中間再試験について

対象者：阪急電車の遅延が原因で遅刻し、再試験を希望する人
　　　　：病気欠席（要診断書）

受験希望＆取消し連絡期限：１１月３０日

日時：１２月６日（金）８：５０～１０：２０ （受験しない人は休講）
場所：情報実習室B（授業と同じ場所）

成績：再試験を受験する場合は、点数によらず再試験の点数を採用します。
　　　先日の中間試験と同程度の難易度を目指します。
　　　平均点等が大きく異なる場合は合否判定の際、補正する場合があります。

注意事項：
- 事前に連絡してください。事前の連絡なしの受験は認めません。
- 受験予定で、正当な理由がなく受験しなかった場合は欠席とします。
- 後日、該当しないと判明した場合は不正行為とみなします。

その他：中間試験の注意事項に準じます。

再試験希望者

11月26日時点

08A18026	伊藤 篤輝
08A18030	今嶋 航世
08A18048	小笠原 伊織
08A18071	木下 亮祐
08A18072	木村 翔
08A18076	久能 欄丸
08A18078	小玉 拓海
08A18091	佐野 修斗
08A18103	鈴木 亜沙人
08A18108	瀬田 賢斗
08A18115	竹内 大地
08A18137	長崎 快
08A18143	中村 航己
08A17070	小泉 輝伍
08A17169	藤井 駿太

計15名

取り消し、追加等あれば**11月中**に下記まで連絡してください。

shimura@mls.eng.osaka-u.ac.jp

今後の予定

当初予定

07.　191122 中間試験
08.　191129 ２階常微分方程式
09.　191206 モンテカルロシュミレーション
10.　191213 固有値問題
11.　191220 高速フーリエ変換
12.　200110 並列計算
　　　200117 休講（センター試験準備）
13.　200124 期末試験模擬試験
　　　200131 予備日（試験期間中）
14.　200205(水)振替日 or 190207 期末試験

変更後の予定

07.　191122 中間試験
08.　191129 ２階常微分方程式
09.　191206 中間再試験（希望者のみ）
10.　191213 モンテカルロシュミレーション
11.　191220 固有値問題
12.　200110 高速フーリエ変換
　　　200117 休講（センター試験準備）
13.　200124 並列計算
　　　授業後、CLE上で昨年度問題とその解答例を公開
　　　200131 (試験期間中)質問受付
14.　200205(水) 振替日 or 190207 期末試験

2階常微分方程式

１. オイラー法

２. ベルレ法

３. 今日の演習

演習８－１　オイラー法

演習８－２　オイラー法とベルレ法の比較

常微分方程式

常微分方程式:未知関数が1つの変数を持つ微分方程式

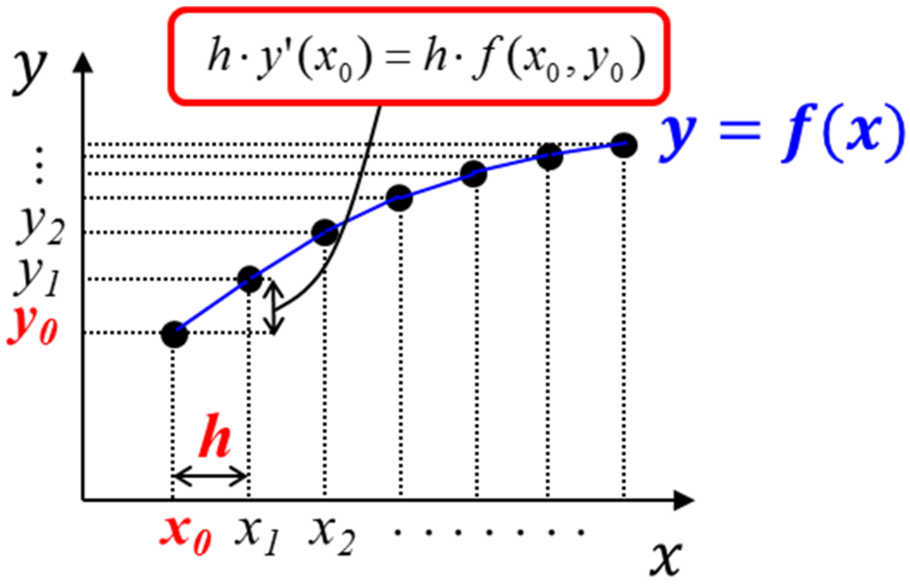
N階

$$F\left(x, y(x), y'(x), \cdots, y^{(n)}(x)\right) = 0$$

1階(11月8日 第5回目)

$$y'(x) = f\left(x, y(x)\right)$$

初期値
(x_0, y_0)



