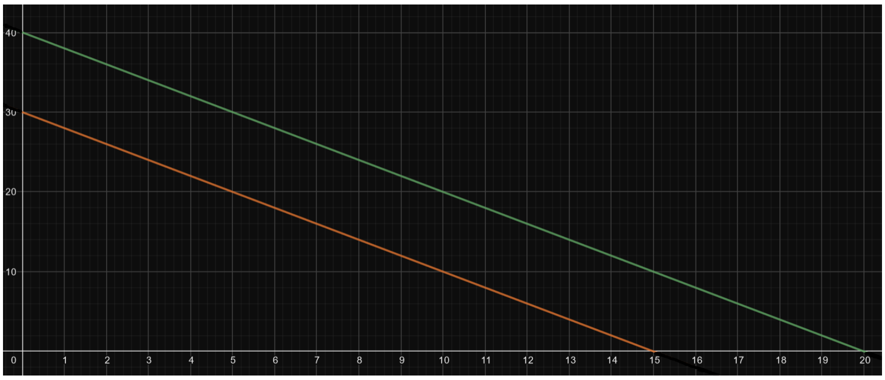

3. ¿Cómo cambia la RP (inicial) si el ingreso baja a $90?

**Respuesta**

$$6X + 3Y = 90$$

$$3Y = 90 - 6X$$

$$\boxed{Y = 30 - 2X}$$




# Matemático 2

Considere que un individuo presenta la siguiente función de utilidad, que depende del consumo de chocolate (C) y ensaladas (E):

$$U(C,E) = \frac{1}{2}ln(C) + \frac{1}{8}ln(E)$$

Ademas sabe que:
$P_C = 1200$
$P_E = 1000$
$I = 240000$
$UMgC = \frac{1}{2C}$
$UMgE = \frac{1}{8E}$

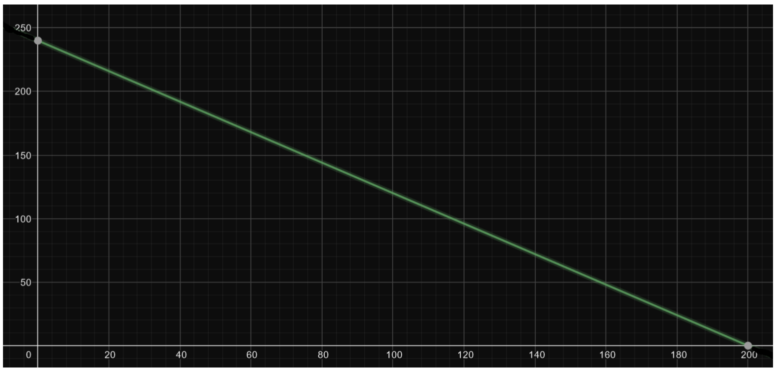
1. Obtenga la restricción presupuestaria de la persona y grafiquela.

**Respuesta**

$$1200C + 1000E = 240000$$

$$1000E = 240000 - 1200C$$

$$\boxed{E = 240 - 1{,}2C}$$




2. Encuentre las cantidades óptimas de consumo de chocolate y ensaladas

**Respuesta**

Usando la condición de optimalidad

$$\frac{UMgX}{UMgY} = \frac{P_x}{P_y}$$

Tendremos

$$\frac{\frac{1}{2C}}{\frac{1}{8E}} = \frac{1200}{1000}$$

$$\frac{8E}{2C} = \frac{1200}{1000}$$

$$4000E = 1200C$$

$$\boxed{E = \frac{3}{10}C}$$

Reemplazamos en restricción presupuestaria

$$\frac{3}{10}C = 240 - 1{,}2C$$

$$3C = 2400 - 12C$$

$$15C = 2400$$

$$\boxed{C^* = 160}$$

Reemplazamos esto en lo encontrado anteriormente

$$E^* = \frac{3}{10}C^*$$

$$E^* = \frac{3}{10}160$$

$$\boxed{E^* = 48}$$

3. Ahora considere a otra persona que enfrenta los mismos precios y tiene el mismo ingreso que el individuo anterior, solo que con la siguiente función de utilidad

$$U(C, E) = min\{4C, 2E\}$$

4. Encuentre la canasta óptima de esta persona.

**Respuesta**

Establecemos la relación entre ambos bienes.

$$4C = 2E$$

$$\boxed{2C = E}$$

Ahora reemplzamos esta relación en la restricción presupuestaria

$$1200C + 1000E = 240000$$

$$1200C + 2000C = 240000$$

$$3200C = 240000$$

$$\boxed{C^* = 75}$$

Reemplazamos en la relación que habíamos encontrado anteriormente

$$2C^* = E^*$$

$$2 \cdot 75 = E^*$$

$$\boxed{E^* = 150}$$

5. Ahora considere a una tercera persona que enfrenta los mismos precios y tiene el mismo ingreso que el individuo inicial, solo que con la siguiente función de utilidad

$$U(C, E) = 4C + 5E$$

También sabe que:
$UMgC = 4$
$UMgE = 5$

6. Encuentre la canasta óptima de esta persona.

**Respuesta**

Calculamos la tasa marginal de sustitución

$$TMS = \frac{UMgC}{UMgE} = \frac{4}{5}$$

Ahora calculamos los precios relativos de los bienes.

$$\frac{P_C}{P_E} = \frac{1200}{1000} = \frac{6}{5}$$

Si comparamos tendremos que

$$\frac{4}{5} < \frac{6}{5}$$

$$TMS < \frac{P_C}{P_E}$$

$$\frac{UMgC}{UMgE} < \frac{P_C}{P_E}$$

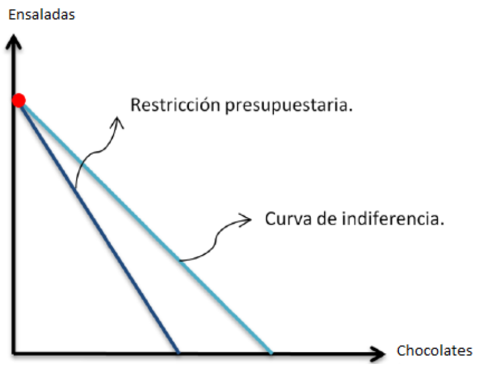
$$\frac{UMgC}{P_C} < \frac{UMgE}{P_E}$$

$$\frac{2}{3} < 1$$

La utilidad marginal por peso gastado en chocolates es menor que la utilidad marginal por peso gastado en ensaladas. Esto implica que el individuo presenta incentivos para destinar todo su ingreso al consumo de ensaladas. Por lo tanto, la canasta óptima en este caso está compuesta de 0 unidades de chocolates y 240 unidades de ensaladas (solución esquina)

$$\boxed{C^* = 0}$$

$$\boxed{E^* = 240}$$




Uno puede saber cuál será la solución esquina simplemente comparando las pendientes de la restricción presupuestaria y la curva de indiferencia. En la gráfica se ve que la pendiente de la restricción presupuestaria es más alta (en valor absoluto) que la de la curva de indiferencia. Por lo tanto tendremos una solución esquina de solo ensaladas y nada de chocolates.

