

Bienvenido al curso de 21 Blackjack



Agustín Sanhueza

Mail: asanhuezac@fen.uchile.cl

Teléfono: +56982349505

Programa

Sesión 1

- [21 Blackjack](#)
- [Desarrollo del juego](#)
- [Señas de mano](#)
- [Probabilidad y ventaja de manos](#)
- [Seguro y dinero equivalente](#)
- Pares Perfectos

Sesión 2

- [Mentalidad de juego - Importante](#)
- [Juego óptimo y factores de ventaja](#)
- [Estrategia Básica](#)
- [Ventaja y valor esperado](#)

Curso Básico

- Anexos y Demostraciones
- [Demostración Seguro](#)
- [Demostración Par Perfecto](#)
- [Probabilidad de Blackjack](#)
- [Estrategia Básica](#)

Desviaciones

- [Criterio de Kelly](#)
- [Riesgo de ruina](#)
- [N-Zero](#)
- [Desarrollo de softwares](#)
- [Diferencias entre softwares](#)

Curso Avanzado

Sesión 3

- [Derribando mitos](#)
- [Sistemas de conteo de cartas](#)
- [Sistema Hi-Lo](#)
- [Cuenta Real](#)
- [Cuenta real y ventaja del jugador](#)

Sesión 4

- [Desviaciones](#)
- [Criterio de Kelly](#)
- [Riesgo de ruina](#)
- [Momento N-Zero](#)
- [Software de apuestas](#)

Objetivos y agradecimientos

Curso básico

- Aprender los fundamentos del juego
- Adoptar una mentalidad de inversionista
- Entender y dominar las jugadas óptimas

Curso avanzado

- Comprender el conteo de cartas
- Estudiar las desviaciones
- Profundizar conceptos desde un punto de vista matemático

El desarrollo de este curso fue posible gracias a las ideas y trabajos de:

- Michael Shackleford, “*The wizard of odds*”
- [Blackjack Apprenticeship](#)
- G Chang
- [Norman Wattenberger](#)
- Donald Schlesinger

Sesión 1

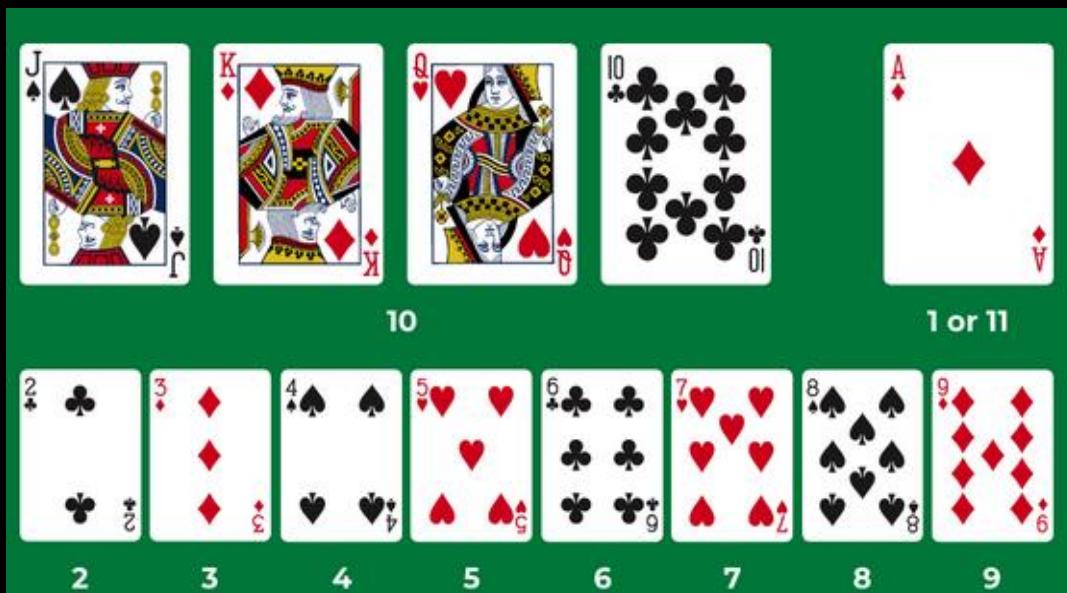
21 Blackjack

- El objetivo es llegar más cerca que el repartidor a 21 puntos sin pasarse
- Se juega contra la casa, no contra otros jugadores
- Es un juego bastante particular, ya que eventos pasados afectan el futuro, no así en juegos como la ruleta
- Bajo ciertas condiciones y forma de juego, se genera una ventana para ganarle a la casa en el largo plazo



Desarrollo del juego

1. Jugadores hacen sus apuestas.
2. Cada jugador recibe dos cartas iniciales y el repartidor muestra una descubierta.
3. Si las dos primeras cartas suman 21, es “Blackjack” (As+10). Esta mano gana automáticamente a no ser que el repartidor también cuente con una, empatando.
4. En su turno, cada jugador tiene distintas opciones:
 - Plantarse:** No se reciben más cartas, terminando el turno de esa mano.
 - Pedir:** Se recibe una carta adicional. Puede ser las que uno quiera.
 - Doblar:** Se dobla la apuesta inicial recibiendo una última carta
 - Rendirse:** Retirarse con las dos cartas iniciales, perdiendo la mitad de lo apostado
 - Dividir:** Si se reciben dos cartas del mismo valor, se puede dividir la mano en dos separadas, cada una con el monto de la apuesta inicial.
 - Asegurarse:** Si el repartidor tiene descubierto un As, se puede hacer una apuesta (alternativa) a que tendrá blackjack
5. Si un jugador se pasa de 21 pierde automáticamente
6. Luego de que todos los jugadores terminan sus turnos, el repartidor recibe cartas hasta tener un 17 o más, momento en que se planta.
7. Jugadores que no pasan de 21 ganan si es que el repartidor se pasa. Lo mismo ocurre si terminan más cerca de 21 que el repartidor.
8. Si el jugador tiene el mismo puntaje que el repartidor, hay empate. Si tiene menos, pierde.



Señas de mano

- Permite comunicar la intención de la jugada de forma visible.
- En última instancia permite resolver eventuales malos entendidos, al revisar la jugada.
- Tomar seguro es la única jugada sin señal.
- Importante nunca tocar las cartas.
- Repartidores son humanos y pueden cometer errores. Hay que estar atento a que la suma de manos y los pagos sean correctos

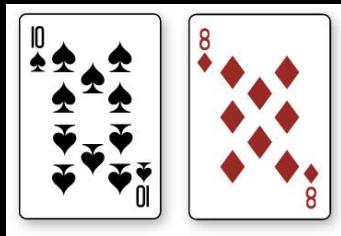
Rendirse



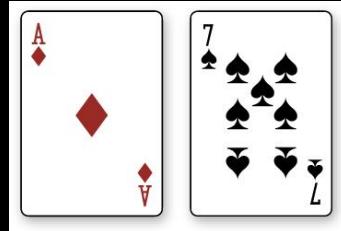
Probabilidad y ventaja de manos

34 manos posibles

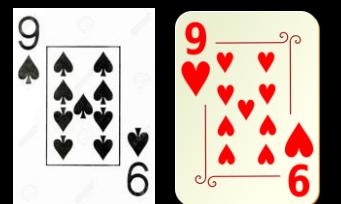
- 15 manos duras: 5-19
- 9 manos suaves: A2-AT
- 10 pares: (2,2) - (A,A)



18 duro



18 suave

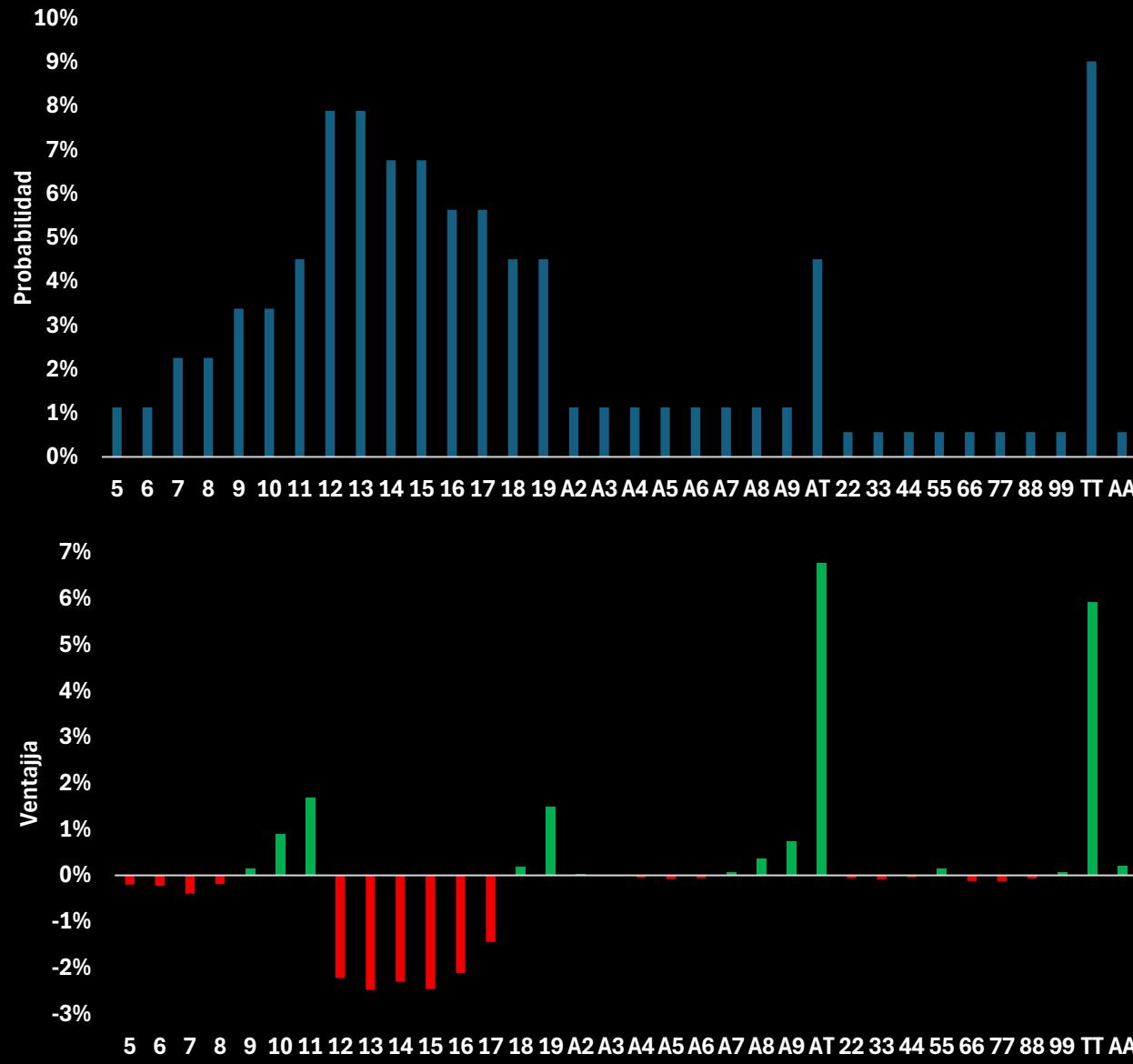


Par de nueves

Mano	Probabilidad*
T,T	9,0%
12	7,9%
13	7,9%
14	6,8%
15	6,8%

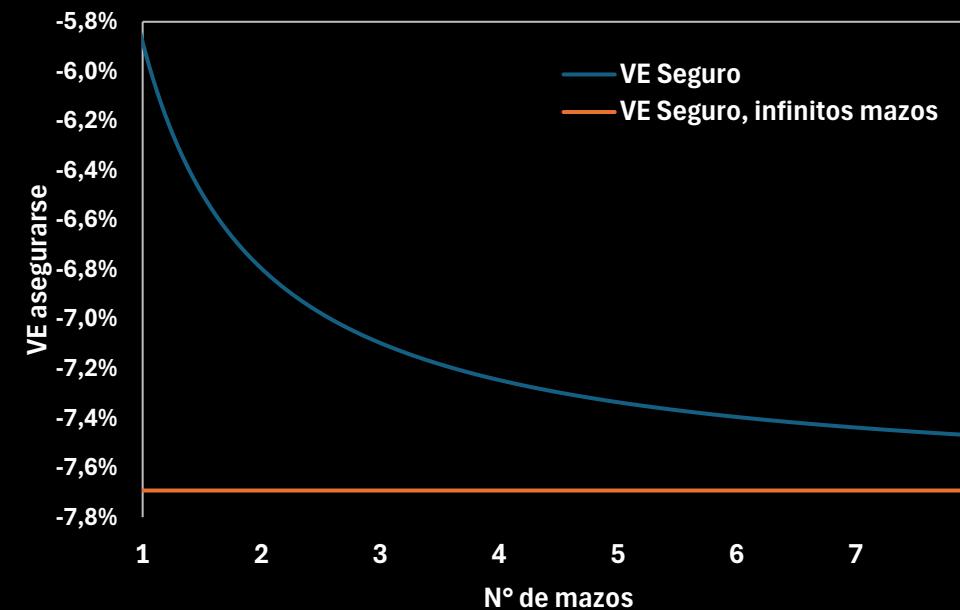
Mano	Ventaja
A,T	6,8%
T,T	5,9%
11	1,7%
19	1,5%
10	0,9%

Mano	Desventaja
15	-2,5%
13	-2,5%
14	-2,3%
12	-2,2%
16	-2,1%



Seguro y dinero equivalente

- Seguro:** Apuesta alternativa de que el repartidor tendrá Blackjack, cuando muestra As. Puede ser un máximo de la mitad de la apuesta inicial. En caso de ganar, el pago es 2:1
- Dinero equivalente:** Cuando la casa tiene un As descubierto y el Jugador tiene Blackjack, este recibe oferta de ganar lo apostado (pago 1:1). Si no acepta, se arriesga a empatar con la casa con otro Blackjack y no obtener pago 3:2
- Financieramente, seguro y dinero equivalente son lo mismo**
- En principio, **NUNCA asegurar o tomar dinero equivalente**
- En curso avanzado veremos desviaciones (cuenta real 3+)
- En Chile, se espera perder \$350 al tomar seguro con la apuesta mínima de \$10.000



Nº Mazos	VE Seguro
1	-5,9%
2	-6,8%
3	-7,1%
4	-7,2%
5	-7,3%
6	-7,4%
7	-7,4%
8	-7,5%
∞	-7,7%



Pagos si jugador tiene BJ y toma seguro			
¿Dealer con BJ?	Apuesta inicial	Seguro	Total
Si	0	1,0	1,0
No	1,5	-0,5	1,0

