

Контрольная работа по теме «Ряды Фурье»

1. Дана периодическая с периодом $T = 4$ функция:

$$f(x) = \begin{cases} 3, & \text{если } -2 \leq x < 0, \\ -5, & \text{если } 0 \leq x < 2. \end{cases}$$

Требуется:

- 1) разложить функцию в ряд Фурье;
- 2) построить графики функции и суммы ряда;
- 3) определить, чему равны коэффициенты a_2, a_5, b_2, b_5 ;
- 4) определить, чему равны значения суммы ряда при $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2$; $x_4 = 5$.

2. 1) Разложить в ряд по синусам периодическую с периодом $T = 2\pi$ функцию:

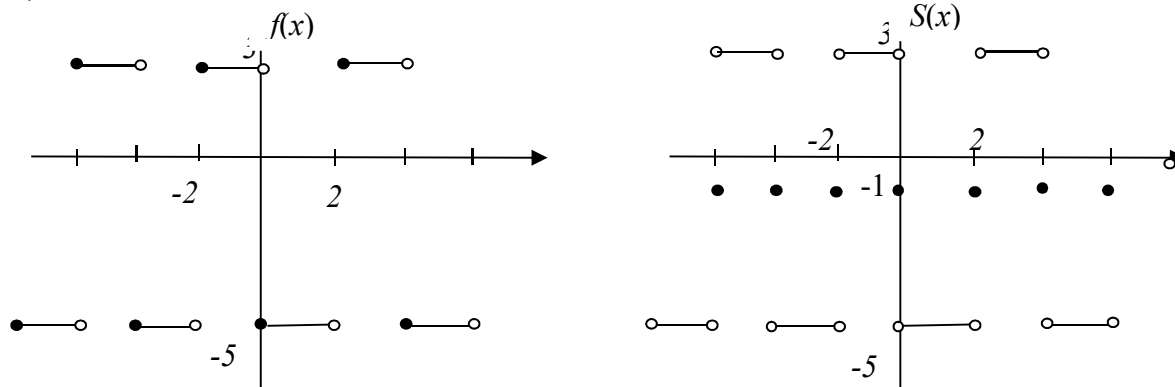
$$f(x) = 5x + 3 \text{ при } 0 < x < \pi.$$

2) Построить графики функции и суммы ряда.

Ответы.

$$1.1) \quad f(x) \sim -1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8(1-(-1)^n)}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{2} \quad \text{или} \quad f(x) \sim -1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{\pi(2n-1)} \sin \frac{\pi(2n-1)x}{2}$$

1.2)



$$1.3) \quad a_2 = a_5 = b_2 = 0, \quad b_5 = \frac{16}{5\pi}$$

$$1.4) \quad S(0) = -1, S(1) = -5, S(2) = -1, S(5) = -5$$

$$2.1) \quad f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(3-(-1)^n(5\pi+3))}{\pi n} \sin nx$$

2.2)