$|-\frac{1200}{1000}| > |-\frac{4}{5}|$
$|-1{,}2| > |-0{,}8|$
$1{,}2 > 0{,}8$

# Microeconomía I
# Ayudantía 4

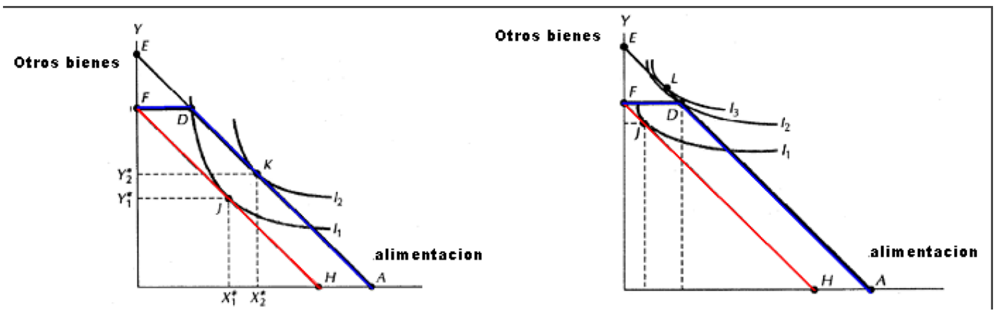
Profesor: Gonzalo Edwards

Ayudante: Agustín Sanhueza

## Comentes

1. Una transferencia en efectivo mejora más el bienestar de un individuo que si el Estado le entrega el beneficio en un bono para alimentación (asuma solo 2 bienes: alimentación y "otros bienes").

**Respuesta**




Depende de las preferencias de la persona. En los gráficos, la cantidad de "alimentación" se mide en el eje horizontal y la cantidad de otros bienes (bien compuesto) en el eje vertical.
La restricción presupuestaria roja (HF) es la inicial (sin bono para alimentación) y la restricción presupuestaria azul (ADF) es la final (que considera el bono para alimentación). En el grafico izquierdo, si el individuo tiene una preferencia equilibrada entre alimentación y otros bienes, probablemente estará indiferente en recibir el beneficio en efectivo o en un bono para alimentación (como se observa en el grafico izquierdo, en el equilibrio final K). No obstante, si el individuo tiene una clara preferencia por los otros bienes (grafico derecho), entones es mas posible que una transferencia en efectivo (equilibrio final L) le reporte un mayor bienestar que un bono en alimentación (equilibrio final D).

## Matemático 1

Suponga la siguiente función de utilidad del individuo:

$$U(X,Y) = \frac{1}{2}ln(x) + \frac{1}{2}ln(y) \tag{1}$$

Obteniendo $UMg_x = \frac{1}{2x}$ y $UMg_y = \frac{1}{2y}$.
Además sabe que:
$P_x = 3$
$P_y = 5$

$I = 240$

1. Calcule la restricción presupuestaria junto con las curvas de indiferencia.

**Respuesta**

$$P_x + P_y Y = I$$

$$3X + 5Y = 240$$

Para poder graficar la restricción en el plano X-Y despejamos Y.

$$5Y = 240 - 3X$$

$$\boxed{Y = 48 - \frac{3}{5}X}$$

Para el cálculo de las curvas de indiferencia, dejamos el lado izquierdo de la función de utilidad como un escalar genérico $u_0$, y luego despejamos Y, para poder graficar.

$$u_0 = \frac{1}{2}ln(x) + \frac{1}{2}ln(y)$$

Aplicamos propiedad de logaritmos

$$u_0 = ln(\sqrt{x}) + ln(\sqrt{y})$$

$$u_0 = ln(\sqrt{x} * \sqrt{y})$$

$$e^{u_0} = \sqrt{x} * \sqrt{y}$$

$$\sqrt{y} = \frac{e^{u_0}}{\sqrt{x}}$$

$$\boxed{y = \frac{e^{2u_0}}{x}}$$

2. Encuentre la canasta óptima de consumo, grafique.

**Respuesta**

En el punto óptimo se cumple la siguiente condición.

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{Umg_x}{P_x} = \frac{Umg_y}{P_y}$$

Reemplazando con los datos que tenemos obtendremos.

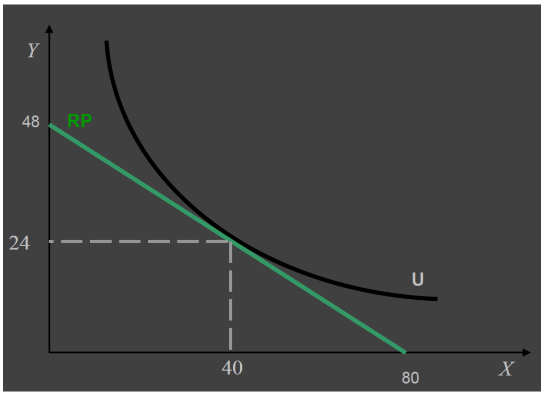
$$\frac{\frac{1}{2x}}{3} = \frac{\frac{1}{2y}}{5}$$
$$\frac{1}{6x} = \frac{1}{10y}$$
$$10y = 6x$$
$$\boxed{y = \frac{3}{5}x}$$

Reemplazamos en la restricción presupuestaria.

$$3X + 5\frac{3}{5}X = 240$$
$$3X + 3X = 240$$
$$6X = 240$$
$$\boxed{X^* = 40}$$

Reemplazando en la relación que encontramos anteriormente llegaremos a que:

$$Y^* = \frac{3}{5}X^*$$
$$Y^* = \frac{3 \cdot 40}{5}$$
$$\boxed{Y^* = 24}$$




3. Suponga que hubo un aumento de 50 % en el ingreso de la persona. Grafique este cambio y encuentre el nuevo óptimo.

**Respuesta**

Si aumentamos en un 50 % el ingreso actual, este quedaría $240(1 + 0{,}5) = \boxed{360}$

Ahora tenemos una nueva restricción presupuestaría

$$3X + 5Y = 360$$

$$5Y = 360 - 3X$$

$$\boxed{Y = 72 - \frac{3}{5}X}$$

El cambio fue solo en el ingreso, la función de utilidad y los precios relativos no cambiaron, por lo que la condición de optimalidad no cambió.

$$y = \frac{3}{5}x$$

Por lo que podemos reemplazar esta relación en la nueva restricción presupuestaria para encontrar el nuevo óptimo.

$$3X + 5\frac{3}{5}X = 360$$

$$6x = 360$$

$$\boxed{x^* = 60}$$

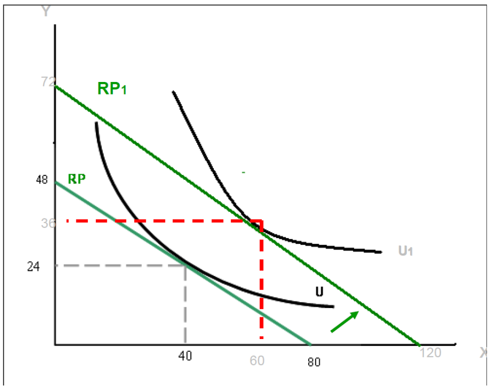
Reemplazando esto en la relación anterior obtendremos

$$y^* = \frac{3}{5}x^*$$

$$y^* = \frac{3}{5}60$$

$$\boxed{y^* = 36}$$

Gráficamente




Como se observa en el gráfico, la expansión de la recta de presupuesto, producto del alza de ingresos del individuo, incrementó sus posibilidades de consumo y, dadas sus preferencias, mejoró su bienestar, lo que se verifica por el movimiento de las preferencias de U a $U_1$

