

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.

### Применение преобразования Лапласа и Z-преобразования при решении задач: решение рекуррентных соотношений

#### Вопросы для обсуждения

Преобразование Лапласа  
Z-преобразование и его свойства  
Решетчатые функции  
Восстановление решетчатой функции по ее Z-преобразованию  
Рекуррентные соотношения  
Оператор конечных разностей  
Разностные уравнения  
Производящие функции  
Свертка функций

#### ЗАДАНИЕ 1.

1. Найти формулу общего члена  $x_n$  последовательности.

2. Найти  $\sum_{k=0}^n x_k$ .

3. Найти  $\sum_{k=0}^n x_k x_{n-k}$ . Если:

**Вариант 1.**  $x_0 = 0$ , а каждый последующий на 3 единицы больше предыдущего, умноженного на 5;

**Вариант 2.**  $x_0 = 8$ , а каждый последующий на единицу меньше предыдущего, умноженного на 4;

**Вариант 3.**  $x_0 = 5$ , а каждый последующий на 5 единиц больше предыдущего, умноженного на 2;

**Вариант 4.**  $x_0 = 12$ , а каждый последующий на 10 единиц меньше предыдущего, умноженного на 2;

**Вариант 5.**  $x_0 = -6$ , а каждый последующий на 9 единиц меньше предыдущего, умноженного на 2;

**Вариант 6.**  $x_0 = 8$ , а каждый последующий на 10 единиц меньше предыдущего, умноженного на 5;

**Вариант 7.**  $x_0 = 18$ , а каждый последующий на 2 единицы больше предыдущего, умноженного на 6;

**Вариант 8.**  $x_0 = -12$ , а каждый последующий на 2 единицы больше предыдущего, умноженного на 2;

**Вариант 9.**  $x_0 = -16$ , а каждый последующий на 6 единиц больше предыдущего, умноженного на 5;

**Вариант 10.**  $x_0 = 13$ , а каждый последующий на 8 единиц больше предыдущего, умноженного на 7;

**Вариант 11.**  $x_0 = 3$ , а каждый последующий на 3 единицы меньше предыдущего, умноженного на 8;

**Вариант 12.**  $x_0 = 4$ , а каждый последующий на 9 единиц больше предыдущего, умноженного на 2;

**Вариант 13.**  $x_0 = 0$ , а каждый последующий на 8 единиц меньше предыдущего, умноженного на 3;

**Вариант 14.**  $x_0 = 0$ , а каждый последующий на 5 единиц меньше предыдущего, умноженного на 2;

**Вариант 15.**  $x_0 = -3$ , а каждый последующий на 4 единиц меньше предыдущего, умноженного на 7;

**Вариант 16.**  $x_0 = 9$ , а каждый последующий на 7 единиц меньше предыдущего, умноженного на 5;

**Вариант 17.**  $x_0 = 8$ , а каждый последующий на 2 единицы больше предыдущего, умноженного на 5;

**Вариант 18.**  $x_0 = 18$ , а каждый последующий на 6 единиц меньше предыдущего, умноженного на 3;

**Вариант 19.**  $x_0 = -1$ , а каждый последующий на 9 единиц меньше предыдущего, умноженного на 5;

**Вариант 20.**  $x_0 = 6$ , а каждый последующий на 8 единиц больше предыдущего, умноженного на 3;

**Вариант 21.**  $x_0 = -7$ , а каждый последующий на 5 единиц меньше предыдущего, умноженного на 6;

**Вариант 22.**  $x_0 = 17$ , а каждый последующий на 3 единицы меньше предыдущего, умноженного на 5;

**Вариант 23.**  $x_0 = -9$ , а каждый последующий на 10 единиц меньше предыдущего, умноженного на 5;

**Вариант 24.**  $x_0 = -18$ , а каждый последующий на 4 единицы больше предыдущего, умноженного на 6;

**Вариант 25.**  $x_0 = -2$ , а каждый последующий на 2 единицы меньше предыдущего, умноженного на 8;

**Вариант 26.**  $x_0 = 4$ , а каждый последующий на 6 единиц больше предыдущего, умноженного на 8;

**Вариант 27.**  $x_0 = -1$ , а каждый последующий на 6 единиц меньше предыдущего, умноженного на 8;

**Вариант 28.**  $x_0 = -13$ , а каждый последующий на 7 единиц меньше предыдущего, умноженного на 7;

**Вариант 29.**  $x_0 = 18$ , а каждый последующий на 3 единицы меньше предыдущего, умноженного на 7;

**Вариант 30.**  $x_0 = -20$ , а каждый последующий на 6 единиц меньше предыдущего, умноженного на 4;

**ЗАДАНИЕ 2.**

Используя Z-преобразование, решить начальную задачу для разностного уравнения:

