Титульный лист

Оглавление

[Введение 3](#_Toc209348011)

[Глава 1 4](#_Toc209348012)

[1.1 Многочлены Литтлвуда. Автокорреляция 4](#_Toc209348013)

[1.2 Плоские многочлены Литтлвуда 5](#_Toc209348014)

[Глава 2 7](#_Toc209348015)

[2.1 Расчёт автокорреляции 7](#_Toc209348016)

[Заключение 8](#_Toc209348017)

[Список литературы 9](#_Toc209348018)

[Приложения 10](#_Toc209348019)

Введение

Глава 1

## 1.1 Многочлены Литтлвуда. Автокорреляция

Многочлены Литтлвуда – многочлены вида

Вычисление автокорреляции.

Пусть есть последовательность

Её автокорреляция определяется как функция сдвига.

Если для всех малы, то последовательность имеет низкую автокорреляцию.

Алгоритм вычисления автокорреляции подразумевает попарное произведение всевозможных комбинаций элементов последовательности, т.е. имеет временную сложность . Можно оптимизировать временные затраты используя свойства свёртки и быстрого преобразования Фурье.

Свёртка двух последовательностей называется последовательность элементы которой вычисляются как сумма произведений элементов двух последовательностей сдвинутых друг относительно друга

Подразумевается, что при элементы соответствующей последовательности равны нулю. Так как последовательностям можно сопоставить многочлены , и произведение , где

Получаем, что формула для свёртки последовательностей в точности совпадает с формулой для вычисления произведения многочленов. Значит автокорреляцию можно вычислить используя произведение многочленов. Алгоритм упрощается, так как автокорреляция считается для одной последовательности, значит для вычисления потребуется произведение многочлена самого на себя.

Быстрое преобразование Фурье позволяет выполнять алгоритм вычисления автокорреляции за время .

Задача находить такие последовательности, которые имеют наименьшую автокорреляцию для всех . Рассмотрим несколько вариантов поиска таких последовательностей.

## 1.2 Плоские многочлены Литтлвуда

Многочлены Литтлвуда называются плоскими, если . То есть для каждой степени найдётся многочлен, у которого модуль остаётся примерно равным на всей единичной окружности и примерно равен . Доказательство существования

Последовательности, состоящие из порождают многочлены Литтлвуда*.* Рассмотрим их на единичной окружности.

Все боковые автокорреляции, то есть автокорреляции со сдвигами малы. Получаем, что плоские многочлены Литтлвуда гарантируют наличие последовательности с идеальными радарными свойствами.

## Последовательность Рудина-Шапиро

Глава 2

## 2.1 Расчёт автокорреляции

## 2.2 Алгоритмы построения плоских многочленов Литтлвуда.

2.2.1 Построение многочлена Шапиро.

Многочлены Шапиро определяются рекурсивно по формулам

Из определения следует, что степень многочленов равна .

Можно переписать многочлен

Получаем:

Тогда коэффициент , стоящий перед -той степенью многочлена удовлетворяет рекуррентному соотношению

Если записать .

Здесь нужно пояснить

Тогда знак коэффициента определяется количеством пар, чётностью числа подряд идущих единичных битов в двоичной записи индекса .

Для каждого коэффициента заводим счётчик пар подряд идущих единиц в двоичном разложении индекса . Сравниваем результат применения «побитового и» к индексу с числом 3, если результат является истинным добавляем в счётчик единицу и убираем из числа последний бит. Продолжаем те же действия пока k 0. Затем вычисляем коэффициент многочлена . Продолжаем вычисления для остальных коэффициентов.

Алгоритм проходит по всем индексам и для каждого выполняется цикл, который делает количество итераций, равное числу бит в числе .

Временная сложность

## 2.3 Реализация алгоритмов на языке программирования c++

Заключение

Список литературы

1 Кормен, Т. Х. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Х. Кормен, Ч. Э. Лейзерсон, Р. Л. Ривест, К. Штайн. — М.: Вильямс, 2011. — 1312 с.

2 Roelfszema, M. Littlewood polynomials / M. Roelfszema. — Groningen: University of Groningen, 2015. — Bachelor's thesis.

3 Balister, P. Flat Littlewood Polynomials Exist // P. Balister, B. Bollobás, R. Morris, J. Sahasrabudhe, M. Tiba. Annals of Mathematics. — 2019. — arXiv:1907.09464 [math.CA]. — 2019. — DOI: 10.48550/arXiv.1907.09464

Приложения