## Matemático 2

Suponga la siguiente función de utilidad del individuo:

$$U = min\{x, 4y\}$$

Además sabe que:
$P_x = 5$
$P_y = 4$
$I = 240$

1. Calcule el óptimo del consumidor, grafique.

**Respuesta**

En general, la condición de equilibrio u óptimo del consumidor está dada por:

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

En este caso, la función de utilidad corresponde a un individuo que consume dos bienes en proporciones fijas. Es decir, estos bienes X e Y son complementos perfectos en el consumo para el individuo. Por lo tanto, la pendiente de la curva de indiferencia del individuo en el punto óptimo no está definida. Por lo que no se cumple la condición anterior.

Para encontrar la canasta óptima, primero se establece la relación entre X e Y dada por la función de utilidad, es decir:

$$\boxed{x = 4y}$$

Luego, se reemplaza en la restricción presupuestaria:

$$5X + 4Y = 240$$

$$5 \cdot 4Y + 4Y = 240$$

$$24Y = 240$$

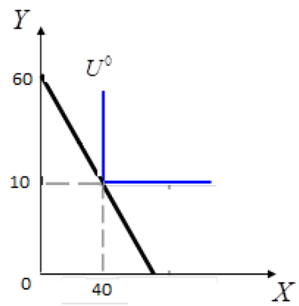
$$\boxed{Y^* = 10}$$

Reemplazando en la relación anterior obtendremos

$$x^* = 4y^*$$

$$\boxed{x^* = 40}$$

Gráficamente



2. Cómo cambia el óptimo si ahora $P_x = 2$, grafique.

**Respuesta**

Si ahora $P_x = 2$ la nueva restricción presupuestaria será.

$$2X + 4Y = 240$$

Reemplazando en la RP la relación de la función de utilidad llegaremos que.

$$2 \cdot 4Y + 4Y = 240$$

$$12Y = 240$$

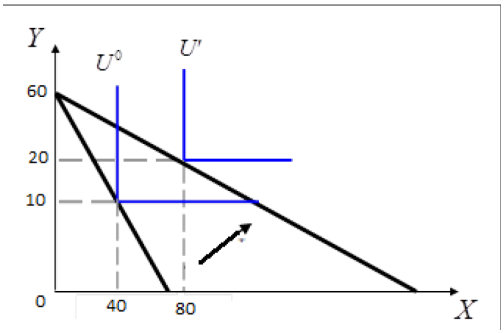
$$\boxed{Y^* = 20}$$

Reemplazando en la relación llegaremos a que

$$X^* = 4Y^*$$

$$\boxed{X^* = 80}$$

Graficamente




3. Evalue la utilidad de la persona en ambos óptimos. ¿Tienen sentido estos resultados?

**Respuesta**

Las canastas son:
(X,Y)=(40,10)
(X,Y)=(80,20)

Si reemplazamos la primera canasta en la función de utilidad tendremos que:

$$U(X,Y) = min\{40, 4 \cdot 10\} = \boxed{40}$$

Si reemplazamos la segunda canasta en la función de utilidad tendremos que:

$$U(X,Y) = min\{80, 4 \cdot 20\} = \boxed{80}$$

Podemos decir que la segunda canasta entrega un nivel de utilidad mayor que la primera. Lo que tiene todo el sentido del mundo. En la segunda canasta el precio del bien X es menor que en la primera, por lo que la restricción presupuestaria se alejará del origen en ese eje. Lo que hace llegar a un nivel de felicidad mayor (esto se puede comprobar en el gráfico del item anterior).

# Propuesto

Suponga que una persona tiene la siguiente función de utilidad

$$U(X,Y) = X^{\alpha}Y^{\beta}$$

Los precios de los bienes X e Y se denotan $P_x$ y $P_y$, el ingreso del individuo es $I$.

1. Calcule la restricción presupuestaria y grafiquela.

**Respuesta**

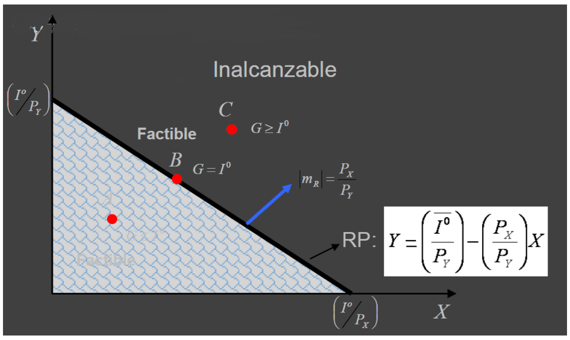
$$\boxed{\underbrace{P_xX + P_yY}_{Gasto} = \underbrace{I}_{Ingreso}}$$

Para poder graficar despejamos Y

$$P_yY = I - P_xX$$

$$\boxed{Y = \frac{I}{P_y} - \frac{P_x}{P_y}X}$$

GRaficamente




2. Calcule la curva de indiferencia y grafiquela.

**Respuesta**

Denotamos la función de utilidad como un escalar genérico $u_0$ y luego despejamos Y para poder graficar.

$$u_0 = X^{\alpha}Y^{\beta}$$

$$Y^{\beta} = \frac{u_o}{X^{\alpha}}$$

$$\boxed{Y = \left[\frac{u_o}{X^{\alpha}}\right]^{\frac{1}{\beta}}}$$

3. Encuentre el óptimo del consumidor (ayuda: Este debe estar en función de $\alpha$, $\beta$, $P_x$, $P_y$ e $I$)

**Respuesta**

En el óptimo se cumple

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

En este caso tendremos que: $Umg_x = \alpha X^{\alpha-1}Y^{\beta}$
$Umg_y = \beta X^{\alpha}Y^{\beta-1}$

Reemplazamos

$$\frac{\alpha X^{\alpha-1}Y^{\beta}}{\beta X^{\alpha}Y^{\beta-1}} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\frac{\alpha Y}{\beta X} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\boxed{Y = \frac{\beta P_x}{\alpha P_y}X}$$

