

Вопросы и задания

Дифференциальное уравнение Бесселя, функции Бесселя

1. Запишите дифференциальное уравнение Бесселя.
2. Сколько решений имеет уравнение Бесселя?
3. Функция $J_4(x)$ является решением уравнения Бесселя. Запишите это уравнение.
4. Запишите функцию $J_\nu(x)$ в виде ряда. Вычислите пять первых коэффициентов степенного ряда функции $J_4(x)$.
5. Запишите цилиндрические функции, которые являются линейно независимыми с функцией а) $J_{4/3}(x)$, б) $J_4(x)$, в) $J_{-4/3}(x)$, г) $J_{-4}(x)$.
6. Выражаются ли цилиндрические функции через элементарные? Приведите примеры.
7. Схематично постройте графики функции $J_\nu(x)$ с параметрами 0, 1, 2, 3, 4. Являются ли эти функции нечетными относительно параметра?

Некоторые рекуррентные соотношения

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x), \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{J_\nu(x)}{x^\nu} \right) = -\frac{J_{\nu+1}(x)}{x^\nu};$$

$$\frac{d}{dx} (x^\nu J_\nu(x)) = x^\nu J_{\nu-1}(x);$$

$$J_{\nu+1}(x) = \frac{\nu}{x} J_\nu(x) - J'_\nu(x);$$

$$J_{\nu-1}(x) = \frac{\nu}{x} J_\nu(x) + J'_\nu(x);$$

$$J_{\nu+1}(x) + J_{\nu-1}(x) = \frac{2\nu}{x} J_\nu(x);$$

$$J_{\nu+1}(x) - J_{\nu-1}(x) = -2J'_\nu(x);$$

8. Используя рекуррентные соотношения, выразите $J_{-4}(x)$ и $J'_{-4}(x)$ через функции $J_0(x)$ и $J_1(x)$.
9. Выразите функции $J_{\frac{9}{2}}(x)$ и $J'_{\frac{9}{2}}(x)$ через элементарные.

Изучить свойства функций Бесселя и одновременно освоить методы решения уравнений, сводящихся к функциям Бесселя, позволяет свободно

распространяемая программа символьной математики SymPy —
библиотеки Python.

<https://habr.com/ru/articles/443628/>

10.Дополнительное задание. Выполните задания 7, 8, 9 в **Python**.

Задания для лабораторной работы

Ваш номер варианта n

Выполните задания 3, 4, 8, если $v = n$.

Выполните задания 5, 9, если

$$v = \frac{n}{2}, \text{ если } n \text{ нечетное число,}$$
$$v = \frac{n+1}{2}, \text{ если } n \text{ четное число.}$$

Дополнительное задание 10.