オイラー法

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot y'(x_n)$$

ルンゲ=クッタ法

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot \Phi_n(x_n, y_n)$$

$$\Phi_n(x_n, y_n) = \frac{1}{6}\left(k_1^n + 2k_2^n + 2k_3^n + k_4^n\right)$$

$$k_1^n = f(x_n, y_n)$$

$$k_2^n = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} k_1^n)$$

$$k_3^n = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} k_2^n)$$

$$k_4^n = f(x_n + h, y_n + hk_3^n)$$

オイラー法

2階常微分方程式

$$F\left(x, y(x), y'(x), y''(x)\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{y''(x) = f(x, y(x), y'(x))}$$

初期値：$(x_0, y(x_0), y'(x_0))$

オイラー法（2階常微分方程式）

$z(x) \equiv y'(x)$ と定義すると、 初期値：$(x_0, \underbrace{y(x_0)}_{= y_0}, \underbrace{z(x_0)}_{= z_0})$ $\quad z(x_0) = y'(x_0)$

$$\boxed{\begin{cases} z'(x) = f(x, y(x), z(x)) \\ y'(x) = z(x) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} z_{n+1} = z_n + h \cdot f(x_n, y_n, z_n) \\ y_{n+1} = y_n + h \cdot z_n \end{cases}}$$

1階の<u>連立</u>微分方程式に帰着

オイラー法のプログラム例

$$y''(x) = x - 2y(x) - 3y'(x)$$

初期値: $\left(x_0, y(x_0), y'(x_0)\right) = (2.0,1.2,2.0)$

のとき、$y(4.1)$を求めよ。ただし、h=0.01とする。

sample1.f90

```
・・・・・・・・・
x0=2.0d0                !初期値
x_end=4.1d0             !最終値
h=0.01d0                !ステップ幅
y=1.2d0                 !初期値
z=2.0d0                 !初期値
n=nint((x_end-x0)/h)    !分割数
write(*,*) 'n= ',n
do i=1,n
  x_now=x0+(i-1)*h
  x_next=x0+i*h
  dzdx=f(x_now,y,z)
  dydx=z
  z=z+dzdx*h
  y=y+dydx*h
end do
write(*,*) x_next, y
・・・・・・・・・・
```

```
function f(x,y,z)
implicit none
real(8) :: f,x,y,z

f=x-2*y-3*z

end function
```

$$\boxed{\begin{aligned} z_{n+1} &= z_n + h\cdot f(x_n, y_n, z_n) \\ y_{n+1} &= y_n + h\cdot z_n \end{aligned}}$$

実行結果

```
n=      210
  4.1    1.67676 ・・・・・・
```

Tips

nint(): 実数から整数へ
(四捨五入)

nint((x_end-x0)/h)
=> 210

int((x_end-x0)/h)
=> 209

ベルレ法

2階常微分方程式が下記のとき有用(分子動力学計算など)

$y''(x) = f(x, y(x))$ 初期値:$(x_0, y(x_0), y'(x_0))$ $m\dfrac{d^2r}{dt^2} = F(t, r)$ etc.

テーラー展開 ($y(x)$をx_0の周りで展開)

$$y(x) = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2!}y''(x_0)(x - x_0)^2 + \frac{1}{3!}y'''(x_0)(x - x_0)^3 + \cdots + \frac{1}{n!}y^{(n)}(x_0)(x - x_0)^n + \cdots$$

あるhに対して
$x=x_0+h$と
$x=x_0-h$で
右式が成立

$$y(x_0 + h) = y(x_0) + h \cdot y'(x_0) + \frac{h^2}{2}y''(x_0) + \frac{h^3}{6}y'''(x_0) + \cdots \quad (1)$$

$$y(x_0 - h) = y(x_0) - h \cdot y'(x_0) + \frac{h^2}{2}y''(x_0) - \frac{h^3}{6}y'''(x_0) + \cdots \quad (2)$$