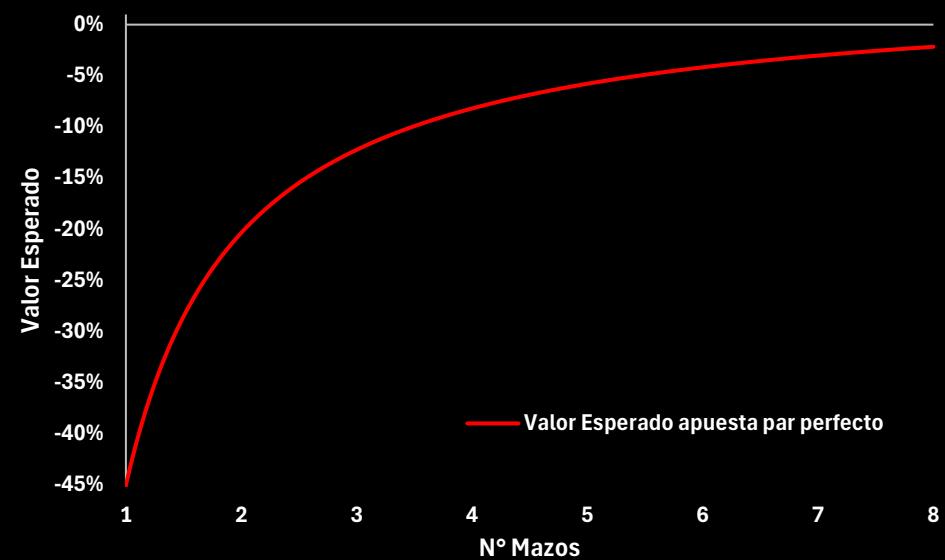
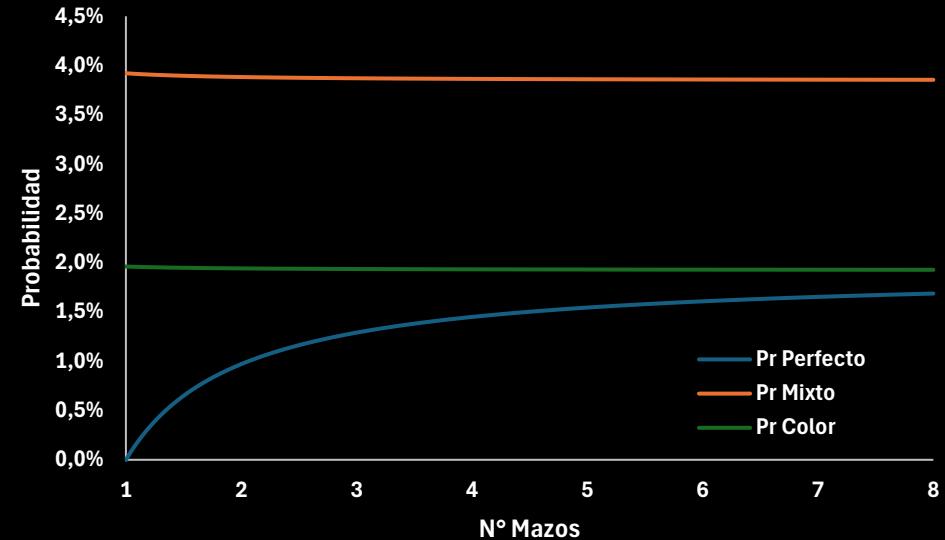
Lo mismo que tomar
dinero equivalente

Pares perfectos

- Apuesta alternativa de qué el jugador tendrá algún tipo de par en sus dos cartas iniciales
- Se apuesta entre un mínimo de 10% al mínimo permitido en la mesa, y un máximo de 80% al mínimo permitido
- NUNCA tomar esta apuesta**
- En Chile, se espera perder \$42 al tomar esta apuesta (con el mínimo permitido)

Tipo de Par	Pago	Mismo valor	Mismo Color	Mismo Palo	Ejemplo
Par Perfecto	25:1	✓	✓	✓	
Par de color	15:1	✓	✓	X	
Par mixto	5:1	✓	X	X	

Nº Mazos	Pr Perfecto	Pr Color	Pr Mixto	Pr No Par	VE
1	0,0%	2,0%	3,9%	94,1%	-45,1%
2	1,0%	1,9%	3,9%	93,2%	-20,4%
3	1,3%	1,9%	3,9%	92,9%	-12,3%
4	1,4%	1,9%	3,9%	92,8%	-8,2%
5	1,5%	1,9%	3,9%	92,7%	-5,8%
6	1,6%	1,9%	3,9%	92,6%	-4,2%
7	1,7%	1,9%	3,9%	92,6%	-3,0%
8	1,7%	1,9%	3,9%	92,5%	-2,2%



A practicar

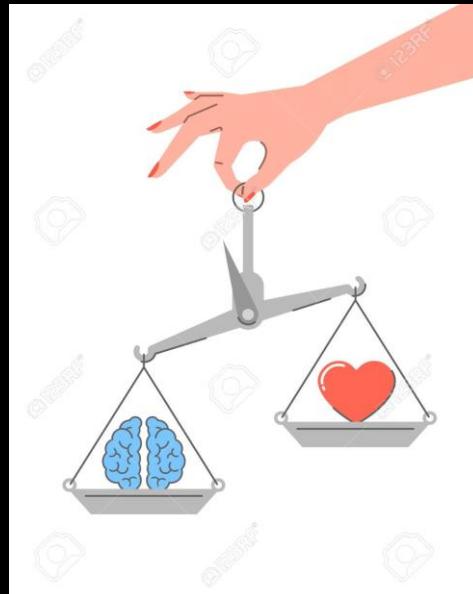
Sesión 2

Mentalidad de juego - Importante

Inversionista

1. Su mente está en los conceptos de valor esperado y ley de los grandes números (largo plazo)
2. Juega en función de la matemática detrás del juego
3. Juzga su juego en función de si realizó la jugada correcta con la información que tenía en ese momento
4. Utiliza un sistema que maximice su valor esperado y minimice el riesgo de ruina
5. Pone en riesgo aquello que realmente puede perder

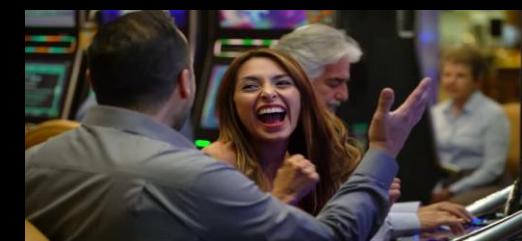
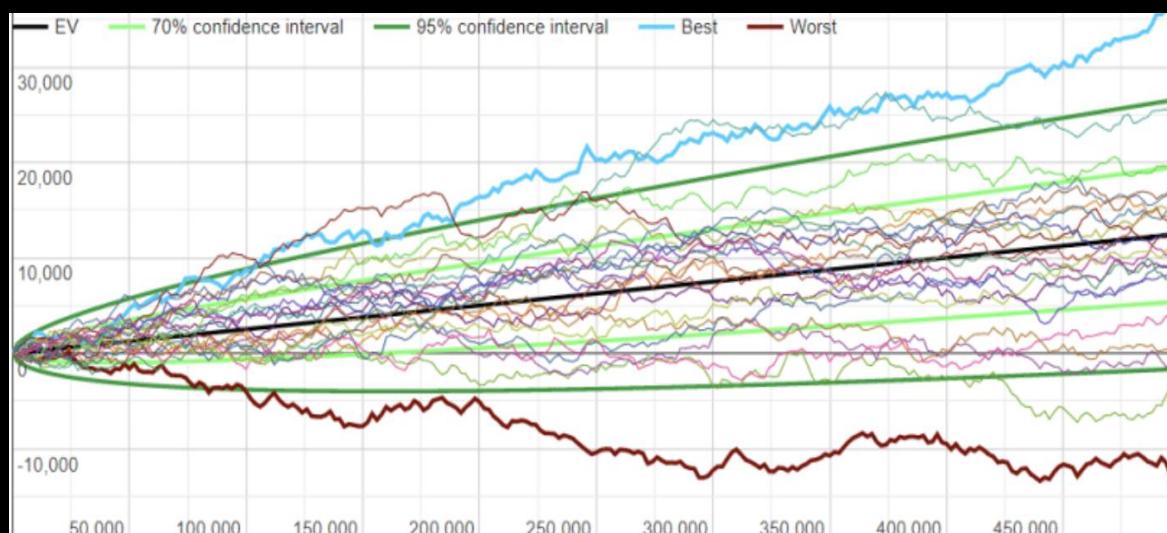
VS



Apostador

1. Su mente está en cuánto ganó/perdió en la última mano (corto plazo)
2. Juega en función de coronadas, supersticiones o rachas de corto plazo
3. Juzga su juego en función de la suerte que tuvo
4. Utiliza sistemas de juego y apuestas tales como "No bust" o "Martingale"
5. Pone en riesgo aquello que no puede perder con la esperanza de recuperarlo si ocurre

Vanessa Rousso
Profesional de Póker



Juego óptimo

- Estrategia Básica: Tabla que muestra la jugada base correcta en cada combinación de manos posible
- Conteo de cartas: Sistema que señala la cantidad de cartas altas restantes, lo que se traduce en nuestra ventaja
- Desviaciones: Si las cartas restantes están muy cargadas en altas/bajas habrá momentos que habrá que desviarse de la estrategia básica.

Factores de ventaja

Factor	¿Ventajoso?	Razón
Jugador va primero	No	Si me paso pierdo, aunque luego el repartidor también lo haga. Gran ventaja de la casa
Pago 3:2 de Blackjack	Si	Gano 1,5 veces lo apostado. Ese 0,5 extra es muy importante en LP. (Jamás jugar en mesas con pagos 6:5)
Gran cantidad de cartas altas por repartir	Si	Da más chances de obtener Blackjack y de que el repartidor se pase debido a su regla de pedir carta con menos de 17
Opción de rendirse	Si	Permite disminuir pérdidas en LP ante manos desfavorables (en Chile no se puede ante AS)
Opción de doblar	Si	Permite aumentar ganancias en LP ante manos favorables (en Chile solo se puede con 9, 10 u 11 duros)
Opción de separar	Si	Permite aumentar ganancias en LP ante manos favorables (en Chile solo se puede separar Aces una vez, recibiendo una carta adicional)
Máquina de barajeo continua	No	Disminuye espacio para que valga la pena contar cartas debido a una baja penetración de mazo (barajeo continuo afecta cerca de la carta N°12 hacia atrás)



Estrategia Básica (1/2)

Duro	2	3	4	5	6	7	8	9	10	As
17	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q
16	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	Rp	Rp	P
15	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	Rp	Rp	P
14	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	Rp	Rp	P
13	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	P	P	P
12	P	P	Q	Q	Q	P	P	P	P	P
11	D	D	D	D	D	D	D	D	P	P
10	D	D	D	D	D	D	D	D	P	P
9	P	D	D	D	D	P	P	P	P	P
8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P

Suave	2	3	4	5	6	7	8	9	10	As
A,9	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q
A,8	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q
A,7	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	P
A,6	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A,5	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A,4	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A,3	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A,2	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P

Pares	2	3	4	5	6	7	8	9	10	As
A,A	S	S	S	S	S	S	S	S	S	P
T,T	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
9,9	S	S	S	S	S	N	S	S	N	N
8,8	S	S	S	S	S	S	S	S	N	N
7,7	S	S	S	S	S	S	N	N	N	N
6,6	S	S	S	S	S	N	N	N	N	N
5,5	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
4,4	N	N	N	S	S	N	N	N	N	N
3,3	S	S	S	S	S	S	N	N	N	N
2,2	S	S	S	S	S	S	N	N	N	N

No tomar seguro ni dinero equivalente

P	Pedir
Q	Quedarse
D	Doblar, sino pedir
S	Separar
N	No Separar
R	Rendirse, sino pedir

- Señala jugada óptima de equilibrio en cada combinación de manos posible
- Esta se obtiene registrando la jugada con el mayor valor esperado (revisar Excel de demostración)
- La jugada óptima está en función de las reglas que tenga el juego. La tabla está en función de las observadas en casinos de Chile.

Regla	Chile
Repartidor se planta	17 suave
Carta oculta	No
Pago Blackjack	3:2
Doblar	Solo con 9, 10 u 11
Doblar luego de separar	Si
Separar	Si, hasta 3 veces
Re-separar Aces	No
Rendirse	Si, excepto contra As
Nº Mazos	6
Penetración de mazo	Hasta 33,3%

Estrategia Básica (2/2)

Duro	2	3	4	5	6	7	8	9	10	As
17	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q
16	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	Rp	Rp	P
15	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	P	Rp	P
14	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	P	Rp	P
13	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	P	P	P
12	P	P	Q	Q	Q	P	P	P	P	P
11	D	D	D	D	D	D	D	D	P	P
10	D	D	D	D	D	D	D	D	P	P
9	P	D	D	D	D	P	P	P	P	P
8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P

67,7%

- Primera fila corresponde a la carta descubierta del repartidor
- Primera columna son las manos del jugador
- Considerar las opciones de juego en el siguiente orden: Rendirse, Separar, Doblar, Pedir/Quedarse

Suave	2	3	4	5	6	7	8	9	10	As
A,9	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q
A,8	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q
A,7	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	P
A,6	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A,5	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A,4	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A,3	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A,2	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P