Reemplazamos esta relación en la restricción presupuestaria

$$P_xX + P_y\left(\frac{\beta P_x}{\alpha P_y}X\right) = I$$

$$P_xX + \frac{\beta P_x}{\alpha}X = I$$

$$X\left(P_x + \frac{\beta P_x}{\alpha}\right) = I$$

$$X\left(\frac{\alpha P_x + \beta P_x}{\alpha}\right) = I$$

$$\boxed{X^* = \frac{\alpha I}{P_x(\alpha+\beta)}}$$

Si reemplazamos en la relación que encontramos anteriormente llegaremos a que

$$\boxed{Y^* = \frac{\beta I}{P_y(\alpha+\beta)}}$$

# Microeconomía I
# Pauta Ayudantía 5

Profesor: Gonzalo Edwards
Ayudante: Agustín Sanhueza

## Comentes

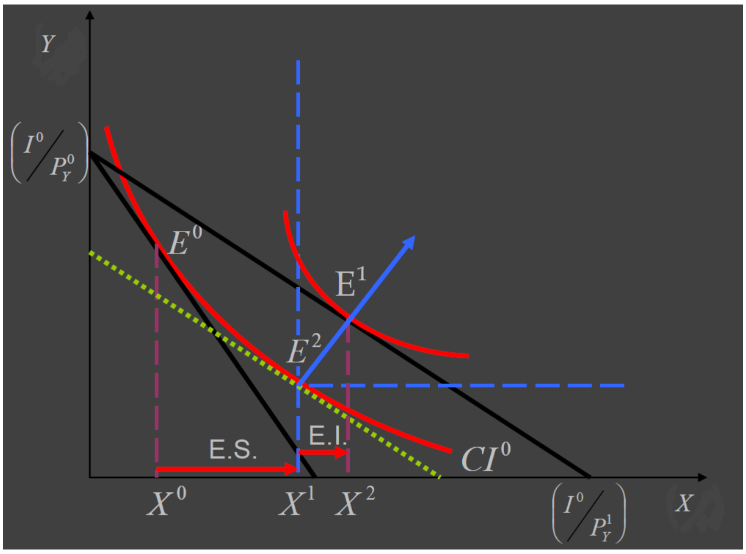
1. Explique el efecto sustitución y el efecto ingreso ante una baja en el precio de uno de los bienes. Luego descomponga gráficamente cada uno de estos efectos.

**Respuesta**

*Efecto Sustitución:* Es la variación que experimenta el consumo de un bien cuando varía su precio y se mantiene constante el nivel de utilidad. Ante una baja en el precio del bien X, aumenta el atractivo relativo de X respecto al bien Y, por lo que nos movemos a lo largo de la curva de indiferencia hasta hacer tangencia con los nuevos precios relativos.

*Efecto Ingreso:* Es la variación del consumo de un producto provocada por un aumento del poder adquisitivo, manteniéndose constante el precio relativo. Ante una baja en el precio del bien X, aumenta el poder adquisitivo del consumidor. En este caso, el cambio en el ingreso modifica la curva de indiferencia, por lo que hay un cambio en el ingreso real. Si X e Y son bienes normales, el individuo incrementará el consumo de ambos ($EI > 0$). Pero si alguno de los bienes es inferior, el consumidor disminuirá su consumo de ese bien por este efecto ($EI < 0$)

Gráficamente:




$E^0$ es el equilibrio inicial. Ante una baja en $P_x$, llegamos al equilibrio final $E^1$ (efecto total).

El efecto sustitución es $(X^1 - X^0)$. Debemos movernos a lo largo de la curva de indiferencia hasta lograr hacer tangencia con los nuevos precios relativos (representada por la línea verde punteada).

El efecto ingreso es $(X^2 - X^1)$. Partimos desde $E^2$ y aumentamos el ingreso hasta lograr hacer tangencia en la nueva restricción presupuestaria.

*NOTA: Algunos definen Efecto precio (total) = Efecto sustitución + Efecto ingreso*

2. Explique qué es un bien normal e inferior. Luego muestre la forma de la curva de engel para cada uno de estos tipos de bienes.

**Respuesta**

*Bien Normal:* Aquellos que presentan una curva de engel con pendiente positiva. A mayor ingreso, mayor cantidad demandada.

*Bien Inferior:* Aquellos que presentan una curva de engel con pendiente negativa. A mayor ingreso, menor cantidad demandada.

*Nota: Un mismo bien puede tener tramos donde este es normal y luego inferior.*

3. Explique qué es un bien superior y giffen. Luego muestre la curva de demanda para cada uno de estos tipos de bienes.

**Respuesta**

*Bien Superior:* Aquellos que presentan una curva de demanda con pendiente negativa. A mayor precio, menor cantidad demandada.

*Bien Giffen:* Aquellos que presentan una curva de demanda con pendiente positiva. A mayor precio, mayor cantidad demandada. Esto ocurre porque el efecto ingreso va en sentido contrario que el efecto sustitución, y en una magnitud mayor (rareza teórica, en la práctica no se observan este tipo de bienes).

4. Explique qué son las curvas de precio-consumo, demanda, precio-ingreso y curva de engel. Grafique estas 4 curvas para un bien inferior típico donde $ES > EI$.

**Respuesta**

La curva de precio consumo (CPC) une los distintos puntos de equilibrio de un individuo cuando cambia el precio del bien (X) en el plano $Y - X$. A partir de esta curva se puede construir la curva de demanda de la persona.

La curva de demanda une todos los puntos de equilibrio entre el precio del bien y su cantidad demandada en el plano $P_x - X$.

Dado que CPC considera el efecto total de un cambio en el precio (ES+EI). En el caso de un bien inferior típico, donde $ES > EI$. Una baja del precio de X producirá un aumento en el consumo de X, grafico 1.

La curva de ingreso consumo (CIC) une los distintos puntos de equilibrio de un individuo cuando cambia el ingreso de este en el plano $Y - X$. A partir de esta curva podemos construir la curva de engel.

La curva de Engel muestra como varía el consumo de X cuando varía el ingreso del individuo en el plano $I - X$. Para el caso de los bienes inferiores por definición esta curva tendrá pendiente negativa (gráfico 2).

Grafico 1

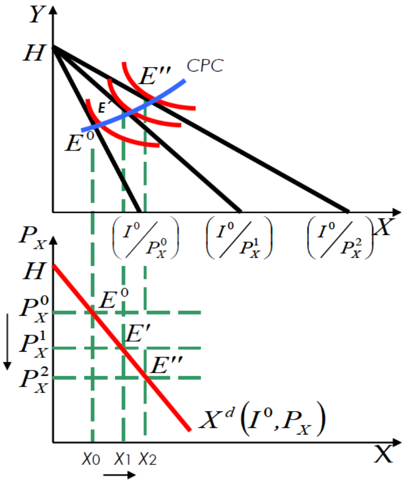
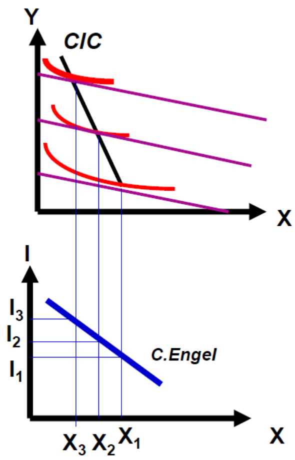



Grafico 2




## Matemático

Una persona tiene la siguiente función de utilidad para J (jamones) y M (mantequilla)

$$U(J, M) = J \cdot M \tag{1}$$

1. Calcule la función de demanda por jamón y mantequilla.

**Respuesta**

Usamos la condición de equilibrio

$$\frac{Umg_j}{Umg_m} = \frac{P_j}{P_m}$$

$$\frac{M}{J} = \frac{P_j}{P_m}$$

$$\boxed{P_m M = P_j J}$$

Esta relación la reemplazamos en la restricción presupuestaria, despejando para cada uno de los bienes para encontrar las funciones de demanda.

