

ФИО: Медяков Даниил Олегович

Номер задачи: 29

Решение:

Рассматриваем  $\mathcal{U}[\theta, 2\theta]$ ,  $\theta > 0$ . Будем искать достаточную статистику малой размерности. Для начала запишем функцию правдоподобия:

$$L(\mathbf{X}, \theta) = \frac{1}{\theta} \cdot \mathbb{I}(X_1 \in [\theta, 2\theta]) \cdot \dots \cdot \frac{1}{\theta} \cdot \mathbb{I}(X_n \in [\theta, 2\theta]) = \frac{1}{\theta^n} \cdot \mathbb{I}(\mathbf{X} \in [\theta, 2\theta]^n).$$

Тот факт, что  $\mathbf{X} \in [\theta, 2\theta]^n$  эквивалентно тому, что максимальный из  $X_i$  меньше  $2\theta$ , а минимальный из  $X_i$  больше  $\theta$ . Тогда это условие перепишем через порядковые статистики:

$$\begin{cases} X_{(1)} \geq \theta \\ X_{(n)} \leq 2\theta \end{cases}$$

Тогда функция правдоподобия принимает вид:

$$L(\mathbf{X}, \theta) = \frac{1}{\theta^n} \cdot \mathbb{I}(X_{(1)} \geq \theta) \cdot \mathbb{I}(X_{(n)} \leq 2\theta)$$

Положим  $g(S(\mathbf{X}), \theta) = L(\mathbf{X}, \theta)$ . Тогда по критерию факторизации статистика

$$S(\mathbf{X}) = (X_{(1)}, X_{(n)})$$

является достаточной с размерностью 2.