**Вариант 1.** 
$$x(n+2) - 6x(n+1) + 9x(n) = n \cdot 3^n,$$
$$x(0) = 0, x(1) = 0.$$

*Указание:*  $nf(n) \leftrightarrow -ZF'(Z).$

**Вариант 2.** 
$$x(n+2) - 5x(n+1) + 4x(n) = 2 \cdot (-1)^n,$$
$$x(0) = 0, x(1) = 1.$$

**Вариант 3.** 
$$x(n+2) - x(n) = \sin \frac{\pi n}{2},$$
$$x(0) = 0, x(1) = 0.$$

**Вариант 4.** 
$$x(n+2) + 16x(n) = 17,$$
$$x(0) = 1, x(1) = 5.$$

**Вариант 5.** 
$$x(n+2) - 5x(n+1) + 6x(n) = 2 \cdot 4^n,$$
$$x(0) = 0, x(1) = 1.$$

**Вариант 6.** 
$$x(n+2) + x(n) = 1 - (-1)^n,$$
$$x(0) = 0, x(1) = 1.$$

**Вариант 7.** 
$$x(n+2) - 4x(n) = 4^n,$$
$$x(0) = x(1) = 1.$$

**Вариант 8.** 
$$x(n+2) - x(n) = 2^n,$$
$$x(0) = 0, x(1) = 0.$$

**Вариант 9.** 
$$x(n+2) - 5x(n+1) + 6x(n) = 1,$$
$$x(0) = 1, x(1) = -1.$$

**Вариант 10.** 
$$x(n+2) + 6x(n+1) + 13x(n) = 1,$$
$$x(0) = 0, x(1) = 1.$$

**Вариант 11.** 
$$x(n+2) - x(n) = (-1)^n,$$
$$x(0) = 1, x(1) = -1.$$

**Вариант 12.** 
$$x(n+2) + 2x(n+1) + x(n) = (-1)^n,$$
$$x(0) = 0, x(1) = 1.$$

**Вариант 13.** 
$$x(n+2) - 4x(n) = 4^n,$$
$$x(0) = 1, x(1) = 1.$$

**Вариант 14.** 
$$x(n+2) - 3x(n+1) - 10x(n) = 0,$$
$$x(0) = 3, x(1) = -1.$$

**Вариант 15.** 
$$x(n+2) + 2x(n+1) + x(n) = n,$$
$$x(0) = 0, x(1) = 1.$$

- Вариант 16.**  $x(n+2) - 3x(n+1) + 2x(n) = 0,$   
 $x(0) = 2, x(1) = 3.$
- Вариант 17.**  $x(n+2) - 5x(n+1) + 6x(n) = 0,$   
 $x(0) = 1, x(1) = 2.$
- Вариант 18.**  $x(n+2) - 6x(n+1) + 8x(n) = 3^n,$   
 $x(0) = 0, x(1) = 0.$
- Вариант 19.**  $x(n+2) - 4x(n+1) + 4x(n) = (-1)^n,$   
 $x(0) = 0, x(1) = 1.$
- Вариант 20.**  $x(n+2) - 3x(n+1) - 4x(n) = 1,$   
 $x(0) = 1, x(1) = 1.$
- Вариант 21.**  $x(n+2) - 10x(n+1) + 25x(n) = 5,$   
 $x(0) = 1, x(1) = 0.$
- Вариант 22.**  $x(n+2) - 8x(n+1) + 7x(n) = n,$   
 $x(0) = 0, x(1) = 1.$
- Вариант 23.**  $x(n+2) - 5x(n) = 2^n,$   
 $x(0) = 0, x(1) = 0.$
- Вариант 24.**  $x(n+2) + 2x(n+1) = 2^n \cos \frac{\pi n}{2},$   
 $x(0) = 1, x(1) = 0.$
- Вариант 25.**  $x(n+2) + x(n+1) - 20x(n) = 2 \cdot 2^n,$   
 $x(0) = 1, x(1) = 1.$
- Вариант 26.**  $x(n+2) - 5x(n+1) + 4x(n) = 1 + (-1)^n,$   
 $x(0) = 0, x(1) = 1.$
- Вариант 27.**  $x(n+2) + 6x(n+1) + 9x(n) = 3n,$   
 $x(0) = 0, x(1) = 1.$
- Вариант 28.**  $x(n+2) - 9x(n+1) + 20x(n) = 3^n,$   
 $x(0) = 1, x(1) = 1.$
- Вариант 29.**  $x(n+2) - 7x(n+1) + 10x(n) = 1,$   
 $x(0) = 1, x(1) = 1.$
- Вариант 30.**  $x(n+2) - 8x(n+1) = 1,$   
 $x(0) = 0, x(1) = 1.$