$$P_m M + P_j J = I$$

$$P_j J + P_j J = I$$

$$2P_j J = I$$

$$\boxed{J = \frac{I}{2P_j}}$$

Si hacemos el ejercicio análogo para la mantequilla, llegaremos a

$$\boxed{M = \frac{I}{2P_m}}$$

Ahora sabe que:
$P_m = \$10$
$P_j = \$25$
$I = \$1000$

2. Calcule la canasta óptima del consumidor

**Respuesta**

Usando las funciones de demanda del item anterior llegaremos a que

$$J^* = \frac{1000}{2 \cdot 25}$$

$$\boxed{J^* = 20}$$

$$M^* = \frac{1000}{2 \cdot 10}$$

$$\boxed{M^* = 50}$$

Suponga que ahora el precio del jamón bajó a $P_j = \$20$

3. Calcule el efecto precio, efecto sustitución y efecto ingreso.

**Respuesta**

En este escenario donde $P_j$ bajó a \$20 tendremos que la nueva cantidad demandada del jamón es

$$J = \frac{1000}{2 \cdot 20}$$
$$\boxed{J^* = 25}$$

Vemos que ante una baja en el precio, la cantidad demandada aumentó (bien superior)

Para calcular el efecto precio, restamos la cantidad demandada final menos la inicial.

$$\boxed{\therefore Efecto\ \ precio = 25 - 20 = 5}$$

Para calcular el efecto sustitución, sabemos que se debe cumplir la condición de equilibrio, pero usando los nuevos precios relativos y alcanzando el nivel de satisfacción inicial.

El nivel de satisfacción en el equilibrio inicial corresponde a las canastas para las cuales

$$U(J^*, M^*) = 20 \cdot 50 = \boxed{1000}$$

De la condición de equilibrio se puede despejar

$$M = \frac{P_j J}{P_m}$$

Reemplazando en el nivel de utilidad a comprar se tiene:

$$U(J, M) = 1000 = J \cdot \frac{P_j J}{P_m}$$
$$1000 = \frac{P_j J^2}{P_m}$$
$$J^2 = \frac{1000 P_m}{P_j}$$

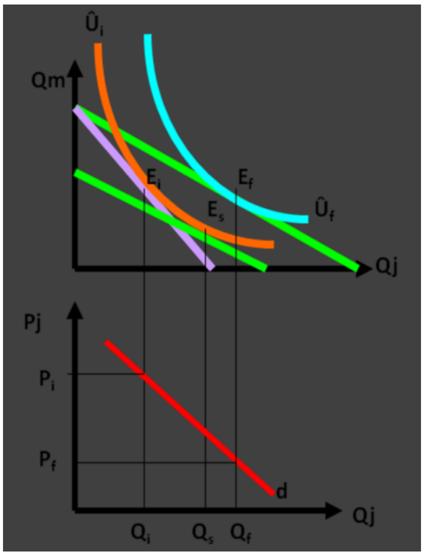
Sustituyendo por los precios nuevos se alcanza:

$$J^2 = \frac{1000 \cdot 10}{20} = 500$$
$$\boxed{J = \sqrt{500} = 22{,}36...}$$

$$\boxed{\therefore Efecto\ \ Sustitución = 22{,}36 - 20 = 2{,}36}$$

$$\boxed{\therefore Efecto\ \ Ingreso = Efecto\ \ Precio - Efecto\ \ Sustitución = 25 - 22{,}36 = 2{,}64}$$

Gráficamente


Ûi
Qm
Ei
Ef
Es
Ûf
Qj
Pj
Pi
Pf
d
Qj
Qi
Qs
Qf

# Microeconomía I
# Pauta Ayudantía 6

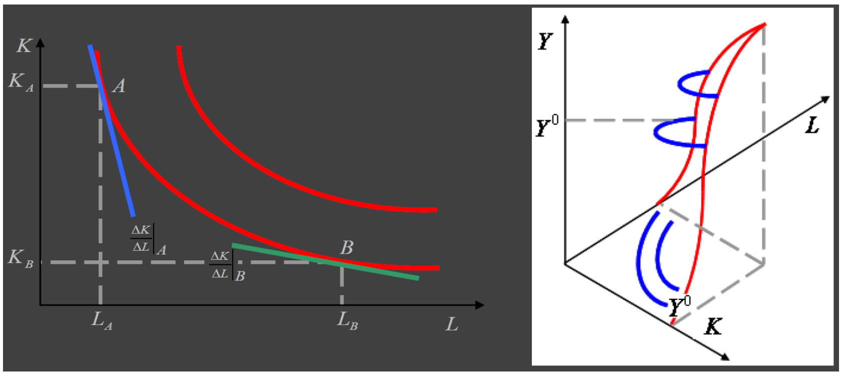
Profesor: Gonzalo Edwards
Ayudante: Agustín Sanhueza.

## Teóricos

1. Explique qué es una isocuanta y grafique un ejemplo.

**Respuesta**

Es una curva que muestra la combinación de factores productivos que me entregan el mismo nivel de producción.




2. Expliqué qué son los rendimientos a escala, y escriba matemáticamente cuando una función tendrá rendimientos crecientes, decrecientes o constantes.

**Respuesta**

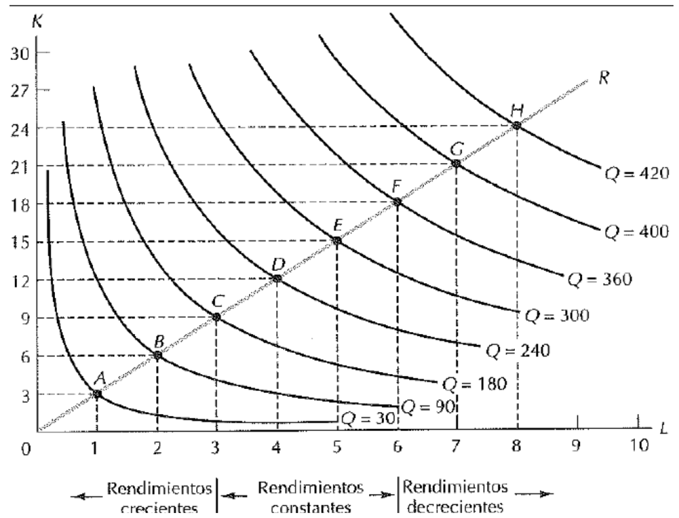
Los rendimientos de escala nos señalan en cuánto cambia la producción al cambiar todos los factores productivos en alguna proporción.

Si aumentamos los factores productivos en un $\delta\,\%$, tendremos rendimientos crecientes a escala si la producción aumenta más que un $\delta\,\%$, rendimientos constantes a escala si aumenta en un $\delta\,\%$, y decrecientes si aumenta menos que $\delta\,\%$.