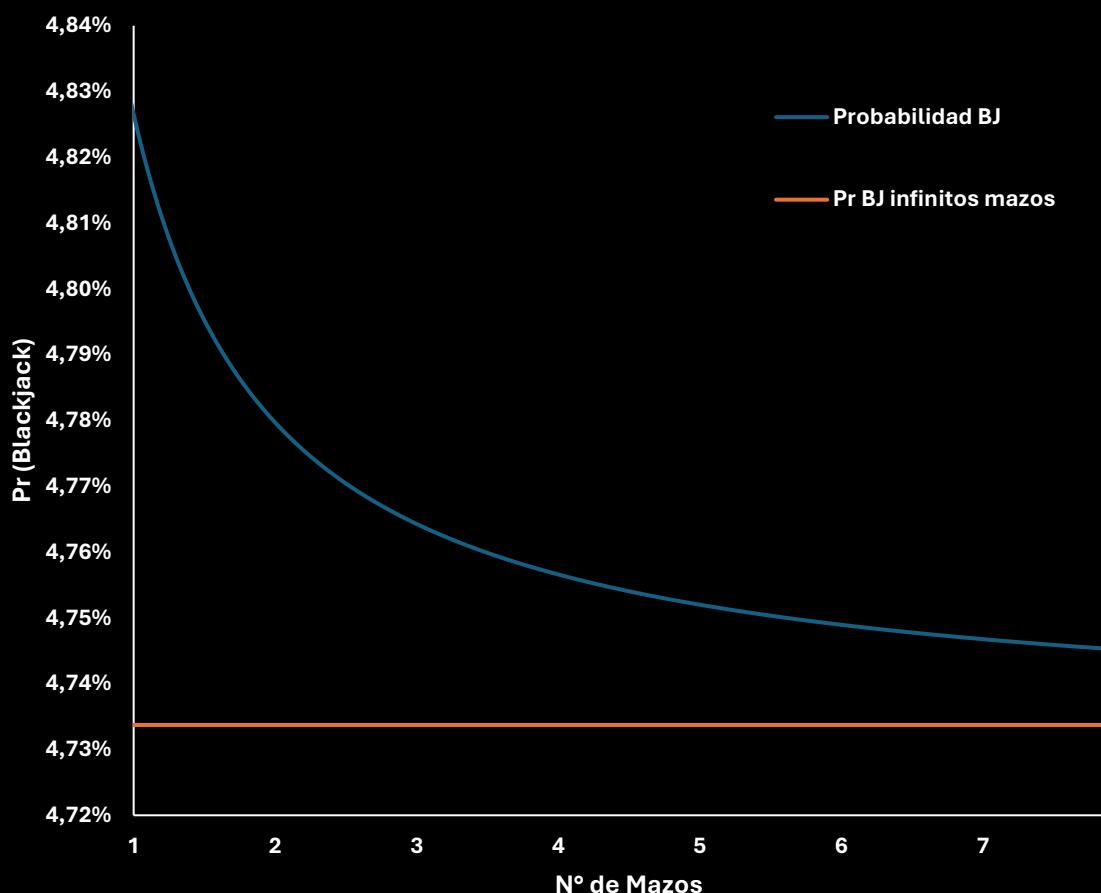
13,5%

Pares	2	3	4	5	6	7	8	9	10	As
A,A	S	S	S	S	S	S	S	S	S	P
T,T	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
9,9	S	S	S	S	S	N	S	S	N	N
8,8	S	S	S	S	S	S	S	S	N	N
7,7	S	S	S	S	S	S	N	N	N	N
6,6	S	S	S	S	S	N	N	N	N	N
5,5	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
4,4	N	N	N	S	S	N	N	N	N	N
3,3	S	S	S	S	S	S	N	N	N	N
2,2	S	S	S	S	S	S	N	N	N	N

14,1%

No tomar seguro ni dinero equivalente										
Jugada Óptima	P	Pedir								
	Q	Quedarse								
	D	Doblar, sino pedir								
	S	Separar								
	N	No Separar								
	R	Rendirse, sino pedir								

4,7%



Ventaja y Valor esperado por hora*

Sea:

$VE_i = \text{Valor esperado de la mano } i$

$VE_D = \text{Valor esperado de la mano dura } D$

$VE_S = \text{Valor esperado de la mano suave } S$

$VE_P = \text{Valor esperado del par } P$

$$\text{Ventaja Jugador} = \sum_{i=1}^{340} (VE_i) - VE \ (\text{Dealer gana con BJ})$$

$$\text{Ventaja Jugador} = \sum_{i=1}^{150} (VE_D) + \sum_{i=1}^{90} (VE_S) + \sum_{i=1}^{100} (VE_P) - [\Pr(\text{Dealer tiene BJ}) * \Pr(\text{Jugador no tiene BJ})]$$

$$\text{Ventaja Jugador} = -9,6\% + 7,8\% + 5,8\% - [2 * \underbrace{\left(\frac{4}{13} \right)}_{\substack{\text{Orden} \\ \text{no} \\ \text{importa}}} * \underbrace{\left(\frac{1}{13} \right)}_{\substack{\text{Tener} \\ 10}}] * [1 - \left(2 * \underbrace{\left(\frac{4}{13} \right)}_{\substack{\text{Tener} \\ \text{As}}} * \left(\frac{1}{13} \right) \right)]$$

$$\boxed{\text{Ventaja Jugador} \approx -0,48\%}$$



$$\boxed{\text{Valor esperado por hora} = \text{Ventaja Jugador} * \text{Apuesta promedio} * \text{Manos por hora}}$$

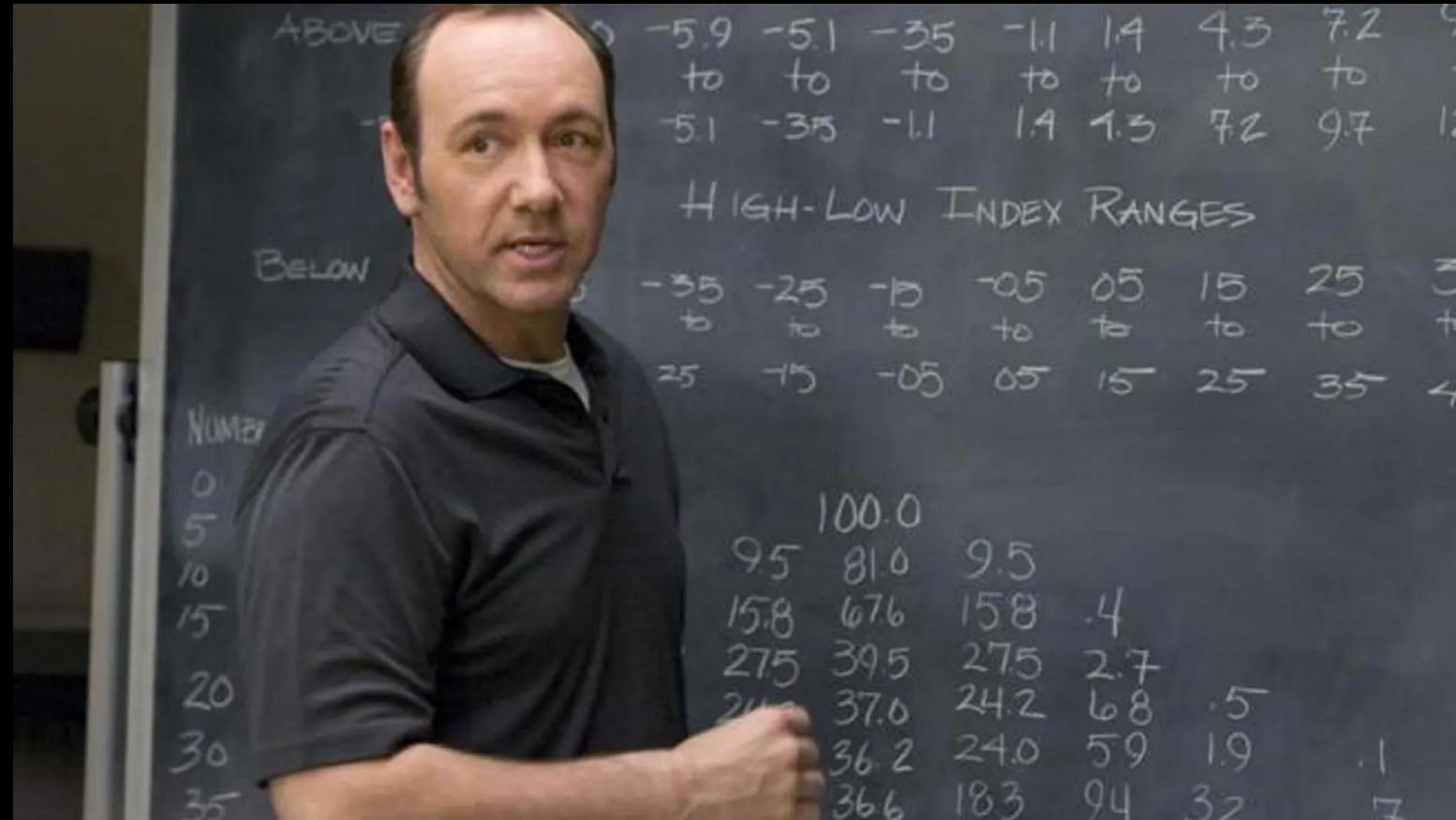
- Suponiendo un juego perfecto de estrategia básica, bajo reglas estándar, apostando el mínimo de \$10.000 pesos en todas las manos y jugando 60 manos por hora. Esperamos perder \$2900 pesos por hora.
- Para tener un valor esperado positivo necesitamos apostar más fuerte en aquellos momentos donde tenemos la ventaja frente a la casa. Para identificar esos momentos debemos aprender a contar cartas.

A practicar

Sesión 3

Derribando mitos

Mito	Realidad
No se puede contar cartas	Si se puede. Es sumar, restar y dividir en la mente
Se deben memorizar todas las cartas que han salido	Computadoras hacen eso. Existen métodos más simples que se acercan lo suficiente a ese primer mejor



Sistemas de conteo de cartas

Todos los sistemas buscan dar una idea de cuánta ventaja tenemos frente a la casa en cada momento del juego.

Esto se logra entregando una noción de cuántas cartas altas quedan por repartir.

Cada sistema tiene su manera y complejidad de entregar esta información

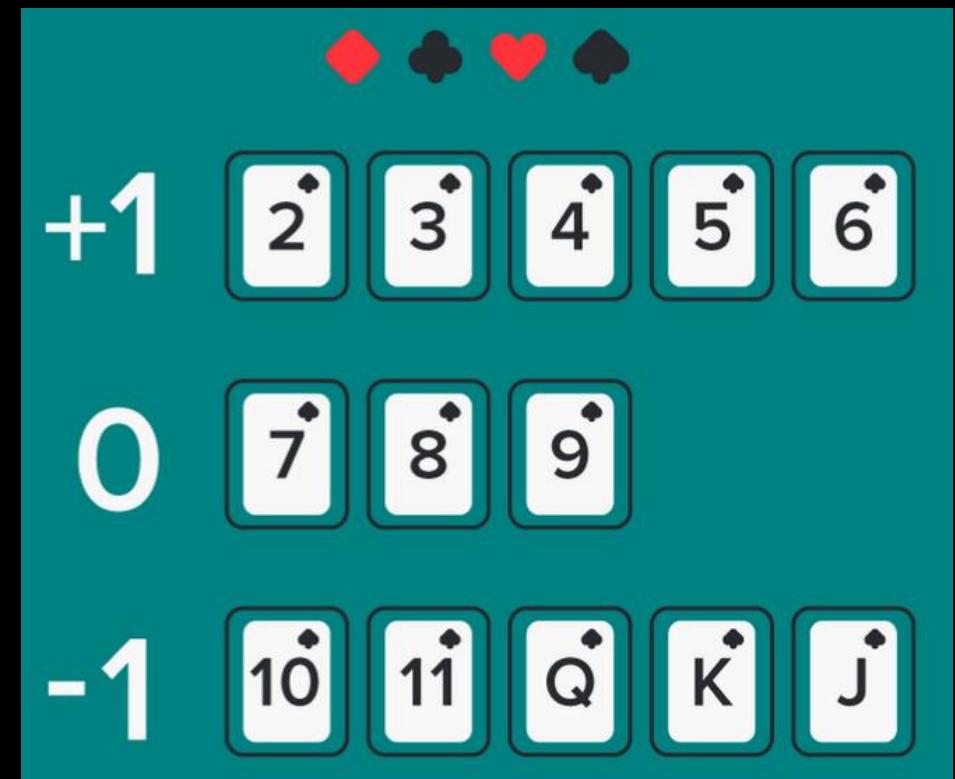
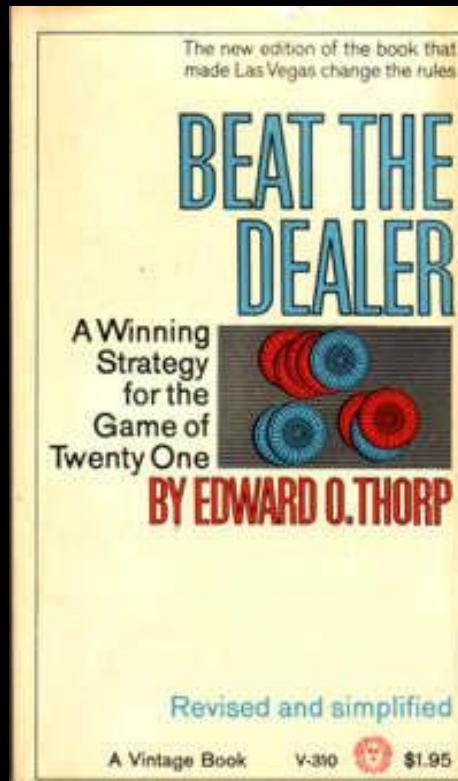
Sistemas:

- Balanceados y desbalanceados
- Por niveles (1, 2, 3, etc)
- Con o sin conteo paralelo de Aces

Count Strategy	2	3	4	5	6	7	8	9	T	Ace	BC	PE	IC	Bal?
Hi-Lo	1	1	1	1	1	0	0	0	-1	-1	.97	.51	.76	Yes
K-O	1	1	1	1	1	1	0	0	-1	-1	.98	.55	.78	No
Hi-Opt I	0	1	1	1	1	0	0	0	-1	0	.88	.61	.85	Yes
Hi-Opt II	1	1	2	2	1	1	0	0	-2	0	.91	.67	.91	Yes
Halves	.5	1	1	1.5	1	.5	0	-.5	-1	-1	.99	.56	.72	Yes
Omega II	1	1	2	2	2	1	0	-1	-2	0	.92	.67	.85	Yes
Red Seven	1	1	1	1	1	0/1*	0	0	-1	-1	.98	.54	.78	No
Zen	1	1	2	2	2	1	0	0	-2	-1	.96	.63	.85	Yes

Sistema Hi-Lo

- Sistema más simple y popular formalizado por Edward Thorp en su libro “Beat the Dealer” en 1962
- Es un sistema balanceado, nivel 1, sin conteo paralelo de Aces



Cuenta real

$$\text{Cuenta Real} = \left(\frac{\text{Cuenta Nominal}}{N^{\circ} \text{ mazos restantes}} \right)$$

Cuenta Nominal: Utilizamos sistema de conteo Hi-Lo para que nos indique las cartas altas que quedan por repartir, a partir de las que fueron descartadas

Conteo

- Llevar correctamente la cuenta real es fundamental para tener una guía de cuánto apostar y cuándo desviarse de la estrategia básica
- Contar cartas sin errores es una habilidad que se adquiere con mucha práctica y paciencia

Estimación de mazos restantes:

- 1er mejor sería saber el número exacto de mazos que faltan por repartir (cartas restantes/52). Somos humanos, no tenemos esa capacidad
- Estimaciones de mazos completos es suficiente, si se quiere mejorar la precisión a medio mazo y con ello ganar algo de valor esperado está bien también
- Hacer estimaciones a cuarto de mazo o más preciso consume más energía mental y no vale la pena en ganancia de valor esperado



Consejos:

