1) RESUMEN DE INTEGRALES INDEFINIDAS

1 $\int x^3\,dx$ **2** $\int \frac{1}{t^2}\,dt$	**1** $\int \frac{2}{x}\,\mathrm{d}x$ **2** $\int 3e^{x}\,\mathrm{d}x$
3 $\int \sqrt[5]{x^4}\,\mathrm{d}x$ **4** $\int 2\,\mathrm{d}u$	**3** $\int \frac{1}{4t}\,\mathrm{d}t$ **4** $\int e^{\ln x}\,\mathrm{d}x$
5 $\int (3x^2 + 2x + 1)\,\mathrm{d}x$ **6** $\int \frac{4}{x^3}\,\mathrm{d}x$	**5** $\int (2x+3)^2\,\mathrm{d}x$ **6** $\int \frac{2x^3+6x^2+5}{x}\,\mathrm{d}x$
7 $\int (t^2 + \sqrt[4]{t})\,\mathrm{d}t$ **8** $\int (\sqrt[3]{x^2} + 1)\,\mathrm{d}x$	**7** $\int \ln e^{u^2}\,\mathrm{d}u$ **8** $\int (x-1)^3\,\mathrm{d}x$
9 $\int (5x^4 + 12x^3 + 6x - 2)\,\mathrm{d}x$ **10** $\int \mathrm{d}t$	**9** $\int \frac{e^x+1}{2}\,\mathrm{d}x$ **10** $\int \frac{x^2+x+1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$

2) MÉTODO CON FUNCIÓN LINEAL 9E

1 $\int (2x+5)^2\,\mathrm{d}x$ **2** $\int (-3x+5)^3\,\mathrm{d}x$ **3** $\int e^{\frac{1}{2}x-3}\,\mathrm{d}x$

4 $\int \frac{1}{5x+4}\,\mathrm{d}x$ **5** $\int \frac{3}{7-2x}\,\mathrm{d}x$ **6** $\int 4e^{2x+1}\,\mathrm{d}x$

7 $\int 6(4x-3)^7\,\mathrm{d}x$ **8** $\int (7x+2)^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}x$ **9** $\int \left(e^{4x} + \frac{4}{3x-5}\right)\mathrm{d}x$

10 $\int \frac{2}{3(4x-5)^3}\,\mathrm{d}x$

A) EJEMPLOS MÉTODO FUNCION LINEAL

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a}\left(\frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1}\right) + C$$

Ejemplo 1

$$\int (2x+3)^2 dx = \frac{1}{2}\left(\frac{(2x+3)^{2+1}}{2+1}\right) + C$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{(2x+3)^3}{3}\right) + C = \frac{(2x+3)^3}{6} + C$$

Ejemplo 2

$$\int (1x-1)^3 dx = \frac{1}{1}\left(\frac{(x-1)^{3+1}}{3+1}\right) + C$$
$$= \frac{(x-1)^4}{4} + C$$

Ejemplo 3

$$\int (3x-5)^9 dx = \frac{1}{3}\left(\frac{(3x-5)^{9+1}}{9+1}\right) + C$$
$$= \frac{(3x-5)^{10}}{30} + C$$

Ejemplo 4

$$\int (4x-5)^9 dx = \frac{1}{4}\left(\frac{(4x-5)^{9+1}}{9+1}\right) + C$$
$$= \frac{(4x-5)^{10}}{40} + C$$

B) RESPUESTAS CON FUNCION LOGARITMO NATURAL Y FUNCION EXPONENCIAL

$$\int \frac{1}{(ax+b)}dx = \frac{1}{a}ln(ax+b)+C$$

Ejemplo

$$\int \frac{3}{(4x-2)}dx = 3\int \frac{1}{(4x-2)}dx$$
$$= \frac{3}{4}ln(4x-2)+C$$

