
Resolución de ecuaciones de SSM

— Métodos Numéricos Avanzados —

Grupo 2

Clozza - Della Sala - Mamone -Rodríguez - Santoflaminio

Fundamentos

Fundamentos

Resolución de la ecuación de **Kuramoto-Shivansky (KS)**: $u_t = -uu_{xx} - u_{xx} - u_{xxxx}$

Se utiliza para modelar fluidos en una pared vertical, reacciones químicas o fluctuaciones de posición de frentes de llamas.

Utilizando los métodos **Spectral Splitting Methods (SSM)**. Se separan las transformadas discretas de Fourier en la parte *Lineal* y la *No Lineal*.

Métodos utilizados

- Lie Trotter
- Strang
- Método afín simétrico
- Método afín asimétrico

Implementación

Implementación

- Programa desarrollado en Matlab
 - Probado en Matlab de manera local (Prueba por 30 días)
 - Se pueden correr también en Octave todos los métodos excepto los paralelos (Octave no reconoce los comandos *spmd*)
- Implementaciones propias de la transformada rápida de Fourier, así como de su inversa. (No se utilizaron las funciones *fft* e *ifft* de Matlab)

Parámetros

- **method:** Método a utilizar.
- **h:** Paso a utilizar.
- **pert:** Para realizar pequeñas perturbaciones aleatorias.
- **q:** El orden, para los métodos en cuáles sea relevante cambiarlo.

Transformada Rápida de Fourier

- Se implementó una versión recursiva del algoritmo:

Caso Base: largo ≤ 1

Sino, se llama dos veces a la función para calcular los valores de la parte par e impar.

- Para su inversa:

$$IFFT(X) = \frac{1}{N} \text{conj}(FFT(\text{conj}(X)))$$

Métodos

Lie Trotter

- Método de primer orden.
- Definido según la siguiente fórmula: $\Phi_{Lie}(h, u) = \phi_1(h, \phi_0(h, u))$.

Strang

- Método de segundo orden.
- Definido según la siguiente fórmula: $\Phi_{Strang}(h, u) = \phi_0(h/2, \phi_1(h/2, u))$

Afín Simétrico

- Método implementado en serie y en paralelo.
- Utiliza el parámetro q para definir el orden del mismo.
- Definido según la siguiente fórmula: $\Phi_{Asymmetric}(h) = \sum_{m=1}^s \gamma_m \phi_m^{\pm}(h/m)$
- **Serie:** utiliza el método Lie Trotter iterativamente.
- **Paralelo:** utiliza la función *spmd* de Matlab para la creación de un pool paralelo.

Afín Asimétrico

- Similar al método simétrico.
- Difiere en la utilización del método Lie Trotter para los llamados sucesivos.
- Definido según la siguiente fórmula: $\Phi_{Symmetric}(h) = \sum_{m=1}^s \gamma_m (\phi_m^+(h/m) + \phi_m^-(h/m))$.

Resultados

Comparación de la exactitud entre diferentes métodos

Método	Error Global	Error Local
Lie Trotter	4.56	75.28
Strang	3.35	107.46
Afín Simétrico (orden 4)	35.82	91.62
Afín Asimétrico (orden 4)	29.11	119.88

Error Global calculado con pasos 0.002 y 0.004.

Error Local con paso 0.25.

tmax = 150.

Comparación entre distintos órdenes para los métodos afines en serie con paso 0.025

Método	Orden	Error Local
Afín Simétrico	2	138.14
Afín Simétrico	4	91.62
Afín Asimétrico	2	148.36
Afín Asimétrico	4	137.19
Afín Asimétrico	6	96.95

tmax = 150

Comparación entre distintos pasos para los métodos afines en serie de orden 4

Método	Paso	Error Local
Afín Simétrico	0.25	91.62
Afín Simétrico	0.025	84.23
Afín Asimétrico	0.25	137.19
Afín Asimétrico	0.025	57.75

tmax = 150

Comparación entre métodos afines en serie y paralelo con paso 0,025

Método	Orden	Tiempo de cómputo [s]
Afín Simétrico Serie	4	119
Afín Simétrico Paralelo	4	783
Afín Asimétrico Serie	4	220
Afín ASimétrico Paralelo	4	773

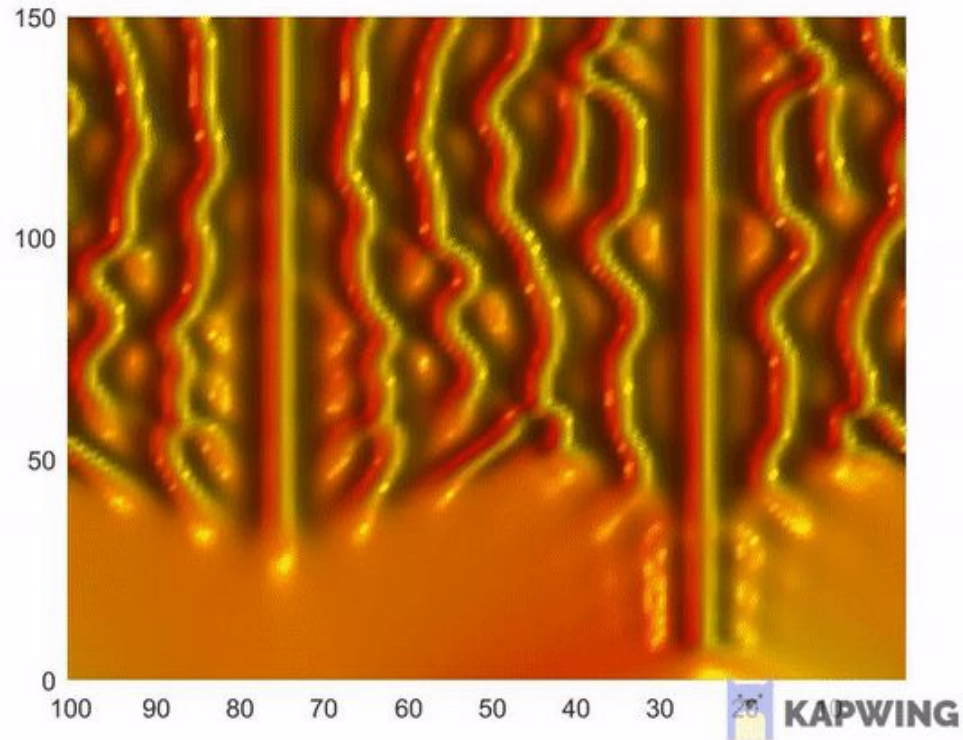
tmax = 150

Comparación del speed up variando el orden para los métodos afines en paralelo con paso 0.025

Método	Orden	Speed Up
Afín Simétrico	2	0.08
Afín Simétrico	3	0.08
Afín Simétrico	4	0.17
Afín Asimétrico	2	0.18
Afín Asimétrico	3	0.23
Afín Asimétrico	4	0.23

tmax = 150

Perturbaciones



Conclusiones

Conclusiones

- Un mayor orden nos permite bajar el error.
- Un menor paso nos permite bajar el error.
- No se llegó a una conclusión con los tiempos de cómputo entre los métodos afines en serie y paralelo debido a limitaciones propias.