Matemáticamente:
Dado $Y = f(L, K)$ y $\lambda > 0$

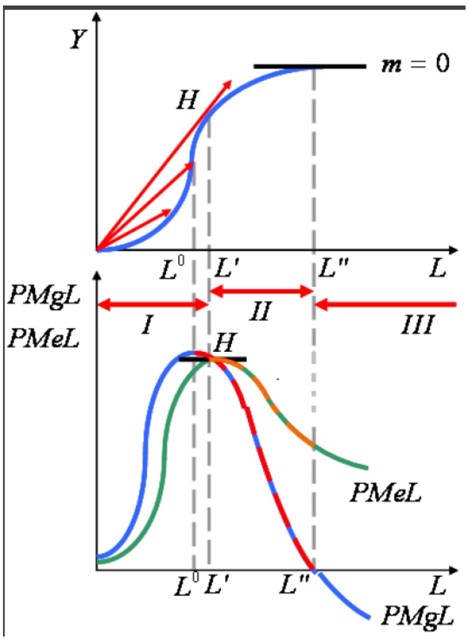
Si $f(\lambda L, \lambda K) = \lambda^\alpha f(L, K)$ con $\alpha > 1 \Rightarrow$ Rendimientos Crecientes a escala.
Si $f(\lambda L, \lambda K) = \lambda^\alpha f(L, K)$ con $\alpha = 1 \Rightarrow$ Rendimientos Constantes a escala.
Si $f(\lambda L, \lambda K) = \lambda^\alpha f(L, K)$ con $\alpha < 1 \Rightarrow$ Rendimientos Decrecientes a escala.

*Nota: Una función de producción puede tener rendimientos crecientes a escala en cierto tramo, y luego decrecientes.*




3. Grafique una función de producción de corto plazo donde el capital está fijo. En el primer tramo los rendimientos a escala son crecientes, en un punto constante y luego decreciente. Luego grafique abajo la forma del producto medio y marginal del trabajo. Escribalos matemáticamente

**Respuesta**



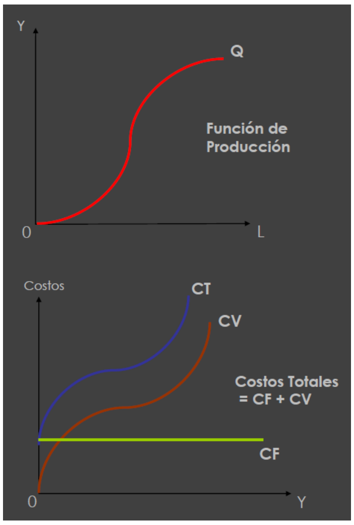

$$PMeL = \frac{q}{L}$$

$$PMgL = \frac{\Delta q}{\Delta L}$$

Notar que la curva de producto marginal corta a la curva de producto medio en su punto máximo.

4. Grafique una función de producción de corto plazo donde el capital está fijo. En el primer tramo los rendimientos a escala son crecientes, en un punto constante y luego decreciente. Luego grafique abajo la forma de los costos totales, variables y fijos. Escriba matemáticamente la relación de los costos.

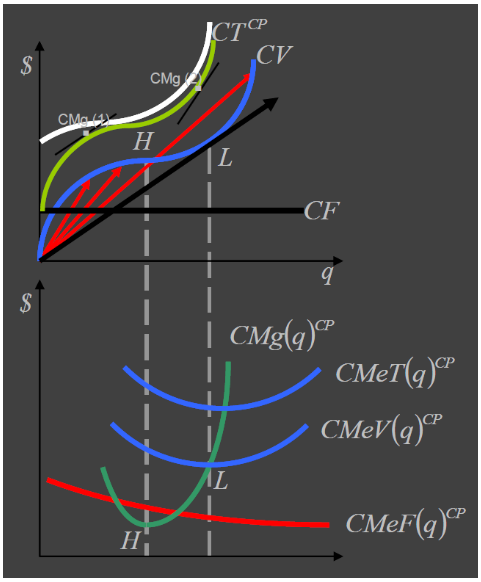
**Respuesta**




$$Costos\ Totales = Costos\ Variables + Costos\ Fijos$$

5. A partir del grafico creado previamente, ahora grafique abajo la forma de los costos medios y marginal. Escriba matemáticamente estos costos.

**Respuesta**



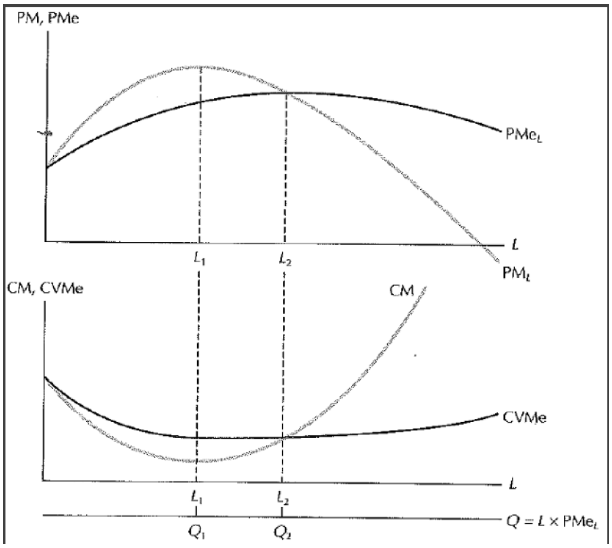

$$CMeT(q) = \frac{CT(q)}{q} = \underbrace{\frac{CV(q)}{q}}_{CMeV(q)} + \underbrace{\frac{CF}{q}}_{CMeF(q)}$$

$$CMg(q) = \frac{\Delta CT(q)}{\Delta q}$$

Notar que la curva de costo marginal corta a la curva de costos medios en su punto mínimo.

6. Muestre gráfica y matemáticamente la relación entre el producto medio, producto marginal, costo medio y costo marginal