(1)+(2)より $y(x_0 + h) + y(x_0 - h) = 2y(x_0) + h^2 y''(x_0) + \cdots$

h^4以上の項を無視すると(h^3の項までは考慮されているので高精度、計算量も少ない)

$$y(x_0 + h) = 2y(x_0) - y(x_0 - h) + h^2 y''(x_0)$$

$$\Rightarrow \quad y_{n+1} = 2y_n - y_{n-1} + h^2 \cdot f(x_n, y_n) \quad (3)$$

ベルレ法　y_{-1}の求め方

計算手順

$$\boxed{y_{n+1} = 2y_n - y_{n-1} + h^2 \cdot f\left(x_n, y_n\right)}$$ (3)

$$y_1 = 2y_0 - \boxed{y_{-1}} + h^2 \cdot f\left(x_0, y_0\right)$$

$$y_2 = 2y_1 - y_0 + h^2 \cdot f\left(x_1, y_1\right)$$

$$y_3 = 2y_2 - y_1 + h^2 \cdot f\left(x_2, y_2\right)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

初期値：$(x_0, \underset{\substack{\shortparallel \\ y_0}}{y(x_0)}, y'(x_0))$

(1)-(2)よりh^3以上の項を無視すると

$$y'_n = \frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2h}$$ (4)

(3),(4)より

$$y_{n-1} = y_n - h \cdot y_n' + \frac{h^2}{2} y_n''$$

y_{-1}の求め方

$$\Rightarrow \boxed{y_{-1} = y_0 - h \cdot y_0' + \frac{h^2}{2} f(x_0, y_0)}$$

ベルレ法のプログラム例

$$y''(x) = \sin(x) - 5y(x)$$

初期値: $\left(x_0, y(x_0), y'(x_0)\right) = (1.0, 0.7, 1.2)$

のとき、$1 \le x \le 9$の範囲で$y(x)$を求め、グラフにせよ。ただし、h=0.0001とする。
分割数が80000になり全ての値を出力すると多いので、約200点だけ出力するようにせよ（400回計算したら1回出力する）。

---

sample2.f90

```
・・・・・・・・・
open(1,file='sample2.dat')
x0=1.0d0                          !初期値
x_end=9.0d0                       !最終値
h=0.0001d0                        !ステップ幅
y0=0.7d0                          !初期値
z0=1.2d0                          !初期値
ym=y0-h*z0+h**2/2*f(x0,y0)        !y_-1の計算
n=nint((x_end-x0)/h)              !分割数
write(*,*) 'n= ',n
m=n/200                           !200点出力
write(1,*) x0,y0
do i=1,n
  x_now=x0+(i-1)*h
  x_next=x0+i*h
  y1=2*y0-ym+h**2*f(x_now,y0)
  if (mod(i,m)==0) write(1,*) x_next,y1
  ym=y0
  y0=y1
end do
write(*,*) x_next, y1
close(1)
・・・・・・・・・
```

全ては多いので
200点だけ出力

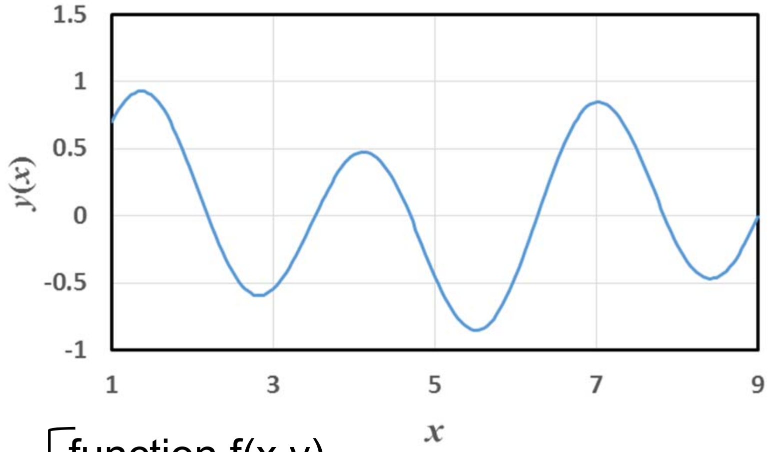
```
function f(x,y)
implicit none
real(8) :: f,x,y

f=sin(x)-5*y

end function
```