- Empezar a contar cuando reparten la segunda carta
- En cuentas negativas pensar en “m” la cuenta actual (ej, “m2” para cuenta de -2)
- Ante cartas neutrales no repetir mentalmente la cuenta, solo pasar a la siguiente

Consejo:

- Redondear la estimación a la baja



Ejercicio

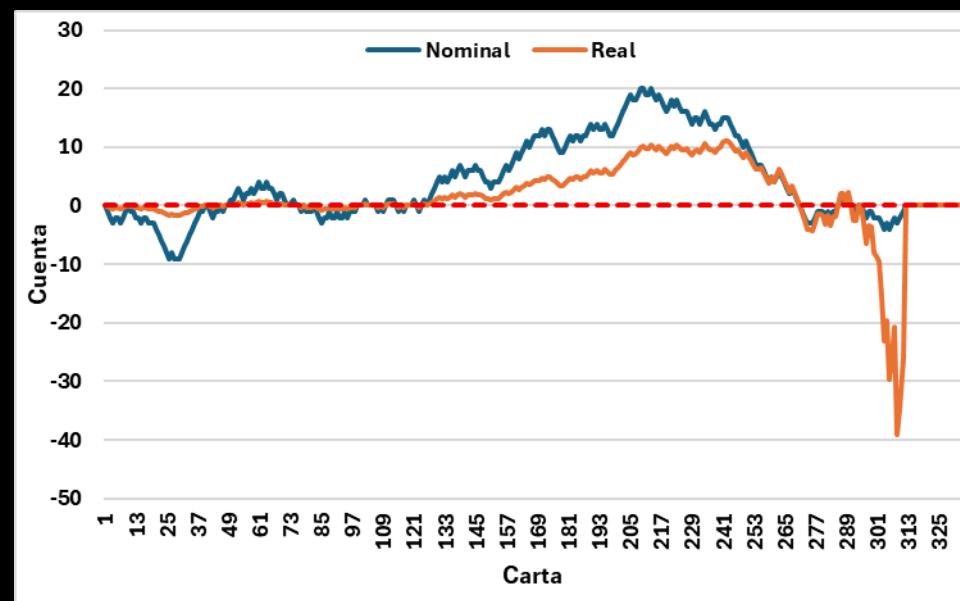
[Ver imagen](#)

Bajo el supuesto de que estamos en un juego de un total de 6 mazos, y se han repartido 2 mazos de forma balanceada (salieron la misma cantidad de cartas altas y bajas)

- ¿Cuál es la cuenta nominal?
- ¿Cuál es la cuenta real?

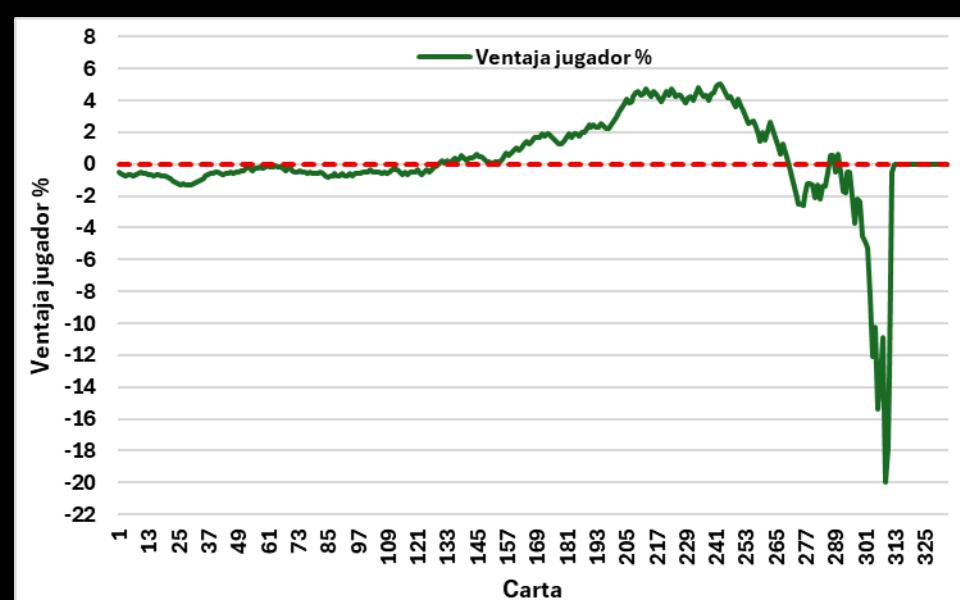


Cuenta real y ventaja del jugador (1/2)

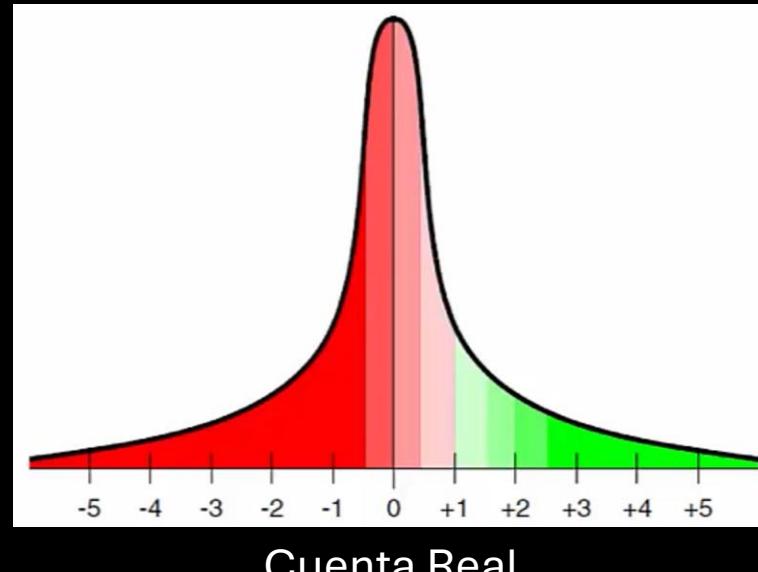
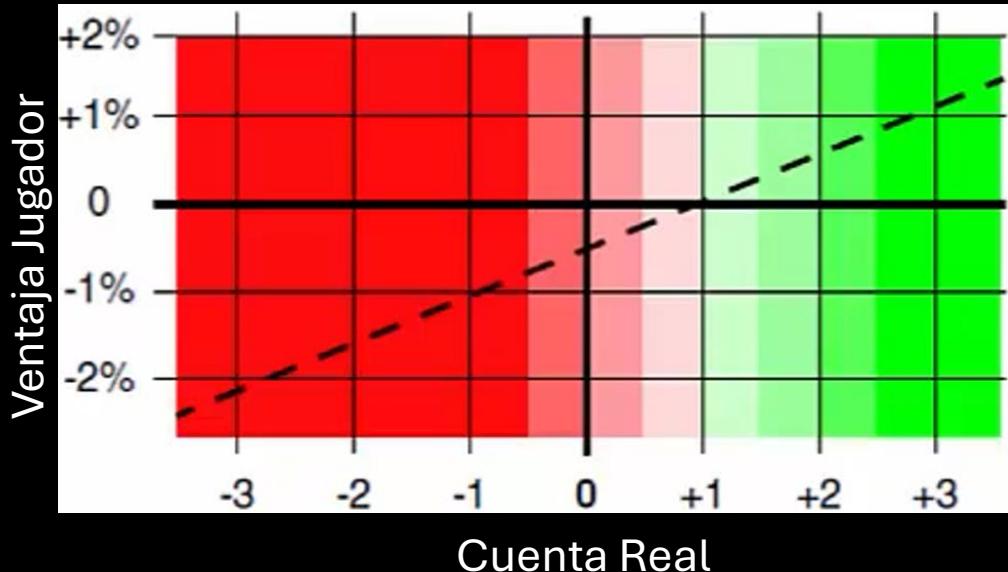


[Ver Excel de simulación](#)

- Cuenta nominal, real y ventaja del jugador están correlacionadas positivamente
- La ventaja del jugador será mayor en la medida que la cuenta sea mayor
- En esta simulación de 6 mazos (312 cartas), notar que cerca de la carta 260 habrá un cambio en la serie real y de ventaja
- En cartas anteriores la cuenta real está más cerca de 0 que la nominal, luego es al revés
- Esto se explica porque al haber menos de un mazo restante, la cuenta real se divide por un número menor a 1, haciendo más sensible la serie (ej, la cuenta real será el doble que la nominal cuando quede medio mazo)
- Notar que no pasaremos por todas las cartas, eso está en función del número de jugadores en la mesa
- Si llegamos a la carta 156 y luego revuelven, tendremos una **penetración de mazo** del 50%. Es importante que este número sea alto para que valga la pena contar cartas
- En Chile actualmente existe una baja penetración de mazo luego de que se implementaron las máquinas barajadoras continuas hace unos años



Cuenta real y ventaja del jugador (2/2)



Supongamos que con cara gana jugador
Con cuenta real de +1 la moneda será
justa

Cuenta > +1 la moneda estará cargada
a salir cara

Cuenta = +2 la moneda tendrá cara un
50,05% de las veces (largo plazo)

Cuenta Real	Ventaja Jugador (aprox)*
-1	-1,0%
0	-0,5%
1	0,0%
2	0,5%
3	1,0%

- Estaremos en una situación favorable la minoría de las veces
- Es en esos momentos donde debemos apostar más fuerte para obtener en el LP un valor esperado positivo
- En cuentas menores a +1, apostar el mínimo
- En momentos de cuentas muy negativas, es preferible abandonar la mesa o dejar que los otros jugadores jueguen las manos hasta que la cuenta real sea más favorable (*wonging*).

A practicar

Sesión 4

Desviaciones (1/2)

- Existirán momentos donde tendremos que desviarnos de las jugadas que hemos aprendido
- Por ejemplo, aprendimos a no tomar seguro ya que en condiciones de equilibrio es más probable que el Dealer no tenga BJ (existe cerca de un 30% de chances de que se tendrá un 10)
- A medida que se desarrolla el juego las cartas restantes pueden estar muy cargadas en altas, llegando a un punto que sea óptimo tomar seguro
- Las desviaciones a las jugadas que hemos aprendido se resumen en una tabla que está en función de la cuenta real. La derivación de esa tabla es algo avanzado que está fuera del alcance de este curso



Desviaciones (2/2)

Duro	2	3	4	5	6	7	8	9	10	As
17	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q
16	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	4+	0+	P
15	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	P	4+	P
14	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	P	Rp	P
13	-1-	Q	Q	Q	Q	P	P	P	P	P
12	3+	2+	0-	Q	Q	P	P	P	P	P
11	D	D	D	D	D	D	D	D	4+	P
10	D	D	D	D	D	D	D	-1-	P	P
9	1+	D	D	D	D	3+	P	P	P	P
8	P	P	P	P	2+	P	P	P	P	P

Suave	2	3	4	5	6	7	8	9	10	As
A,9	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q	Q
A,8	Q	Q	Q	3+	1+	1+	Q	Q	Q	Q
A,7	0+	Q	Q	Q	Q	Q	P	P	1+	
A,6	1+	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A,5	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A,4	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A,3	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
A,2	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P

Pares	2	3	4	5	6	7	8	9	10	As
A,A	S	S	S	S	S	S	S	S	S	P
T,T	N	N	6+	5+	4+	N	N	N	N	N
9,9	S	S	S	S	S	N	S	S	N	N
8,8	S	S	S	S	S	S	S	S	N	N
7,7	S	S	S	S	S	S	N	N	N	N
6,6	S	S	S	S	S	N	N	N	N	N
5,5	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
4,4	N	N	3+	S	S	N	N	N	N	N
3,3	0-	S	S	S	S	S	N	N	N	N
2,2	S	S	S	S	S	N	N	N	N	N

Seguro y dinero equivalente, tomar con 3+

P	Pedir
Q	Quedarse
D	Doblar, sino pedir
S	Separar
N	No Separar
R	Rendirse, sino pedir

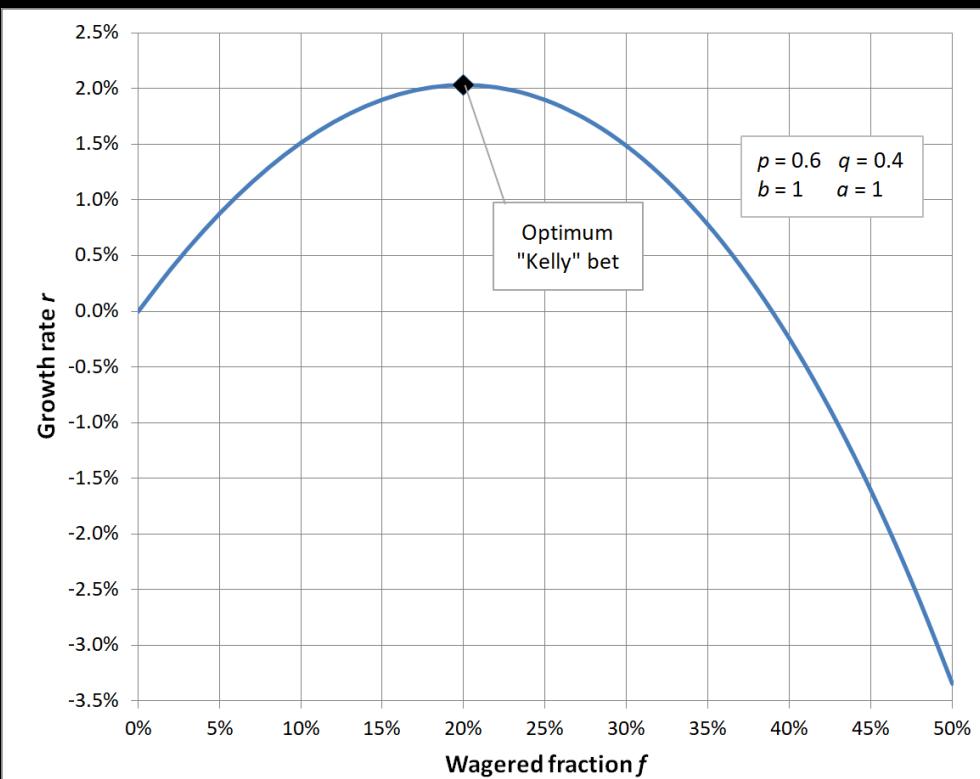
Jugador	v	Dealer	Estrategia Básica	Desviación	Cuenta Real
Seguro			No tomar	Tomar	3+
16	V	10	Pedir	Quedarse	0+
15	V	10	Pedir	Quedarse	4+
T,T	V	5	Quedarse	Separar	5+
T,T	V	6	Quedarse	Separar	4+
10	V	10	Pedir	Doblar	4+
12	V	3	Pedir	Quedarse	2+
12	V	2	Pedir	Quedarse	3+
11	V	As	Pedir	Doblar	1+
9	V	2	Pedir	Doblar	1+
10	V	As	Pedir	Doblar	4+
9	V	7	Pedir	Doblar	3+
16	V	9	Pedir	Quedarse	5+
13	V	2	Quedarse	Pedir	-1-
12	V	4	Quedarse	Pedir	0-
13	v	5	Quedarse	Pedir	-2-
12	V	6	Quedarse	Pedir	-1-
13	v	3	Quedarse	Pedir	-2-

Criterio de Kelly (1/2)

- Una moneda sesgada saca cara con 80% de probabilidad. Suponemos que los pagos de éxito y fracaso son 1:1 y tenemos \$10.000. **¿Qué fracción de nuestro dinero debiésemos apostar en cada lanzamiento para maximizar ganancias a largo plazo? El criterio de Kelly nos da una respuesta**
- Con una gran ventaja a nuestro favor es tentador apostar una gran fracción de nuestro dinero. El problema es que ante un caso de fracaso perderemos mucho, y lo apostado a largo plazo no será rentable
- Por otro lado, apostar muy poco puede que nos cubra de pérdidas grandes en caso de fracaso, pero nuestro dinero crecerá a una tasa muy baja en los casos de éxito
- Por lo tanto, ante escenarios de ventaja con probabilidad de éxito conocida, existe una fracción de riqueza óptima que maximiza nuestras ganancias en el largo plazo.
- Según John Kelly, en el escenario de la moneda debiésemos apostar un 60% de nuestra riqueza (\$6.000 pesos en primer lanzamiento). Si perdemos, tendremos como riqueza \$4.000 y apostaríamos \$2.400. Si ganamos, tendremos como riqueza \$20.000 y apostaríamos \$12.000 en la segunda ronda.