**Respuesta**




En el corto plazo tendremos que $CV = w \cdot L$

$$CMg = \frac{\Delta CT}{\Delta q}$$

$$CMg = \frac{\Delta CV}{\Delta q}$$

$$CMg = \frac{w \cdot \Delta L}{\Delta q}$$

$$CMg = \frac{w}{\frac{\Delta q}{\Delta L}}$$

$$\boxed{CMg = \frac{w}{PMg}}$$

$$CMeV = \frac{CV}{q}$$

$$CMeV = \frac{w \cdot L}{q}$$

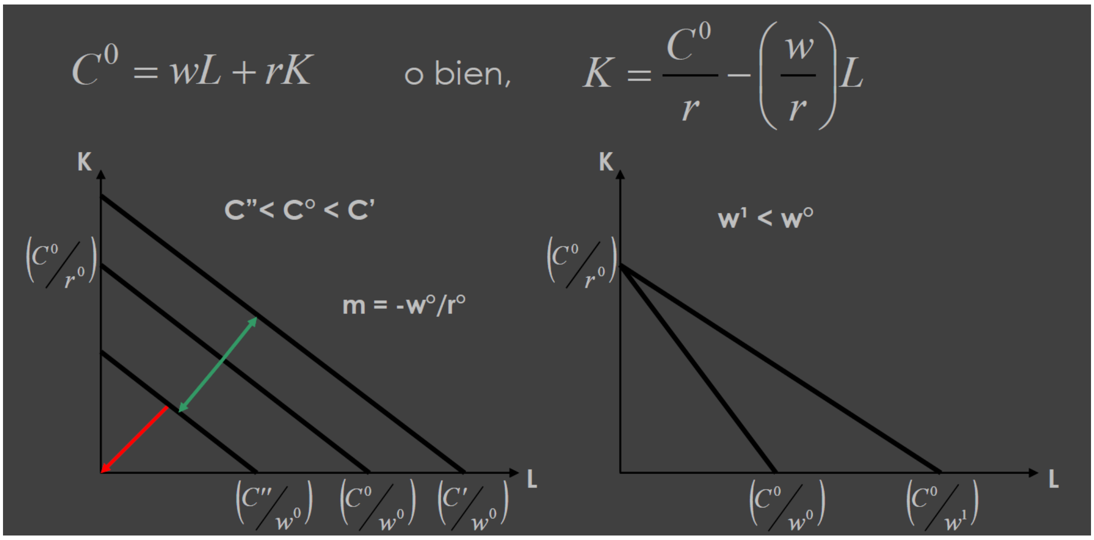
$$CMeV = \frac{w}{\frac{q}{L}}$$

$$\boxed{CMeV = \frac{w}{PMe}}$$

7. Suponga que ahora estamos en el contexto de largo plazo, explique qué son las rectas de isocosto y grafique

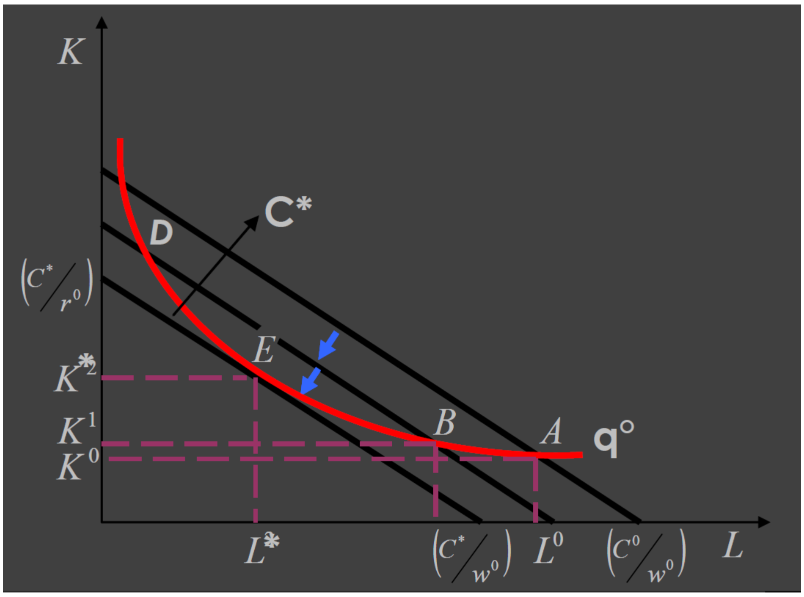
**Respuesta**

Son rectas que nos indican la combinación de factores productivos que me entregan el mismo nivel de gasto.




8. Grafique en el plano (K,L) los factores óptimos a usar en la producción dado un nivel de producción determinado. Escriba la condición que se cumple en ese óptimo.

**Respuesta**




E es el punto óptimo. En ese punto se cumple que

$$\underbrace{\frac{PmgL}{PmgK}}_{TMgST} = \underbrace{\frac{w}{r}}_{Precios\ Relativos}$$

$$\boxed{\frac{PmgL}{w} = \frac{PmgK}{r}}$$

En el "punto D" ocurre que

$$\frac{PMgL}{w} > \frac{PMgK}{r}$$

el producto obtenido con el ultimo peso gastado en "L" es mayor al obtenido con el ultimo peso gastado en "K", por lo tanto aumenta "L".

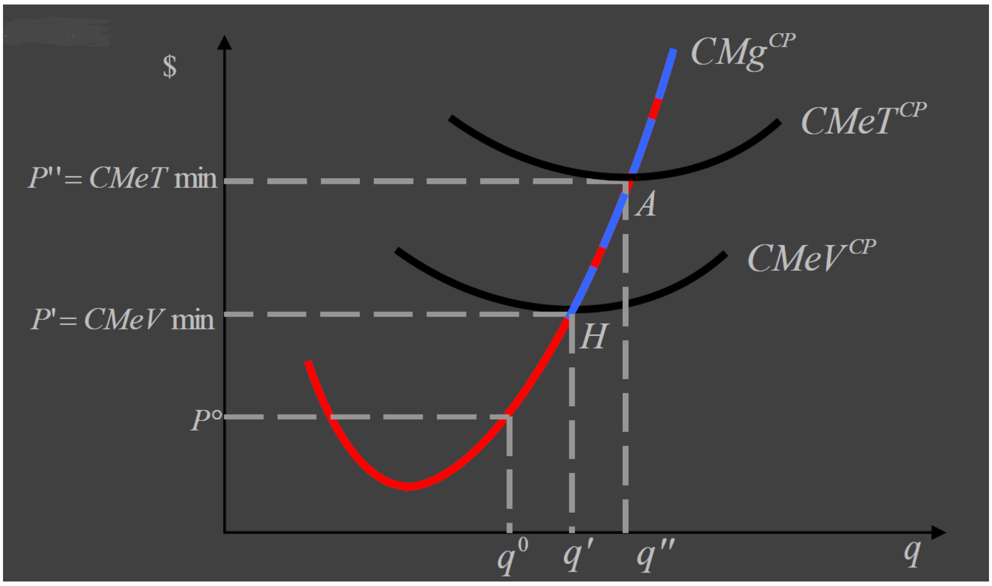
En el "punto B" ocurre que

$$\frac{PMgL}{w} < \frac{PMgK}{r}$$

el producto obtenido con el ultimo peso gastado en "L" es menor al obtenido con el ultimo peso gastado en "K", por lo tanto aumenta "K".

9. Grafique en el plano ($, q) la curva de oferta de corto plazo. Refieráse en qué rango la empresa cerraría.

**Respuesta**




Si el precio al que vende la empresa está por debajo del punto H (CmeV min), la empresa no producirá y cerrará. Dado que en ese rango no es capaz de cubrir siquiera sus costos fijos.

Si el precio al que vende la empresa está entre el punto H y el punto A, la empresa producirá a pérdida, esperando que el precio suba en el largo plazo.

Si el precio al que vende la empresa está entre por sobre el punto A (CMeT), la empresa producirá con beneficios.

La curva de oferta a corto plazo será precio = costo marginal para todo punto que esté por sobre H.

