ロケットシミュレーション

sksat

2017年7月27日

1 はじめに

これは浅野学園地学部のロケットシミュレーション概要です。多分色々間違いがあると思うので、もし気がついたら Issue なり PR なりしてくれると助かります。

2 気が早い本題

時間を t, 垂直方向を x 軸, 速度を v, 加速度を a として、エンジンの推力を $\mathbf{E}(t)$, 空気抵抗を $\mathbf{D}(v)$ とする。 この単純なモデルではロケットが受ける力は、エンジンの推力、空気抵抗、重力である。

空気抵抗が速度vに比例するとすると、rを比例定数として、

$$D(v) = rv \tag{1}$$

となる。

よって、このロケットの運動はは2階微分方程式

$$m\frac{d^2x}{dt^2} - r\frac{dx}{dt} = E(t) - mg \tag{2}$$

と表される。

 $m \neq 0$ より、両辺を m で割って、

$$\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{r}{m}\frac{dx}{dt} = \frac{\mathbf{E}(t)}{m} - g \tag{3}$$

ここで、

$$y := \frac{dx}{dt} \tag{4}$$

とおくと、

$$\frac{dy}{dt} - \frac{r}{m}y = \frac{\mathbf{E}(t)}{m} - g \tag{5}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{r}{m}y + \frac{\mathbf{E}(t)}{m} - g \tag{6}$$

つまり、連立方程式

$$\begin{cases}
\frac{dx}{dt} = y \\
\frac{dy}{dt} = \frac{r}{m}y + \frac{E(t)}{m} - g
\end{cases}$$
(7)