$$\int e^{(ax+b)}dx = \frac{1}{a}e^{(ax+b)}+C$$

Ejemplo

$$\int e^{(2x+5)}dx = \frac{1}{2}e^{(2x+5)}+C$$

3) MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Ejercitación 9F

1 $\int (2x^2+5)^2(4x)\,dx$

2 $\int \frac{3x^2+2}{x^3+2x}dx$

3 $\int (6x+5)\sqrt{3x^2+5x}\,dx$

4 $\int 4x^3e^{x^4}dx$

5 $\int \frac{2x+3}{(x^2+3x+1)^2}dx$

6 $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}dx$

7 $\int x^2(2x^3+5)^4\,dx$

8 $\int \frac{2x+1}{\sqrt[4]{x^2+x}}dx$

9 $\int (8x^3-4x)(x^4-x^2)^3\,dx$

10 $\int \frac{4-3x^2}{x^3-4x}dx$

EJEMPLOS MÉTODO SUSTITUCIÓN

1) $\int (3x^2+5x)^4(6x+5)dx$

$$\int (3x^2+5x)^4(6x+5)dx$$

SUSTITUCIÓN

$u = (3x^2+5x)$

$du = (6x+5)dx$

INTEGRAL EN TÉRMINOS DE u

$$\int u^4du = \frac{u^5}{5}+C$$

REEMPLAZANDO LA VARIABLE u

$$\int (3x^2+5x)^4(6x+5)dx = \frac{(3x^2+5x)^5}{5}+C$$

2) $\int \sqrt[3]{(x^2-3x)}\,(2x-3)dx$

$$\int \sqrt[3]{(x^2-3x)}\,(2x-3)dx$$

SUSTITUCIÓN

$u = (x^2-3x)$

$du = (2x-3)dx$

INTEGRAL EN TÉRMINOS DE u

$$\int u^{1/3}du = \frac{u^{4/3}}{4/3}+C$$

REEMPLAZANDO LA VARIABLE u

$$\int \sqrt[3]{(x^2-3x)}\,(2x-3)dx = \frac{3(x^2-3x)^{4/3}}{4}+C$$

3) $\int xe^{4x^2+1}dx$

ESTRATEGIA

$$\int xe^{4x^2+1}\,dx \quad = \frac{1}{8}\int e^{4x^2+1}\,8x\,dx$$

INTEGRAL EN TÉRMINOS DE u

$$\frac{1}{8}\int e^u du = \quad \frac{1}{8}e^u + C$$

SUSTITUCIÓN

$u = (4x^2+1)$

$du = (8x)dx$

REEMPLAZANDO LA VARIABLE u

$$\int xe^{4x^2+1}dx \quad = \frac{e^{4x^2+1}}{8} + \mathrm{C}$$

4) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}dx$

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}dx$$

SUSTITUCIÓN

$u = \sqrt{x} = x^{1/2}$

$du = \frac{1}{2}x^{-1/2}dx = \frac{1}{2\sqrt{x}}dx$

INTEGRAL EN TÉRMINOS DE u

$$\int e^u du = \quad e^u + C$$

REEMPLAZANDO LA VARIABLE u

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}dx \quad = e^{\sqrt{x}} + C$$

5) $\int \frac{4-3x^2}{x^3-4x}dx$

$$I = \int \frac{4-3x^2}{x^3-4x}dx$$

SUSTITUCIÓN

$u = x^3 - 4x$

$du = (3x^2-4)dx$

ESTRATEGIA

$du = -(4-3x^2)dx \qquad I = -\int \frac{(4-3x^2)}{x^3-4x}dx$

INTEGRAL EN TÉRMINOS DE u

$$-\int \frac{du}{u} = \ -\ln u + C$$

REEMPLAZANDO LA VARIABLE u

$$\int \frac{4-3x^2}{x^3-4x}dx = \quad -\ln|x^3-4x| + C$$

4) INTEGRAL DEFINIDA

1 $\int_0^1 2x\,dx$

2 $\int_{-1}^1 (u^2-2)\,du$

3 $\int_1^2 \left(\frac{3}{x^2}-1\right)dx$

4 $\int_0^8 \left(x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{2}{3}}\right)dx$

5 $\int_0^3 4e^x\,dx$

6 $\int_e^{e^2} \frac{1}{x}dx$

7 $\int_0^1 (t+3)(t+1)\,dt$

8 $\int_4^9 \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}dx$

PREGUNTAS TIPO EXAMEN

9 Sabiendo que $\int_0^2 f(x)\,dx = 8$

a Escriba el valor de $\int_0^2 3f(x)\,dx$.

b Halle el valor de $\int_0^2 (f(x)+x^2)\,dx$.

10 Sabiendo que $\int_2^k \frac{1}{x}\,dx = \ln 6$, halle el valor de k.

EJEMPLOS INTEGRAL DEFINIDA

1) $$\int_1^4 x\,dx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_1^4$$
$$= \left(\frac{4^2}{2}\right) - \left(\frac{1^2}{2}\right)$$
$$= 8 - 0{,}5 = 7{,}5$$

2) $$\int_1^3 (8-2x)dx = 8x - x^2\Big|_1^3$$
$$= (8(3)-3^2) - (8(1)-1^2)$$
$$= 8u^2$$

3) $$\int_2^3 \frac{1}{t}\,dt = [\ln t]_2^3$$
$$= \ln 3 - \ln 2 = \ln\frac{3}{2}$$

4) $$4\int_1^3 (x^3 - x^2)dx = 4\left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3\right]_1^3$$
$$= 4\left[\left(\frac{81}{4} - 9\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right)\right]$$
$$= \frac{136}{3}$$