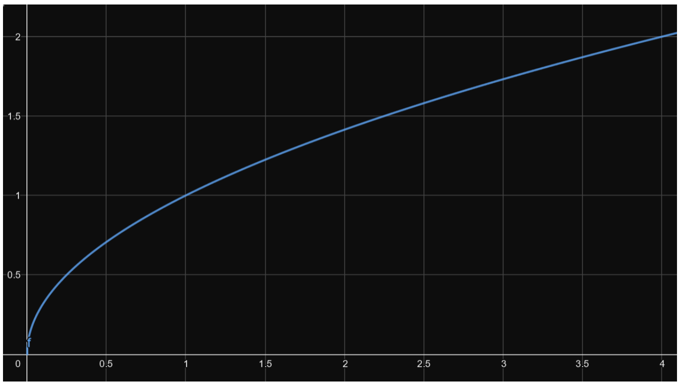
# Matemático 1

Se tiene la siguiente función de producción $Y = L^{0,5}K^{0,5}$ Además, la firma tiene un capital fijo de K=1. Este capital le permite emplear un máximo de 4 trabajadores.

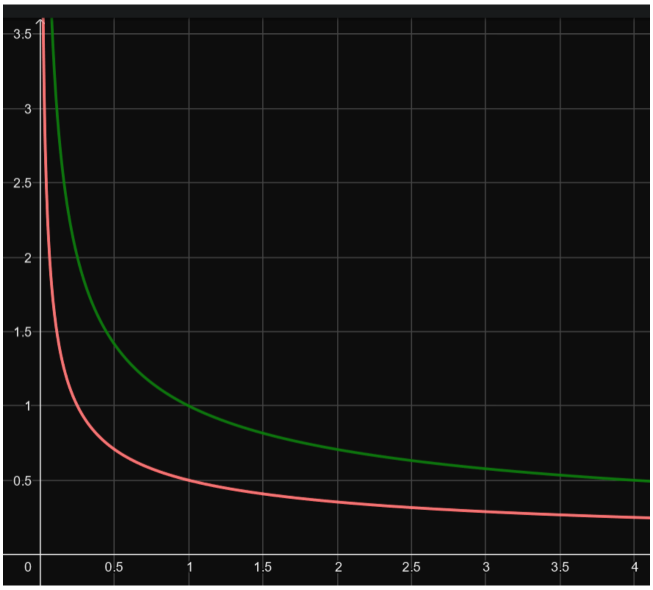
a) Grafique la función de producción, el producto medio y marginal.

**Respuesta**

La función de producción de corto plazo será $Y = L^{0,5}$, gráficamente.




El producto medio (en verde) será $Y = \frac{1}{L^{0,5}}$ y el producto marginal (en rojo) será $Y = \frac{1}{2L^{0,5}}$.



# Matemático 2

Suponga que una empresa tiene la siguiente función de producción

$$f(K, L) = 5 \cdot K \cdot L$$

Donde w=\$8, r=\$ 2 y la cantidad óptima para maximizar beneficios es 8000.

1. Determine qué rendimientos a escala tiene esta función de producción

**Respuesta**

$$f(K, L) = 5 \cdot K \cdot L$$
$$f(\lambda K, \lambda L) = 5(\lambda K)(\lambda L)$$
$$f(\lambda K, \lambda L) = \lambda^2 5KL$$
$$\boxed{f(\lambda K, \lambda L) = \lambda^2 f(K, L)}$$

Dado que el exponente de $\lambda$ es mayor a 1, esta función de producción tiene rendimientos crecientes a escala.

2. Encuentre la condición de óptimo de la minimización de costos de largo plazo de la empresa

**Respuesta**

En el óptimo se cumple que

$$\frac{PmgL}{w} = \frac{PmgK}{r}$$
$$\frac{5K}{8} = \frac{5L}{2}$$
$$10K = 40L$$
$$\boxed{K = 4L}$$

3. Determine los niveles óptimos de L y K que minimizan los costos de la empresa. Calcule el costo total. Muestre gráficamente sus resultados

**Respuesta**

La combinación de K y L que minimiza los costos de la empresa, dado el nivel de producción, se encuentra reemplazando la condición de óptimo encontrada en la función de producción:

$$f(K, L) = 8000$$
$$5 \cdot K \cdot L = 8000$$
$$5 \cdot 4L \cdot L = 8000$$

$$4L^2 = 1600$$
$$L^2 = 400$$
$$\boxed{L^* = 20}$$

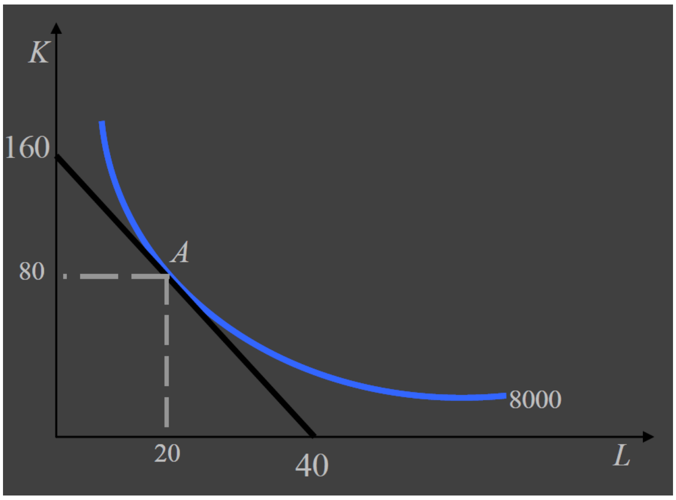
Reemplazando esto en la condición de optimalidad tendremos que

$$K^* = 4L^*$$
$$\boxed{K^* = 80}$$

Los costos totales en el óptimo son

$$CT^* = rK^* + wL^*$$
$$CT^* = rK^* + wL^*$$
$$CT^* = 2 \cdot 80 + 8\dot{2}0$$
$$\boxed{CT^* = 320}$$

Gráficamente tendremos




## Matemático 3

Suponga que una firma tiene la siguiente función de producción

$$f(K, L) = L^{0,5}K^{0,5}$$

Donde w=8, r=10 y que en el corto plazo K=4.

1. Encuentre la función de costo medio, costo variable, costo marginal, costo variable medio y costo fijo medio.

**Respuesta**

En el corto plazo tendremos que

$$Q = \sqrt{L}\sqrt{4}$$

$$Q = 2\sqrt{L}$$

Despejamos el trabajo

$$Q^2 = 4L$$

$$\boxed{L = \frac{Q^2}{4}}$$

La función de costos totales sabemos que es

$$C(K, L) = wL + rK$$

$$CT = 8 \cdot \frac{Q^2}{4} + 10 \cdot 4$$

$$\boxed{CT = 2Q^2 + 40}$$

Con esto podemos calcular lo que nos piden

$$\boxed{CV = 2Q^2}$$

$$\boxed{CF = 40}$$

$$CmeT = \frac{CT}{Q}$$

$$\boxed{CmeT = 2Q + \frac{40}{Q}}$$

$$CmeV = \frac{CV}{Q}$$

$$\boxed{CmeV = 2Q}$$

$$CmeF = \frac{CF}{Q}$$

$$\boxed{CmeF = \frac{40}{Q}}$$

$$Cmg = \frac{\partial CT}{\partial Q}$$

$$\boxed{Cmg = 4Q}$$