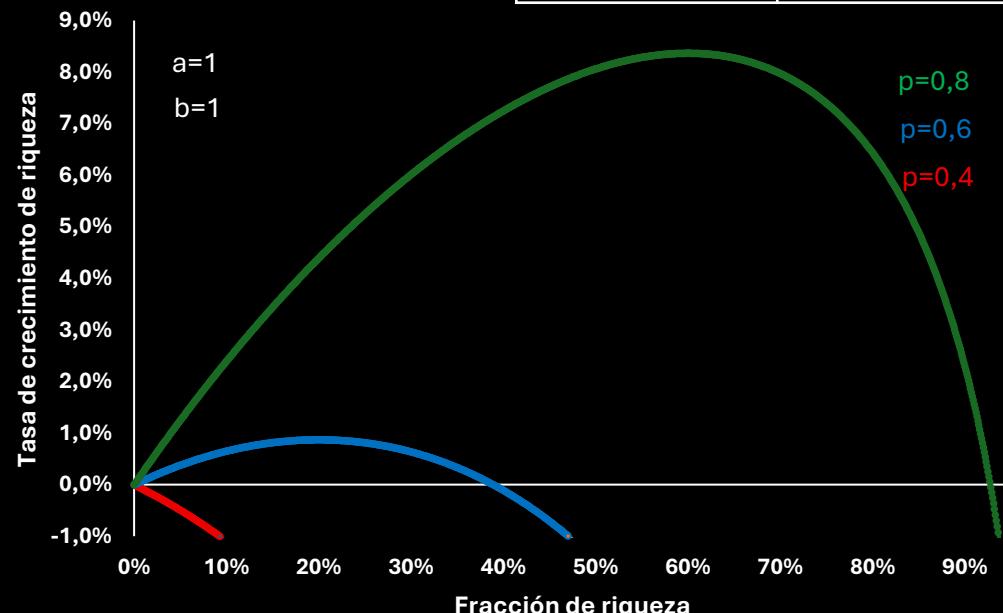
$$f^* = \frac{p \cdot a - (1 - p) \cdot b}{a \cdot b}$$



Criterio de Kelly (2/2)

- El criterio de Kelly es aquella fracción de dinero que maximiza la tasa de crecimiento esperada de nuestra riqueza
- Suponiendo pagos equilibrados de éxito y fracaso 1:1, lo óptimo es no apostar en juegos que tenemos desventaja, $P < 0,5$. Si tenemos éxito asegurado, $P=1$, lo óptimo es apostar todo.
- A medida que aumenta la probabilidad de éxito, apostamos una fracción mayor de nuestra riqueza. Sin embargo, el riesgo aumenta a medida que apostamos más
- Personas aversas al riesgo llegan hasta una unidad de Kelly, dado que más allá se pueden obtener las mismas tasas de crecimiento a un riesgo mayor
- Notar que luego de cierto punto, la tasa de crecimiento es negativa
- La moraleja es que **ante escenarios de ventaja hay que tener cuidado de sobre apostar**
- Criterio de Kelly y Blackjack se relacionan con la cuenta real, la cuál nos da una idea de cuánto es nuestro P
- Kelly nos dará un monto a apostar, nosotros decidimos qué fracción en función de nuestra aversión al riesgo.
- Ante cuentas que no nos dan una ventaja ($P<0,5$), Kelly dice retirarse de la mesa o no jugar esas manos (*wonging*).
- Aplicar a Kelly puede ser complejo dado lo anterior, las apuestas mínimas, máximas y múltiplos disponibles a apostar
- Se recomienda usar monto de Kelly como guía, y un software de apuestas para evaluar retorno y riesgo

$(a,b)=(1,1)$	f^*
$P = 40\%$	0%
$P = 60\%$	20%
$P = 80\%$	60%
$P = 100\%$	100%



Riesgo de Ruina

- Es la probabilidad de perder todo nuestro dinero
- Nos da una idea del riesgo que enfrentamos
- Equipos profesionales de blackjack, como el del MIT, mantenían este número menor a 2%
- El riesgo de ruina disminuye ante un mayor valor esperado, dinero total y menor desviación estándar

$$R = \left(\frac{1 - \frac{W}{SD}}{1 + \frac{W}{SD}} \right)^{\frac{B}{SD}}$$

→ Riesgo de Ruina

Sea

W = Apuestas mínimas esperadas

SD = Desviación estándar en apuestas mínimas

B = N° de apuestas mínimas disponibles

Si $B = 0$ → $R = 1$

Me quedo sin dinero, me arruino

$\frac{W}{SD}$ Ratio retorno-riesgo. Mientras más alto, mayor ventaja, menor riesgo de ruina

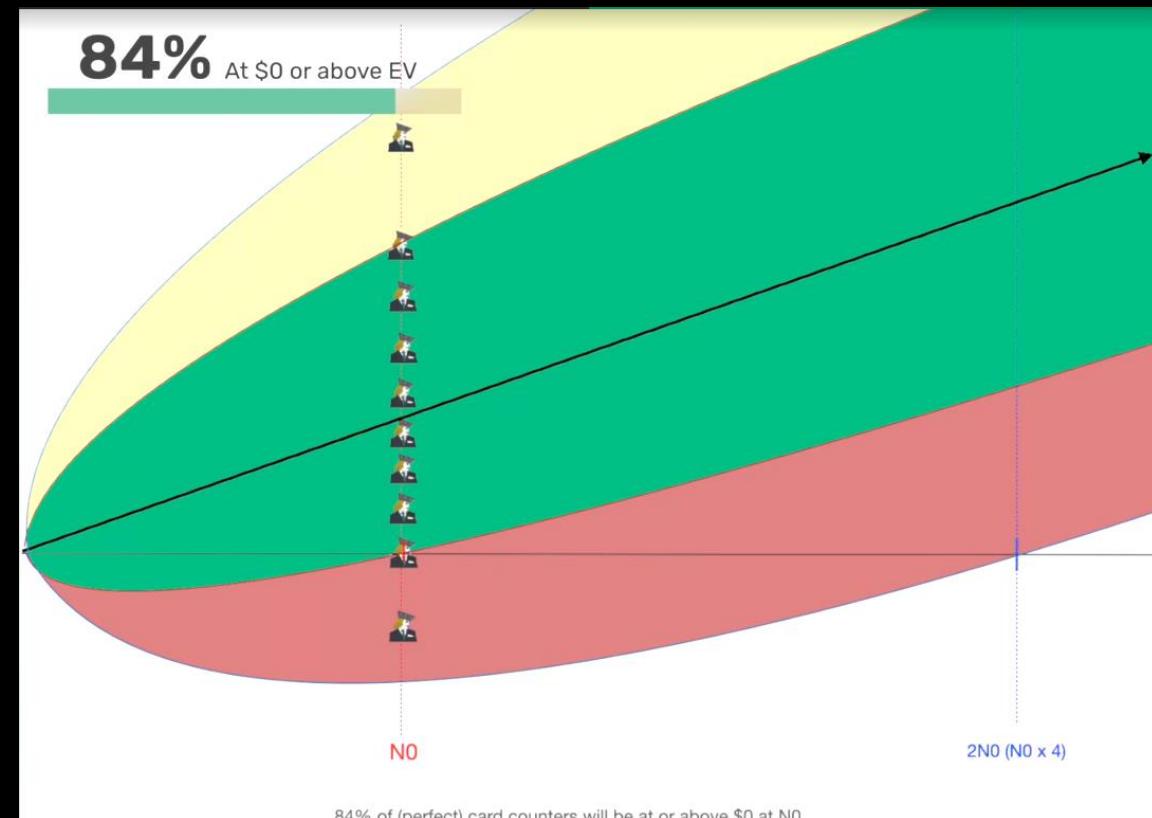
$\frac{B}{SD}$ Ratio dinero total-riesgo. Mientras más alto, riesgo de ruina disminuye más rápido

Momento N-Zero

- Bajo juego perfecto y condiciones favorables, tendremos una ventaja que se verá reflejada en el largo plazo
- **¿Cuándo llegará el largo plazo?**
- Dada la aleatoriedad existente, no existe un número fijo de horas que deban pasar para decir que se llega al largo plazo
- Existen métricas para dar una idea. Una de ellas es el momento N-Zero
- Es el número de horas para que cerca de 2/3 de las veces estemos entre \$0 y una desviación estándar sobre el valor esperado
- En otras palabras, es el número de horas para que con un 84% de probabilidad ganemos dinero

$$N_0 = \left(\frac{\text{desviación estándar}}{\text{valor esperado}} \right)^2$$

	Fórmula	Pr ganancia
N_0	$\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2$	84%
$2N_0$	$4\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2$	97%



Software de apuestas

- Valor esperado, volatilidad, riesgo de ruina y momento N-Zero, son elementos de interés en blackjack
- Dado que están en función de las reglas del juego de cada casino y ciertos supuestos que se tomen, son complejos de calcular
- Para ello se han desarrollado distintos softwares tales como CVCX, y PBS
- Los softwares están en constante desarrollo y son muy valiosos al momento de dar una idea de riesgo-retorno

Rules

Decks	Six	
Players	3	
Rules	S17 DAS RSA	
Decks	Cards	Percent
4.50/6	78	75

Betting

Rounds/Hour	100
Spread	12
<input type="checkbox"/> Back-Counting	
<input checked="" type="checkbox"/> Play Two Hands	
<input type="checkbox"/> Departure Adj.	
<input type="checkbox"/> Half True Counts	

Bankroll/Risk

Bankroll (\$)	\$10000
Trip Bankroll	\$5000
Hours:	40
Risk of Ruin	13.5%
Kelly Factor	1

Simplify

Minimum Bet Size	
Min. Chip Size	5
Minimum Bet (\$)	5
<input type="checkbox"/> Manually Adjust Min Bet	
<input type="checkbox"/> Freeze Custom Bets	

Risk (Trip Ruin is first row)

Goal to Win:	10000	
Goal	Hours	Risk
Infinite	40	2.918%
Infinite	Infinite	23.91%
10000	40	2.92%
10000	Infinite	22.89%

Optimal Bets

Count	Count Freq.	Win/Loss	Standard Deviation	Exact	Chips
<= -3	9.32%	-2.67%	1.179	1.00	
-2	7.25%	-1.43%	1.166	1.00	
-1	12.93%	-0.90%	1.161	1.00	
0	42.03%	-0.28%	1.158	1.00	
1	12.45%	0.44%	1.160	3.45	2x15
2	7.01%	1.01%	1.161	7.93	2x40
3	3.98%	1.55%	1.162	12.00	
4	2.28%	2.09%	1.168	12.00	
5	1.28%	2.76%	1.179	12.00	
6	.71%	3.32%	1.190	12.00	
7	.38%	4.10%	1.200	12.00	
8	.20%	4.66%	1.203	12.00	
9	.10%	5.33%	1.202	12.00	
10	.05%	5.84%	1.198	12.00	

Expected Results

Win:	\$1,033
Actual Result:	0
Expected:	\$1,033
Standard Dev:	-0.38
Probability of this result or better:	64.96%

Results

Bets	Results	Std Dev	Risk of Ruin	Rounds
Bets	Win/Hour	Hour	Ruin	No
Optimal	\$25.82	\$425.05	5.7%	27,110
Custom	\$25.82	\$425.05	5.7%	27,110

Player Settings

Bet Spread

Index	Value	Hands	Etc.
Reset	1X 2X	...	
-3	0	1X 2X	...
-2	0	1X 2X	...
-1	10	1X 2X	...
0	10	1X 2X	...
1	20	1X 2X	...
2	30	1X 2X	...
3	40	1X 2X	...
4	50	1X 2X	...
5	50	1X 2X	...
6	50	1X 2X	...
7	50	1X 2X	...

