

Гамма-функция и связанные с ней числа и функции

Вопросы для обсуждения

Гамма-функция и ее свойства

Эйлеровы интегралы

Биномиальные коэффициенты

Целозначные многочлены

Убывающий и возрастающий факториал

Производящая функция

Числа Стирлинга первого и второго рода

Вычислите $\Gamma(5)$, $\Gamma(1/2)$, $\Gamma(3/2)$, $\Gamma(7/2)$

Часть 1. Применение интегралов Эйлера к вычислению определенных интегралов

Сводя интегралы к эйлеровым, вычислить значение определенного интеграла.

1. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^3}$, замена $x^3 = t$

2. $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 dx}{1+x^4}$, замена $x^4 = t$

3. $\int_0^1 \sqrt{x-x^2} dx$

4. $\int_0^\infty \frac{\sqrt[4]{x}}{(1+x)^3} dx$

5. $\int_0^1 \sqrt[4]{\frac{x}{1-x}} dx$

6. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^3}}$, замена $x^3 = t$

7. $\int_0^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx$, замена $x = 3\sqrt{t}$

8. $\int_0^{\pi/2} \sin^{20} x \cos^7 x dx$

9. $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-9x}}{\sqrt{x}} dx$

10. $\int_0^{+\infty} x^{11} e^{-x^3} dx$, замена $x^3 = t$

11. $\int_0^{+\infty} x^{17} e^{-x^2} dx$, замена $x^2 = t$

12. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{1-x^5}}$, замена $x^5 = t$

13. $\int_0^{\pi/2} \sin^{3/2} x \cos^{5/2} x dx$

14. $\int_0^{+\infty} x^6 e^{-128x} dx$

15. $\int_1^{+\infty} (\ln x)^7 \frac{dx}{x^2}$, замена $x = e^t$

16. $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt[5]{x} dx}{(1+x^3)^2}$, замена $x^3 = t$

Часть 2. Биномиальные коэффициенты как целозначные многочлены

Разложите многочлен по базису $\binom{x}{0}, \binom{x}{1}, \binom{x}{2}, \dots$

Вариант 1. $-x^4 + x^2 + 7x - 10$

Вариант 2. $x^4 + 9x^2 - 5x + 1$

Вариант 3. $-5x^4 + 7x^3 - 4x - 2$

Вариант 4. $-8x^4 - 4x^2 - 2x + 1$

Вариант 5. $x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$

Вариант 6. $2x^4 + 3x^2 - 7x + 8$

Вариант 7. $7x^4 - 7x^3 + x^2 - 2$

Вариант 8. $11x^4 - x^2 + 15$

Вариант 9. $-6x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 3x$

Вариант 10. $-6x^4 + 7x^3 - 11x + 4$

Вариант 11. $16x^4 - x^3 + 5x^2 + 5$

Вариант 12. $-x^4 - 7x^3 + 2x - 8$

Вариант 13. $3x^4 - 9x^2 + 2x - 17$

Вариант 14. $-5x^4 - 9x^3 + 21$

Вариант 15. $13x^4 - 8x^2 - 11x + 4$

Вариант 16. $9x^4 - 5x^3 - 2x^2 - 15$

Вариант 17. $17x^4 - 13x^2 + 7x - 8$

Вариант 18. $-8x^4 - 9x^3 - 9x$

Вариант 19. $-15x^4 - 7x^2 - 12x$

Вариант 20. $-7x^4 + x^3 - 16x^2 + 3$

Вариант 21. $-4x^4 - 9x + 5$

Вариант 22. $-8x^4 + 7x^3 - 5x^2 + 9$

Вариант 23. $15x^4 - 7x - 11$

Вариант 24. $21x^4 + 13x^3 - 7x^2 + 37$

Вариант 25. $-8x^4 - 5x^3 + 7x - 1$

Вариант 26. $-11x^4 + 16x - 28$

Вариант 27. $-25x^4 - 13x^2 + 24$

Вариант 28. $18x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 4$

Вариант 29. $-13x^4 + 11x^2 - 27x$

Вариант 30. $-16x^4 - 5x^3 - 19x^2$

Вариант 31. $17x^4 + 7x^3 - 11x^2 + 7x$

Вариант 32. $-x^4 + 5x^2 + 2x - 30$

Часть 3. Применение специальных чисел в задачах пересчета

Задание. Дана перестановка, которая переводит строку цифр 123456789.

2.1. Запишите данную перестановку в виде множества циклов. Пусть k – число полученных циклов.

2.2. Сколько существует различных способов составления k циклов из девяти элементов?

2.3. Посчитайте это число способов, пользуясь соответствующими рекуррентными формулами и числами $s(6, k)$.

2.4. Сколько существует способов разбиений множества из 9 элементов на k неупорядоченных непустых подмножеств?

2.5. Приведите Ваш пример разбиения множества из 4 или 5 элементов на 3 цикла.

Вариант 1. 495768132

Вариант 2. 354986721

Вариант 3. 534987621

Вариант 4. 134296857

Вариант 5. 245178396

Вариант 6. 354986721

Вариант 7. 135784652

Вариант 8. 527918463

Вариант 9. 918375642

Вариант 10. 689479251

Вариант 11. 231486795

Вариант 12. 354986271

Вариант 13. 534918762

Вариант 14. 784362951

Вариант 15. 834215769

Вариант 16. 637918452

Вариант 17. 689547132

Вариант 18. 795832146

Вариант 19. 936782541

Вариант 20. 845672913

Вариант 21. 249875613

Вариант 22. 369578421

Вариант 23. 572961348

Вариант 24. 619572438

Вариант 25. 297543861

Вариант 26. 485179326

Вариант 27. 482965371

Вариант 28. 742981653

Вариант 29. 286945173

Вариант 30. 346871925

Вариант 31. 682971435