Таблица оригиналов и изображений

Составим краткую таблицу, устанавливающую соответствие между некоторыми оригиналами (часто встречающимися на практике) и их изображениями. Достаточно полная таблица оригиналов и изображений, позволяющая по заданному оригиналу находить изображение и наоборот, есть, в частности, в книге «Справочник по операционному исчислению» (авторы В.А. Диткин и П.И. Кузнецов).

Таблица оригиналов и изображений

№	Оригинал $f(t)$	Изображение $F(p)=\int_0^\infty f(t)\cdot e^{-pt}dt$
1	1	$\frac{1}{p}$
2	e^{at}	$\frac{1}{p-a}$
3	t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
4	$t^n e^{at}\cdot$	$\frac{n!}{(p-a)^{n+1}}$
5	$\sin\beta t$	$\frac{\beta}{p^2+\beta^2}$
6	$\cos\beta t$	$\frac{p}{p^2+\beta^2}$
7	$\operatorname{sh}\beta t$	$\frac{\beta}{p^2-\beta^2}$
8	$\operatorname{ch}\beta t$	$\frac{p}{p^2-\beta^2}$
9	$e^{at}\sin\beta t$	$\frac{\beta}{(p-a)^2+\beta^2}$
10	$e^{at}\cos\beta t$	$\frac{p-a}{(p-a)^2+\beta^2}$
11	$t\cdot\sin\beta t$	$\frac{2p\beta}{\left(p^2+\beta^2\right)^2}$
12	$t\cdot\cos\beta t$	$\frac{p^2-\beta^2}{\left(p^2+\beta^2\right)^2}$
13	$\frac{1}{2\alpha^3}(\sin\alpha t-\alpha t\cos\alpha t)$	$\frac{1}{\left(p^2+\alpha^2\right)^2}$

В таблице формулы свойств изображений. Здесь (как и всюду в дальнейшем)

$$F(p) \overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}} f(t),\ \Phi(p) \overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}} \varphi(t)$$

1	$c\,F(p)$	$\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}}$	$c\,f(t) \quad (c = \text{const})$
2	$\alpha F(p) + \beta\Phi(p)$	$\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}}$	$\alpha f(t) + \beta\varphi(t) \quad \begin{pmatrix}\alpha = \text{const} \\ \beta = \text{const}\end{pmatrix}$
3	$\frac{1}{a}F\left(\frac{p}{a}\right)$	$\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}}$	$f(at) \quad (a > 0)$
4	$F(p+\alpha)$	$\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}}$	$e^{-\alpha t} f(t)$
5	$pF(p) - f(0)$	$\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}}$	$f'(t)$
6	$p^n F(p) - p^{n-1} f(0) - \ldots - f^{(n-1)}(0)$	$\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}}$	$f^{(n)}(t)$
7	$\frac{1}{p}F(p)$	$\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}}$	$\int_0^t f(\tau)d\tau$
8	$(-1)^n \frac{d^n F(p)}{dp^n}$	$\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}}$	$t^n f(t)$
9	$\int_p^\infty F(z)dz$	$\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}}$	$\frac{f(t)}{t}$
10	$e^{-p\tau} F(p)$	$\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}}$	$f(t-\tau) \quad (\tau > 0)$
11	$F_1(p)F_2(p)$	$\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}}$	$\int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau)d\tau$
12	$pF_1(p)F_2(p)$	$\overset{\bullet}{\underset{\bullet}{\rightarrow}}$	$f_1(t) f_2(0) + \int_0^t f_1(\tau) f_2'(t-\tau)d\tau$