ФИО: Медяков Даниил Олегович

Номер задачи: 66b

Решение:

Не умаляя общности, положим $c_{12} = c_{21} = 1$.
Поскольку матрица штрафов имеет вид

$$c = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

то риски равны ошибкам первого и второго рода, так как

$$R_1(\delta) = c_{11}p_{11} + c_{21}p_{21} = \alpha$$
$$R_2(\delta) = c_{12}p_{12} + c_{22}p_{22} = \beta$$

Выпишем область, в которой байесовское решающее правило принимает H_2:

$$h_1(x) \geqslant \sum_{j=1}^{2} c_{1j}q_1 f_1(x)$$
$$l(x) \geqslant \frac{c_{21} - c_{11}}{c_{12} - c_{22}} \frac{q_1}{q_2} = 1$$

Тогда решающее правило:

$$\delta(x) = \begin{cases} 1, l(x) \geqslant 1 \\ 0, l(x) < 1 \end{cases}$$

Рассматриваем вторую компоненту. В этом случае случайная величина имеет одно из двух нормальных распределений: $H_{1b} : \mathcal{N}(0,1), H_{2b} :$

$\mathcal{N}(0,1)$. Тогда, ввиду одинаковых гипотез, $l(x) = 1$, а значит всегда будет выбрана гипотеза H_{2b} и $\alpha = 1, \beta = 0$.

Значит $r(\delta) = \frac{1}{2}$.