Table Rules

Number Of Decks

Additional Settings

Trip Bankroll

Expected Value	1 Standard Deviation	Risk of Ruin	Hours 'til N-0
\$19.43/hr	± \$331.45	2.90%	291.14 Hours

Fin del curso

Anexos y demostraciones

Seguro (1/2)

$$\text{Ventaja Seguro} = \underbrace{\text{Pago Seguro} * \Pr(\text{Seguro})}_{2} + \underbrace{\text{Pago no Seguro} * \Pr(\text{No seguro})}_{-1}$$

Con 1 mazo

$$\text{Ventaja Seguro} = 2 * \left(\underbrace{\frac{16}{52-1}}_{\Pr \text{ 10 dado As descubierto}} \right) - \left(\underbrace{\frac{36-1}{52-1}}_{\Pr \text{ As-9 dado As descubierto}} \right)$$

$$\boxed{\text{Ventaja Seguro} \approx -5,9\%}$$

Con 2 mazos

$$\text{Ventaja Seguro} = 2 * \left(\underbrace{\frac{32}{104-1}}_{\Pr \text{ 10 dado As descubierto}} \right) - \left(\underbrace{\frac{72-1}{104-1}}_{\Pr \text{ As-9 dado As descubierto}} \right)$$

$$\boxed{\text{Ventaja Seguro} \approx -6,8\%}$$

Con infinitos mazos

$$\text{Ventaja Seguro} = 2 * \left(\frac{16}{52} \right) - \left(\frac{36}{52} \right)$$

$$\boxed{\text{Ventaja Seguro} \approx -7,7\%}$$

∴ Sea n el N° de mazos:

$$\text{Ventaja Seguro} = 2 * \left(\frac{16 \cdot n}{52 \cdot n - 1} \right) - \left(\frac{36 \cdot n - 1}{52 \cdot n - 1} \right)$$

$$\text{Ventaja Seguro} = \left(\frac{32 \cdot n - (36 \cdot n - 1)}{52 \cdot n - 1} \right)$$

$$\boxed{\text{Ventaja Seguro} = \frac{-4n + 1}{52n - 1}}$$

Seguro (2/2)

$$\boxed{\text{Ventaja Seguro} = \frac{-4n + 1}{52n - 1}}$$

$$\frac{d \text{ Ventaja seguro}}{dn} = \frac{-4 \cdot (52n-1) - (-4n+1) \cdot 52}{[52n-1]^2}$$

$$\frac{d \text{ Ventaja seguro}}{dn} = \frac{4 - 208n + 208n - 52}{[52n-1]^2}$$

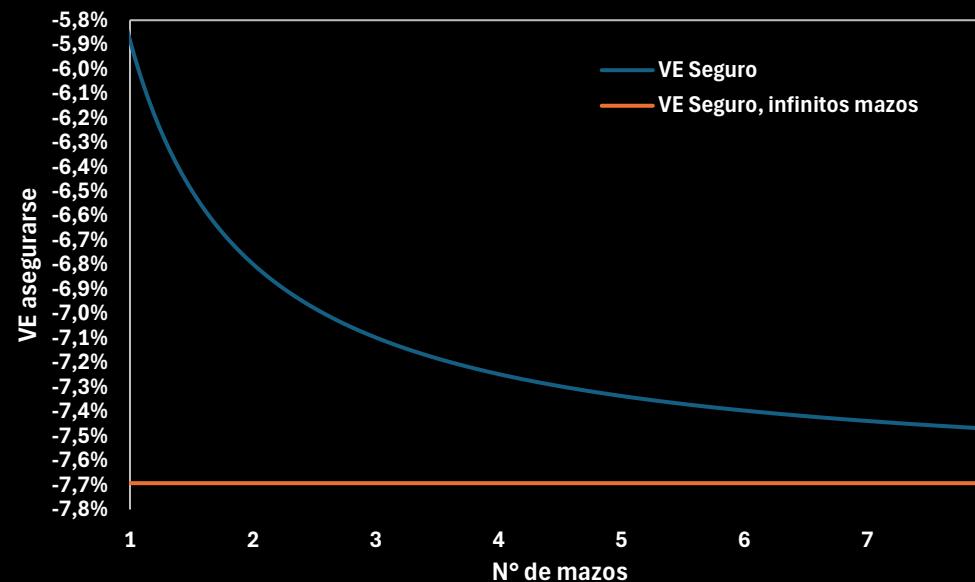
$$\frac{d \text{ Ventaja seguro}}{dn} = -\frac{48}{[52n-1]^2}$$

L'Hopital

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Ventaja Seguro} = \frac{\frac{d(-4n + 1)}{dn}}{\frac{d(52n - 1)}{dn}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Ventaja Seguro} = \frac{-4}{52}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Ventaja Seguro} \approx -7,7\%$$



Nº Mazos	Ventaja Seguro
1	-5,9%
2	-6,8%
3	-7,1%
4	-7,2%
5	-7,3%
6	-7,4%
7	-7,4%
8	-7,5%
∞	-7,7%

Par perfecto (1/3)

$$Pr_{\text{Tipo de par}} = \frac{\text{Nº combinaciones que forman tipo de par}}{\text{Nº total de combinaciones con 2 cartas}}$$

| Sea:

N = N° de Mazos

Con 2 mazos

$$Total\ combinaciones = C_2^{104} = \frac{104!}{2! \cdot (104 - 2)!} = \frac{104!}{2! \cdot 102!} = \frac{104 \cdot 103}{2}$$

∴ Con N mazos

$$Total\ combinaciones = C_2^{52N} = \frac{52N(52N - 1)}{2}$$

Con 3 mazos

$$Total\ combinaciones = C_2^{156} = \frac{156!}{2! \cdot (156 - 2)!} = \frac{156!}{2! \cdot 154!} = \frac{156 \cdot 155}{2}$$

Con N mazos

$$\text{Combinaciones perfecto} = \underbrace{13 \cdot 4}_{\substack{\text{valores de} \\ \text{cartas}}} \cdot \underbrace{C_2^N}_{\substack{\text{palos} \\ \text{distintos}}} = \frac{52N(N-1)}{2}$$

$$\text{Combinaciones}_{\text{color}} = 13 \cdot 2 \cdot N^2 = 26N^2$$

$$\boxed{Combinaciones_{mixta} = \underbrace{13}_{\text{ }} \cdot \underbrace{4}_{\text{ }} \cdot \underbrace{N^2}_{\text{ }} = 52N^2}$$

valores de cartas Comb mixtas

Par perfecto (2/3)

$$Pr_{perfecto} = \frac{\frac{52N(N-1)}{2}}{\frac{52N(52N-1)}{2}}$$

$$Pr_{perfecto} = \frac{52N(N-1)}{52N(52N-1)}$$

$$Pr_{perfecto} = \frac{N-1}{52N-1}$$

$$Pr_{color} = \frac{\frac{26N^2}{2}}{\frac{52N(52N-1)}{2}}$$

$$Pr_{color} = \frac{26N^2}{26N(52N-1)}$$

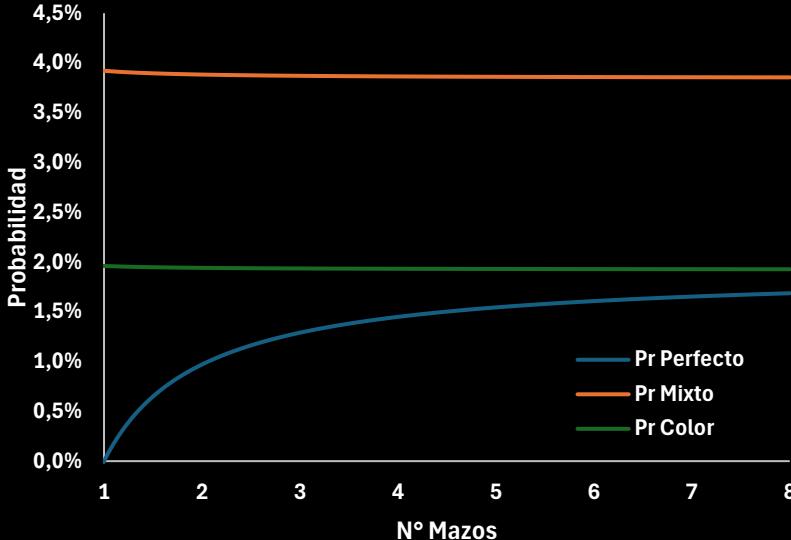
$$Pr_{Color} = \frac{N}{52N-1}$$

$$Pr_{mixto} = \frac{\frac{52N^2}{2}}{\frac{52N(52N-1)}{2}}$$

$$Pr_{mixto} = \frac{52N^2}{26N(52N-1)}$$

$$Pr_{mixto} = \frac{2N}{52N-1}$$

Sea:

a = Pago par perfecto**b** = Pago par de color**c** = Pago par mixto

$$VE = a \cdot Pr_{perfecto} + b \cdot Pr_{color} + c \cdot Pr_{mixto} - Pr_{no\ par}$$

$$VE = a \cdot \frac{N-1}{52N-1} + b \cdot \frac{N}{52N-1} + c \cdot \frac{2N}{52N-1} - \left(1 - \frac{N-1}{52N-1} - \frac{N}{52N-1} - \frac{2N}{52N-1}\right)$$

$$VE = \frac{a(N-1)+bN+2cN}{52N-1} - \left(\frac{52N-1-(N-1)-N-2N}{52N-1}\right)$$

$$VE = \frac{a(N-1)+bN+2cN}{52N-1} - \frac{48N}{52N-1}$$

$$VE = \frac{a(N-1)+bN+2cN-48N}{52N-1}$$

$$VE = \frac{aN-a+bN+2cN-48N}{52N-1}$$

$$VE = \frac{N(a+b+2c-48)-a}{52N-1}$$

Nº Mazos	Pr Perfecto	Pr Color	Pr Mixto	Pr No Par
1	0,0%	2,0%	3,9%	94,1%
2	1,0%	1,9%	3,9%	93,2%
3	1,3%	1,9%	3,9%	92,9%
4	1,4%	1,9%	3,9%	92,8%
5	1,5%	1,9%	3,9%	92,7%
6	1,6%	1,9%	3,9%	92,6%
7	1,7%	1,9%	3,9%	92,6%
8	1,7%	1,9%	3,9%	92,5%

Par perfecto (3/3)

$$VE = \frac{N(a+b+2c-48)-a}{52N-1}$$

$$\frac{d VE \text{ par perfecto}}{dn} = \frac{(a + b + 2c - 48)(52n - 1) - [n(a + b + 2c - 48) - a] \cdot 52}{[52n-1]^2}$$

$$\frac{d VE \text{ par perfecto}}{dn} = \frac{(a + b + 2c - 48)(52n - 1) - 52n(a + b + 2c - 48) + 52a}{[52n-1]^2}$$

$$\frac{d VE \text{ par perfecto}}{dn} = \frac{(a + b + 2c - 48)(52n - 1 - 52n) + 52a}{[52n-1]^2}$$

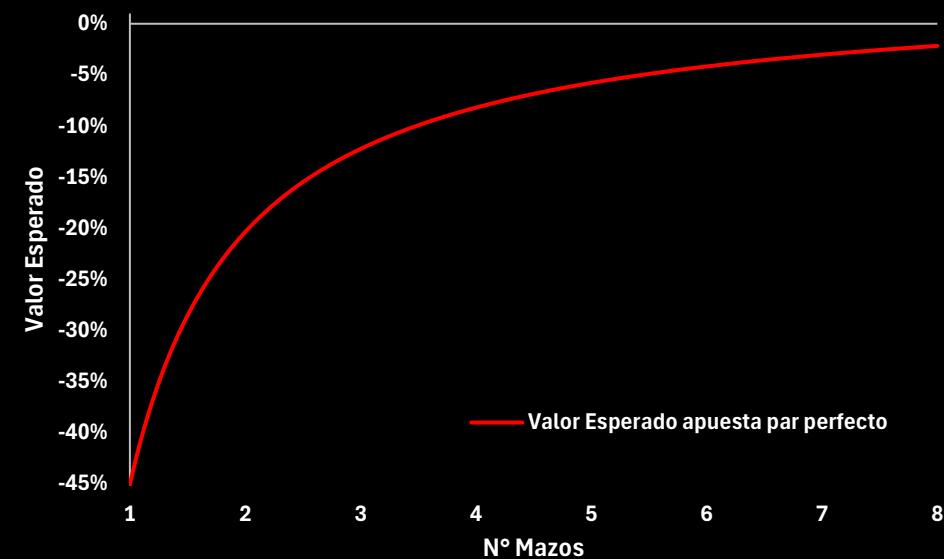
$$\frac{d VE \text{ par perfecto}}{dn} = \frac{52a - (a + b + 2c - 48)}{[52n-1]^2}$$

L'Hopital

$$\lim_{n \rightarrow \infty} VE \text{ par perfecto} = \frac{\frac{d(n(a + b + 2c - 48) - a)}{dn}}{\frac{d(52n - 1)}{dn}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} VE \text{ par perfecto} = \frac{a + b + 2c - 48}{52}$$

Nº Mazos	VE*
1	-45,1%
2	-20,4%
3	-12,3%
4	-8,2%
5	-5,8%
6	-4,2%
7	-3,0%
8	-2,2%
∞	3,9%



Probabilidad de Blackjack (1/2)

$\Pr(\text{BJ}) = \Pr(\text{Obtener As y un 10})$

Con 1 mazo

$$\text{Probabilidad de Blackjack} = \left[\Pr(\text{10 y luego AS}) + \Pr(\text{AS y luego 10}) \right]$$

$$\left(\frac{16}{52} \right) * \left(\frac{4}{51} \right) + \left(\frac{4}{52} \right) * \left(\frac{16}{51} \right)$$

$\boxed{\text{Probabilidad de Blackjack} \approx 4,83\%}$

Con 2 mazos

$$\Pr(\text{10 y luego AS}) + \Pr(\text{AS y luego 10})$$

$$\left(\frac{32}{104} \right) * \left(\frac{8}{103} \right) + \left(\frac{8}{104} \right) * \left(\frac{32}{103} \right)$$

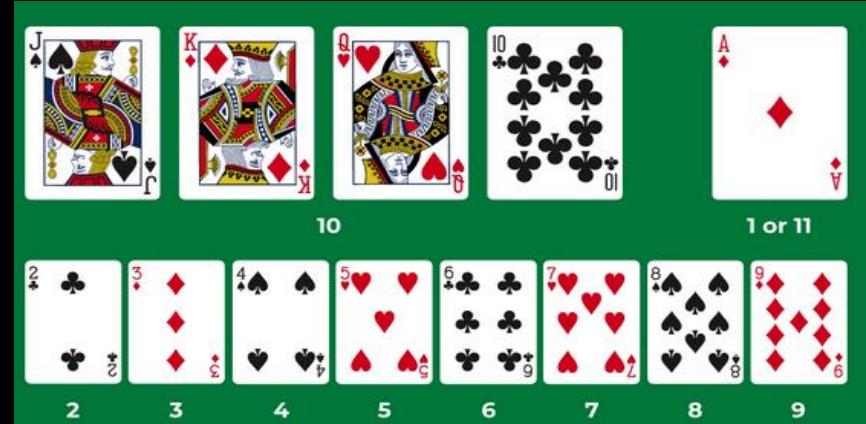
$\boxed{\text{Probabilidad de Blackjack} \approx 4,78\%}$

Con infinitos mazos (supuesto implícito de reposición de cartas)

$$\Pr(\text{10 y luego AS}) = \Pr(\text{Tener 10}) * \Pr(\text{Tener As})$$

$$= \underbrace{2}_{\text{Orden no importa}} * \left(\frac{16}{52} \right) * \left(\frac{4}{52} \right)$$