実行結果

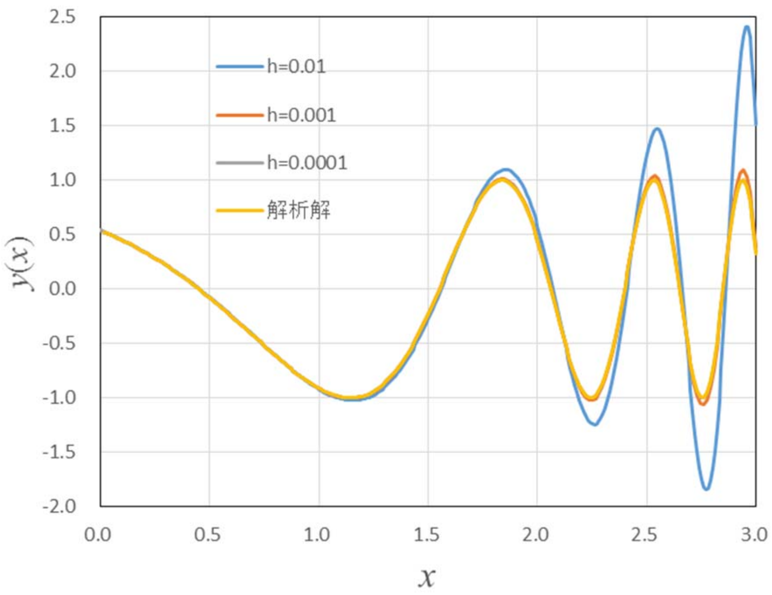
n= 80000
9. -0.00697772・・・・



演習8-1　オイラー法（授業時間中に提出）

次の2階常微分方程式についてオイラー法を用いて$0 \le x \le 3$の範囲で$y(x)$を求め、グラフにしたい。ステップ幅を0.01，0.001,0.0001とした場合についてファイルに出力せよ。ステップ幅が0.0001のとき$y(3) \sim 0.33$になることを確認せよ。また、解析解$y(x)=\cos(e^x)$の値も$0 \le x \le 3$の範囲で計算し、ファイルに出力せよ。これらのファイルをエクセルで読み込みひとつのグラフにせよ。出力データ数は200-300点くらいになるようにせよ。プログラムはひとつにまとめなくてもよい。用いたプログラム全てとそれぞれについてコンパイル結果、実行結果を提出せよ。また、グラフをエクセルファイルとして添付せよ。出力したデータファイルは提出しなくてよい。

$$
\begin{cases}
y''(x) = -e^{2x} y(x) + y'(x) \\
y'(0) = -\sin(1) \\
y(0) = \cos(1)
\end{cases}
$$



演習8-2　ベルレ法（オイラー法との比較）

（次授業前日までに提出）

次の２階常微分方程式についてベルレ法とオイラー法を用いて$0 \leq x \leq 10$の範囲で$y(x)$を求め、グラフにし比較したい。ステップ幅を0.001とした場合についてそれぞれプログラムを作成し、計算結果をファイルに出力せよ。$y(10)$がそれぞれ-0.06、0.52程度になることを確認せよ。また、解析解$y(x)=\exp(-x/4)(\sin^2(5x)+\cos(x))$の値も$0 \leq x \leq 10$の範囲で計算し、ファイルに出力せよ。これらのファイルをエクセルで読み込みひとつのグラフにせよ。プログラムはひとつにまとめなくてもよい。用いたプログラム全てとそれぞれについてコンパイル結果、実行結果を提出せよ。また、グラフをエクセルファイルとして添付せよ。出力したデータファイルは提出しなくてよい。

$$\begin{cases} y''(x) = \dfrac{e^{-x/4}}{2}\left(-2\cos(x) + 100\cos(10x) + \sin(x) - 5\sin(10x)\right) + \dfrac{1}{16}y(x) \\ y'(0) = -1/4 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$