

Контрольная работа по теме «ЛНДУ»

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = (x - 2)e^x$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - y = \frac{1}{e^x + 2}$.
3. Решить задачу Коши: $y'' + 2y' = \sin 2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
4. Найти частное решение системы дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y, & x(0) = 0, \\ \frac{dy}{dt} = 4y + 7x, & y(0) = 3. \end{cases}$$
5. Указать вид частного решения, не вычисляя коэффициенты $y'' + 25y = 2e^{2x} + x^2 e^x + 5\sin 5x + 3e^{5x} \cos x$.

Ответы. 1. $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} + x e^x$.

$$2. y = \left(C_1 + \frac{\ln(e^x + 2) - x}{8} \right) e^x + \left(C_2 - \frac{1}{2} \ln(e^x + 2) \right) e^{-x} - \frac{1}{4}.$$

$$3. y = -\frac{1}{8} \cos \sqrt{2}x - \frac{1}{4\sqrt{2}} \sin \sqrt{2}x + \frac{1}{8} \sin 2x + \frac{1}{8} \cos 2x.$$

$$4. \begin{cases} x = -\frac{\sqrt{6}}{2} e^{3t} \sin \sqrt{6}t, \\ y = e^{3t} \left(3 \cos \sqrt{6}t + \frac{\sqrt{6}}{2} \sin \sqrt{6}t \right). \end{cases}$$

$$5. y_{\text{чн}} = A e^{2x} + (Bx^2 + Cx + D) e^x + x(E \cos 5x + F \sin 5x) + e^{5x}(G \cos x + H \sin x).$$