$\boxed{\text{Probabilidad de Blackjack} \approx 4,73\%}$



\therefore Sea n el N° de mazos:

$$\Pr(\text{BJ}) = \frac{16*n}{52*n} * \frac{4*n}{52*n-1} + \frac{4*n}{52*n} * \frac{16*n}{52*n-1}$$

$$\Pr(\text{BJ}) = \frac{4}{13} * \frac{4*n}{52*n-1} + \frac{1}{13} * \frac{16*n}{52*n-1}$$

$$\Pr(\text{BJ}) = \frac{16*n}{13(52*n-1)} + \frac{16*n}{13(52*n-1)}$$

$$\boxed{\Pr(\text{BJ}) = \frac{32n}{13(52n-1)}}$$

Probabilidad de Blackjack (2/2)

$$\Pr(BJ) = \frac{32n}{13(52n-1)}$$

$$\frac{d\Pr(BJ)}{dn} = \frac{32 * 13(52n - 1) - 32n * 676}{[13(52n-1)]^2}$$

$$\frac{d\Pr(BJ)}{dn} = \frac{21632n - 416 - 21632n}{169(52n-1)^2}$$

$$\frac{d\Pr(BJ)}{dn} = \frac{-416}{169(52n-1)^2}$$

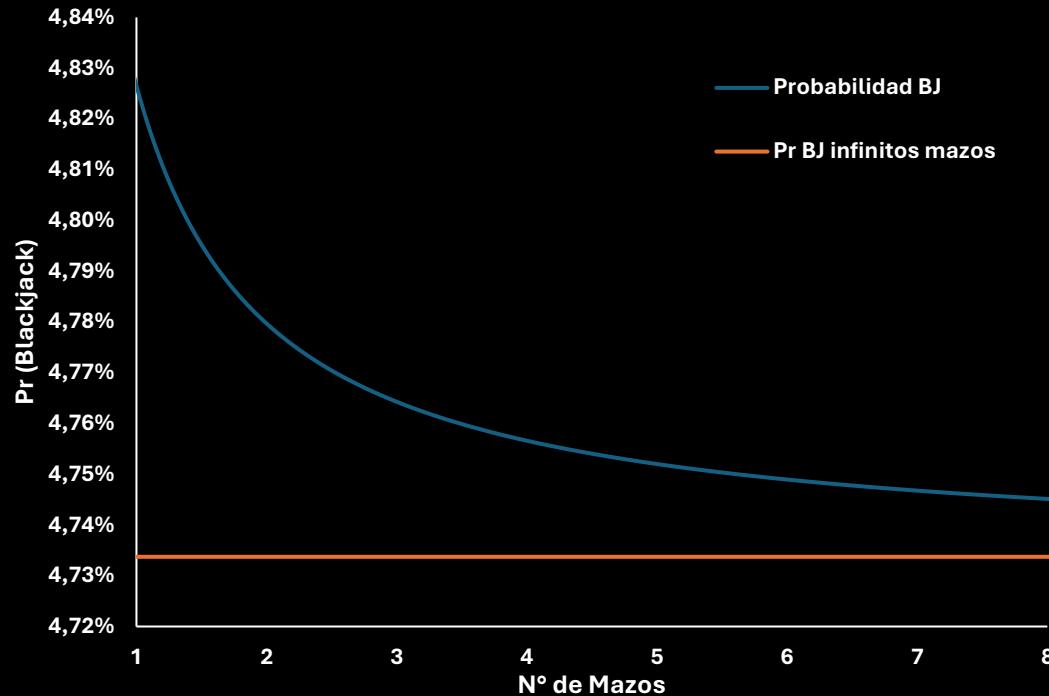
$$\frac{d\Pr(BJ)}{dn} = \frac{-32}{13(52n-1)^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Pr(BJ) = \frac{\frac{d(32n)}{dn}}{\frac{d(13(52n-1))}{dn}}$$

L'Hopital

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Pr(BJ) = \frac{32}{13 * 52} = \frac{32}{676}$$

$$\boxed{\lim_{n \rightarrow \infty} Pr(BJ) \approx 4,73\%}$$



Nº Mazos	Pr Blackjack
1	4,827%
2	4,780%
3	4,764%
4	4,757%
5	4,752%
6	4,749%
7	4,747%
8	4,745%
∞	4,734%

Estrategia Básica

ES10 SURRENDER

DEALER UPCARD

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	
16								SUR	SUR		
15								SUR			
14								SUR			
8,8								SUR			
KEY	SUR	Surrender									

INSURANCE OR EVEN MONEY: DON'T TAKE

SOFT TOTALS

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	
A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
A,8	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
A,7	S	Ds	Ds	Ds	Ds	S	S	H	H	H	
A,6	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H	
A,5	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H	
A,4	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H	
A,3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H	
A,2	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H	

KEY	H	Hit
	S	Stand
	D	Double if allowed, otherwise hit
	Ds	Double if allowed, otherwise stand

PAIR SPLITTING

DEALER UPCARD

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
A,A	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	H
T,T	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
9,9	Y	Y	Y	Y	Y	N	Y	Y	N	N
8,8	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N
7,7	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N
6,6	Y/N	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N
5,5	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
4,4	N	N	N	Y/N	Y/N	N	N	N	N	N
3,3	Y/N	Y/N	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N
2,2	Y/N	Y/N	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N

KEY	Y	Split the Pair
	N	Don't Split the Pair
	Y/N	Split if 'Double after Split (DAS)' is offered, otherwise do not split

HARD TOTALS

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
13	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H

KEY	H	Hit
	S	Stand
	D	Double if allowed, otherwise hit

Desviaciones

Red Numbers indicate the index that the true count must meet to deviation from basic strategy
 '+' after the index number indicates the deviation happens at that true count and above
 '-' after the index number indicates the deviation happens at the true count and below
 0- indicates the deviation happens at any negative running count
 0+ indicates the deviation occurs at any positive running count

[volver programa](#)
[volver desviaciones](#)

ES10 SURRENDER

DEALER UPCARD

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
17									5+	
16							4+	-1-	SUR	
15								2+	SUR	
14								-1-		
13								3+		
8,8									SUR	

KEY SUR Surrender

INSURANCE OR EVEN MONEY: TAKE AT 3+

SOFT TOTALS

DEALER UPCARD

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,8	S	S	3+	1+	1+	S	S	S	S	S
A,7	0+	Ds	Ds	Ds	Ds	S	S	H	H	1+
A,6	1+	D	D	D	H	H	H	H	H	H
A,5	H	H	D	D	H	H	H	H	H	H
A,4	H	H	D	D	H	H	H	H	H	H
A,3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
A,2	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H

KEY H Hit
 S Stand
 D Double if allowed, otherwise hit
 Ds Double if allowed, otherwise stand

PAIR SPLITTING

DEALER UPCARD

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
A,A	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	H
T,T	N	N	6+	5+	4+	N	N	N	N	N
9,9	Y	Y	Y	Y	Y	N	Y	Y	N	N
8,8	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N
7,7	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N
6,6	Y/N	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N	N
5,5	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
4,4	N	N	3+/N	Y/N	Y/N	N	N	N	N	N
3,3	O-/N	Y/N	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N
2,2	Y/N	Y/N	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N

KEY Y Split the Pair

Y/N Split if 'Double After Split (DAS)' is offered, otherwise do not split

N Don't Split the Pair

HARD TOTALS

DEALER UPCARD

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	4+	O+	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	4+	H
14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
13	-1-	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	3+	2+	O-	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	4+	H
10	D	D	D	D	D	D	D	-1-	H	H
9	1+	D	D	D	D	3+	H	H	H	H
8	H	H	H	H	2+	H	H	H	H	H

KEY H Hit

S Stand

D Double if allowed, otherwise hit

Criterio de Kelly

$$W_0$$

$$W_1 = W_0(1 + f \cdot a) \quad W_1 = W_0(1 - f \cdot b)$$

$$W_n = W_0(1 + f \cdot a)^k \cdot (1 - f \cdot b)^{n-k} \quad | \text{ Luego de } n \text{ apuestas}$$

$$\log(W_n) = \log[W_0 (1 + f \cdot a)^k \cdot (1 - f \cdot b)^{n-k}] \quad | \text{ Aplicamos log para tasa de crecimiento}$$

$$\log(W_n) = \log(W_0) + \log((1 + f \cdot a)^k) + \log((1 - f \cdot b)^{n-k})$$

$$\log(W_n) = \log(W_0) + k \cdot \log(1 + f \cdot a) + (n - k) \cdot \log(1 - f \cdot b)$$

$$\frac{1}{n} \log(W_n) = \frac{1}{n} \log(W_0) + \frac{k}{n} \log(1 + f \cdot a) + \left(1 - \frac{k}{n}\right) \log(1 - f \cdot b) \quad | \text{ Aplicamos uno conveniente para tasa crecimiento esperada (promedio) y obtenemos prob éxito}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log(W_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \underbrace{\left[\frac{1}{n} \log(W_0) + p \cdot \log(1 + f \cdot a) + (1 - p) \cdot \log(1 - f \cdot b) \right]}_0 \quad | \text{ Aplicamos límite para obtener tasa crecimiento esperada de largo plazo}$$

$$G(f) = p \cdot \log(1 + f \cdot a) + (1 - p) \cdot \log(1 - f \cdot b)$$

$$\frac{dG(f)}{df} \rightarrow p \cdot \frac{a}{1 + f \cdot a} + (1 - p) * \frac{-b}{1 - f \cdot b} = 0 \quad | \text{ Derivamos respecto a parámetro de control } f \text{ (qué fracción de riqueza ponemos en riesgo)}$$

$$\frac{p \cdot a}{1 + f \cdot a} = \frac{(1 - p) \cdot b}{1 - f \cdot b}$$

Sea

W_0 = Dinero inicial

W_n = Dinero en apuesta n

f = fracción de dinero en riesgo

a = pagos apuesta exitosa

b = pago apuesta fallida

k = Número éxitos

p = Probabilidad éxito ($\frac{k}{n}$)

$$(p \cdot a) \cdot (1 - f \cdot b) = (1 - p) \cdot b \cdot (1 + f \cdot a)$$

$$p \cdot a - p \cdot a \cdot f \cdot b = b + b \cdot f \cdot a - b \cdot p - b \cdot p \cdot f \cdot a$$

$$p \cdot a = b + b \cdot f \cdot a - b \cdot p$$

$$f^* = \frac{p \cdot a}{a \cdot b} - \frac{b}{a \cdot b} + \frac{b \cdot p}{a \cdot b}$$

$$f^* = \frac{p \cdot a - (1 - p) \cdot b}{a \cdot b}$$

Riesgo de ruina

$$R = \left(\frac{1 - \frac{W}{SD}}{1 + \frac{W}{SD}} \right)^{\frac{B}{SD}}$$

$$\ln(R) = \ln \left[\left(\frac{1 - \frac{W}{SD}}{1 + \frac{W}{SD}} \right)^{\frac{B}{SD}} \right]$$

$$\ln(R) = \frac{B}{SD} \ln \left(\frac{1 - \frac{W}{SD}}{1 + \frac{W}{SD}} \right)$$

$$B = \frac{SD * \ln(R)}{\ln \left(\frac{1 - \frac{W}{SD}}{1 + \frac{W}{SD}} \right)}$$



Nº de apuestas mínimas requeridas para mantener un riesgo de ruina determinado

I now present for the first time. Let:

$N(\cdot)$ = the cumulative normal density function of (\cdot) ,
 e = the base of the natural logarithm system (≈ 2.7183),
 B = the short-term bankroll, expressed as a *negative* number of starting units,

ev = expected value, or win, for the trip, in units,

sd = standard deviation of the win, in units, and

var = variance of the win (the square of the sd), in units squared.

Then, the risk, r , of losing one's entire bankroll at any time during the trip is given by:

$$r = N((B - ev)/sd) + e^{((2 \times ev \times B)/var)} \times N((B + ev)/sd).$$

Fórmula de Don Schlesinger

Momento N-Zero (1/2)

Suponemos que se juegan muchas manos de tal forma que aplica el teorema central del límite, con una ganancia luego de t horas aproximándose a una distribución normal.

$$G_t \sim N(\mu \cdot t, \sigma^2 \cdot t)$$

$$\text{intervalo a } 1 \text{ DS} = [\underbrace{\mu t - \sigma\sqrt{t}, \mu t + \sigma\sqrt{t}}_{68\%}]$$

Sea

G_t = ganancia luego de t horas

μ = valor esperado por hora

σ^2 = varianza por hora

Para que la cota inferior del intervalo sea \$0 y lleguemos al intervalo deseado

$$[0, \mu t + \sigma\sqrt{t}]$$

Debe cumplirse que:

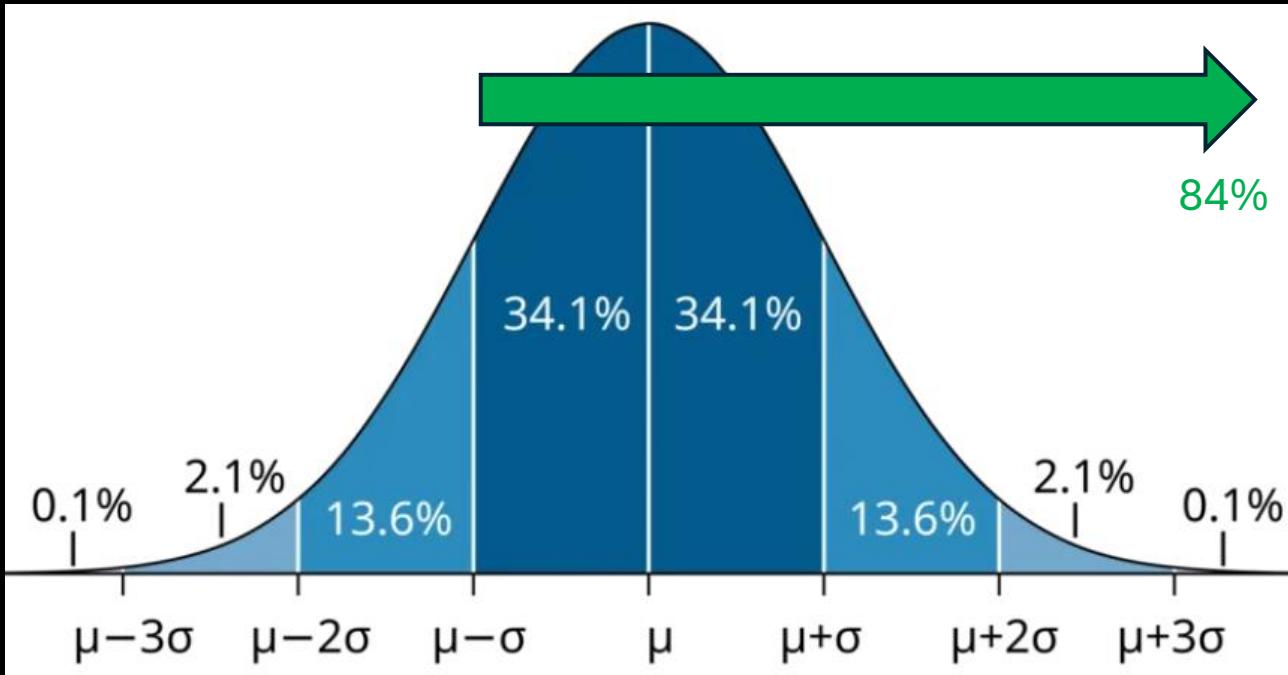
$$\mu t - \sigma\sqrt{t} = 0$$

$$\mu t = \sigma\sqrt{t}$$

$$\mu^2 t^2 = \sigma^2 t$$

$$\mu^2 t = \sigma^2$$

$$t = \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^2$$



Momento N-Zero (2/2)

$$\text{intervalo a } 2 DS = \underbrace{[\mu t - 2\sigma\sqrt{t}, \mu t + 2\sigma\sqrt{t}]}_{95\%}$$

Para que la cota inferior del intervalo sea \$0\$ y lleguemos al intervalo deseado: $[0, \mu t + 2\sigma\sqrt{t}]$

Debe cumplirse que:

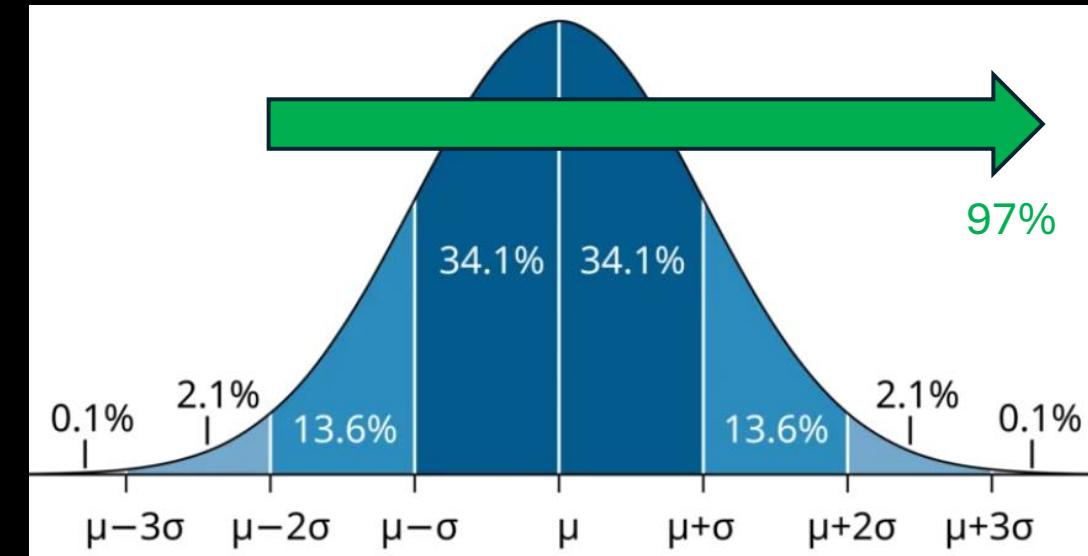
$$\mu t - 2\sigma\sqrt{t} = 0$$

$$\mu t = 2\sigma\sqrt{t}$$

$$\mu^2 t^2 = 4\sigma^2 t$$

$$\mu^2 t = 4\sigma^2$$

$$t = 4 \cdot \left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2$$



∴

	Fórmula	Pr ganancia
N_0	$\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2$	84%
$2N_0$	$4\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2$	97%

Desarrollo de softwares



Colin
Administrator
@colin



BUG FIXES:

Removed “blended divisor” logic

When the original code was written, it was based on truncating, but rounding up bets if you were within $\frac{1}{4}$ of a deck. That seems to fit how people play and until we had more developer capacity it worked as a compromise between truly truncating and truly rounding. This is also why PBS has always been close to CVData in our sims, but then if someone picks a different option, it makes it look like PBS is way off.

WELL, to remove ambiguity, confusion, and the fear that our “numbers are wrong,” we’ve removed this logic from the code and replaced it with the user option of Truncating or Rounding.

I hope this doesn’t cause more confusion or frustration. I am very happy to have a nuanced discussion about all of this on a live chat or something. But for now, hopefully this explains our methodology and how PBS now functions.

Behavior Change: Woging

In the old sim, when user put \$0 in bet spread, they’re still playing at the table but wagering \$0. Cards are still dealt to them (impacting cards used per round). Now, when the user puts \$0 in their bet spread, it’s an actual sit out / wong out scenario and no cards are dealt.

This also affects rounds per hour when you sit out, since the game speeds up when your spots aren’t being played.

Fixed several buggy deviation strategies

In the old sim, there were a few edge cases where incorrect decisions were made. They had negligible impact on outputs, but still good to correct, which we did.

Heads up with \$0 bets are not allowed anymore.

Woging out at a heads up game is not allowed. It really threw off the EV by allowing that.

Expanded deviation fully supported.



Custom 1x/2x bet spread: Previously, once a user switched to 2 hands at a certain true count, they were locked into 2 hands for all higher counts. Now, users can define any bet spread pattern they like, with PBS setting “Additional Settings → Flexible One or Two Hands” toggled.

Added deck divisor option (full, half, quarter deck)

Added deck estimator option (round, truncate)

Running Sim Check: Before starting a new sim, the system checks if one is already running. If so, a message displays: “Sim is already running” in PBS, and the new one won’t trigger.

Run Sim rate limiting: 5 sim per user per minute

Diferencias entre softwares

[volver programa](#)
[volver softwares](#)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1	Decks	Players	1-2x	Dev	DD	Pen	H17	DAS	RSA	Sr	HC	DE	CVData EV	PBS EV	Diff	CVData SD	PBS SD	Diff	CVData Ror	PBS Ror	Diff	CVData N0	PBS N0	Diff
12	2	1	No	Std	Half	1.25	Yes	Yes	No	No	US	Trunc	\$44.09	\$41.66	-5.83%	\$540.45	\$524.00	-3.14%	4.90%	4.78%	-2.51%	150.23	158.22	5.05%
13	2	1	No	EXP	Half	1.25	Yes	Yes	No	No	US	Trunc	\$45.22	\$43.11	-4.89%	\$547.70	\$532.12	-2.93%	4.90%	4.73%	-3.59%	146.67	152.38	3.75%
14	2	1	Yes	Std	Half	1.25	Yes	Yes	No	No	US	Trunc	\$67.70	\$64.91	-4.30%	\$759.73	\$735.29	-3.32%	9.50%	9.01%	-5.44%	125.94	128.34	1.87%
15	2	1	Yes	Std	Quarter	1.25	Yes	Yes	No	No	US	Trunc	\$72.58	\$69.34	-4.67%	\$802.18	\$782.04	-2.58%	10.40%	10.30%	-0.97%	122.15	127.21	3.98%
16	2	1	No	Std	Half	1.25	No	Yes	No	No	ENHC	Trunc	\$42.90	\$39.46	-8.72%	\$532.30	\$511.89	-3.99%	4.80%	4.89%	1.84%	153.99	168.31	8.51%
17	2	5	No	EXP	Half	1.25	Yes	Yes	Yes	No	US	Trunc	\$40.31	\$40.22	-0.22%	\$512.41	\$494.45	-3.63%	4.60%	3.70%	-24.32%	161.58	151.13	-6.91%
18	2	5	No	EXP	Half	1.25	Yes	Yes	Yes	No	US	Round	\$49.03	\$48.60	-0.88%	\$602.57	\$593.66	-1.50%	6.70%	6.30%	-6.35%	151.06	149.23	-1.23%
19	2	5	No	EXP	Half	1.25	Yes	No	Yes	No	US	Round	\$44.89	\$44.90	0.02%	\$595.24	\$584.28	-1.88%	7.90%	7.17%	-10.18%	175.86	169.31	-3.87%
20	6	1	No	Std	Half	5	No	Yes	Yes	Yes	US	Trunc	\$34.94	\$34.39	-1.60%	\$451.73	\$446.78	-1.11%	3.20%	3.17%	-0.95%	167.14	168.76	0.96%
21	6	1	No	Std	Half	5	No	No	Yes	Yes	US	Trunc	\$31.24	\$30.84	-1.30%	\$446.24	\$441.35	-1.11%	4.30%	4.19%	-2.63%	204.03	204.78	0.37%
22	6	1	No	Std	Half	5	Yes	No	Yes	Yes	US	Trunc	\$27.85	\$27.73	-0.43%	\$446.38	\$441.61	-1.08%	6.10%	5.80%	-5.17%	256.96	253.56	-1.34%
23	6	1	No	Std	Half	5	Yes	No	No	Yes	US	Trunc	\$25.84	\$25.75	-0.35%	\$445.94	\$440.94	-1.13%	7.40%	7.05%	-4.96%	297.93	293.17	-1.62%
24	6	1	No	Std	Half	5	Yes	Yes	No	Yes	US	Trunc	\$29.03	\$29.09	0.21%	\$451.45	\$446.57	-1.09%	5.80%	5.39%	-7.61%	241.81	235.73	-2.58%
25	6	1	No	Std	Half	5	Yes	Yes	No	No	US	Trunc	\$24.34	\$24.27	-0.29%	\$459.37	\$454.58	-1.05%	9.90%	9.52%	-3.99%	356.21	350.75	-1.56%
26	6	1	No	Std	Half	5	Yes	Yes	Yes	No	US	Trunc	\$26.47	\$26.24	-0.88%	\$460.02	\$455.28	-1.04%	8.20%	7.93%	-3.40%	301.93	301.14	-0.26%
27	6	1	No	EXP	Half	5	No	Yes	Yes	Yes	US	Trunc	\$36.19	\$36.56	1.01%	\$455.78	\$450.70	-1.13%	3.00%	2.71%	-10.70%	158.64	151.95	-4.40%
28	6	1	No	EXP	Half	5	No	Yes	Yes	No	US	Trunc	\$30.36	\$30.83	1.52%	\$465.24	\$460.50	-1.03%	6.00%	5.44%	-10.29%	234.84	223.07	-5.28%
29	6	1	No	EXP	Half	5	Yes	Yes	Yes	Yes	US	Trunc	\$32.98	\$32.74	-0.73%	\$454.51	\$450.69	-0.85%	4.10%	3.96%	-3.54%	189.88	189.49	-0.21%
30	6	1	No	EXP	Half	5	Yes	Yes	Yes	No	US	Trunc	\$27.19	\$27.20	0.04%	\$465.29	\$461.47	-0.83%	8.10%	7.75%	-4.52%	292.9	287.79	-1.78%
31	6	1	No	Std	Quarter	5	No	Yes	Yes	Yes	US	Trunc	\$37.45	\$36.77	-1.85%	\$477.41	\$471.59	-1.23%	3.70%	3.64%	-1.65%	162.55	164.51	1.19%
32	6	1	No	Std	Whole	5	No	Yes	Yes	Yes	US	Trunc	\$28.68	\$28.51	-0.60%	\$394.93	\$391.61	-0.85%	2.50%	2.41%	-3.73%	189.57	188.67	-0.48%
33	6	1	Yes	Std	Half	5	No	Yes	Yes	Yes	US	Trunc	\$51.44	\$50.34	-2.19%	\$619.27	\$611.33	-1.30%	6.80%	6.72%	-1.19%	144.93	147.5	1.74%
34	6	1	No	Std	Half	5	No	Yes	Yes	Yes	US	Round	\$41.50	\$40.26	-3.08%	\$527.18	\$513.20	-2.72%	5.00%	4.67%	-7.07%	161.36	162.49	0.70%
35	6	1	No	Std	Half	5	Yes	Yes	Yes	Yes	US	Round	\$37.51	\$36.50	-2.77%	\$527.20	\$513.62	-2.64%	6.70%	6.26%	-7.03%	197.53	198.07	0.27%
36	6	1	No	Std	Half	5	No	Yes	Yes	Yes	ENHC	Round	\$45.22	\$42.88	-5.46%	\$511.40	\$496.81	-2.94%	3.10%	3.07%	-0.98%	127.91	134.24	4.72%
37	6	1	No	EXP	Half	4.75	Yes	Yes	No	Yes	US	Trunc	\$24.91	\$24.50	-1.67%	\$426.83	\$421.07	-1.37%	6.50%	6.29%	-3.34%	293.6	295.35	0.59%
38	6	3	No	Std	Half	5	No	Yes	Yes	Yes	US	Trunc	\$34.21	\$34.57	1.04%	\$452.79	\$444.70	-1.82%	3.50%	3.01%	-16.28%	175.2	165.48	-5.87%
39	6	3	Yes	Std	Half	5	No	Yes	Yes	Yes	US	Trunc	\$60.79	\$60.54	-0.41%	\$666.89	\$657.67	-1.40%	6.40%	6.04%	-5.96%	120.35	118.02	-1.97%
40	6	5	No	Std	Half	5	No	Yes	Yes	Yes	US	Trunc	\$33.96	\$33.70	-0.77%	\$449.99	\$441.78	-1.86%	3.50%	3.14%	-11.46%	175.61	171.84	-2.19%
41	6	5	Yes	Std	Half	5	No	Yes	Yes	Yes	US	Trunc	\$64.59	\$63.81	-1.22%	\$682.43	\$671.92	-1.56%	6.20%	5.87%	-5.62%	111.64	110.89	-0.68%
42	8	1	No	EXP	Half	6.5	Yes	Yes	No	No	US	Trunc	\$12.67	\$12.82	1.17%	\$387.97	\$384.93	-0.79%	18.60%	17.70%	-5.08%	937.93	901.05	-4.09%
43	8	1	No	EXP	Half	6.25	Yes	Yes	No	Yes	US	Trunc	\$13.83	\$13.54	-2.14%	\$357.86	\$353.40	-1.26%	11.50%	11.40%	-0.88%	669.34	681.64	1.80%
44	8	1	No	Std	Half	6.25	Yes	Yes	No	Yes	US	Trunc	\$13.08	\$13.07	-0.08%	\$356.56	\$351.92	-1.32%	12.80%	12.11%	-5.70%	743	725.21	-2.45%
45	8	1	No	Std	Half	6.25	Yes	Yes	No	Yes	US	Round	\$15.30	\$15.20	-0.66%	\$394.55	\$387.71	-1.76%	14.00%	13.21%	-5.98%	665.06	650.27	-2.27%
46	8	1	No	Std	Quarter	6.25	Yes	Yes	No	Yes	US	Round	\$15.12	\$14.96	-1.07%	\$389.75	\$384.86	-1.27%	13.70%	13.26%	-3.32%	664.84	662.11	-0.41%
47	8	1	No	Std	Whole	6.25	Yes	Yes	No	Yes	US	Round	\$15.77	\$15.45	-2.07%	\$406.06	\$399.22	-1.71%	14.70%	14.37%	-2.30%	662.77	667.33	0.68%