一、

1、0,　2、α，3、N（0,1）,4、$\left[\overline{X}-Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{X}+Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$,

5、$X=\ln b_1-\ln(\frac{1}{Y}-b_0)$ 或 $\ln(\frac{1}{Y}-b_0)=\ln b_1-X$.

二、

解: 设 $X_1,X_2\cdots,X_n$ 为总体 X 的一个样本，$x_1,x_2\cdots,x_n$ 为一组样本观测值。

1、令 $EX=\overline{X}$

$$EX=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_0^1\theta x^{\theta}dx=\frac{\theta}{\theta+1},$$

即：$\frac{\theta}{\theta+1}=\overline{X}$，解得：$\hat{\theta}=\frac{\overline{X}}{1-\overline{X}}$，为 θ 的矩估计量。

2、令 $L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i)=\theta^n\prod_{i=1}^{n}x_i^{\theta-1}$

$$\ln L(\theta)=n\ln\theta+(\theta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$$

$\frac{\mathrm{d}\ln L(\theta)}{d\theta}=0,$ 即：$\frac{n}{\theta}+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0$，解得：$\hat{\theta}=-\frac{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}{n}$ 为 θ 的极大似然估计值，

则：$\hat{\theta}=-\frac{\sum_{i=1}^{n}\ln X_i}{n}$ 为 θ 的极大似然估计量.

三、

1、证明:

$$\begin{aligned}E\hat{\mu}_1&=E(\frac{1}{5}X_1+\frac{3}{10}X_2+\frac{1}{2}X_3)=\frac{1}{5}E(X_1)+\frac{3}{10}E(X_2)+\frac{1}{2}E(X_3)\\&=\frac{1}{5}E(X)+\frac{3}{10}E(X)+\frac{1}{2}E(X)=E(X)=\mu\end{aligned}$$

$\hat{\mu}_2$、$\hat{\mu}_3$ 略

2、

$$D\hat{\mu}_1=D(\frac{1}{5}X_1+\frac{3}{10}X_2+\frac{1}{2}X_3)=\frac{1}{25}D(X_1)+\frac{9}{100}D(X_2)+\frac{1}{4}D(X_3)=\frac{1}{25}D(X)+\frac{9}{100}D(X)+\frac{1}{4}D(X)=\frac{19}{50}D(X)$$

$\hat{\mu}_2$、$\hat{\mu}_3$ 略

比较可知 $\hat{\mu}_2$ 最有效。

四、

解：设 X_1、X_2 分别第一、第二台机床所加工轴的椭圆度，μ_1、μ_2 分别第一、第二台机床所加工轴的椭圆度总体的期望，则：

$$\frac{(\overline{X_1}-\overline{X_2})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n_1}+\frac{S_2{}^2}{n_2}}}\overset{\bullet}{\sim}N(0,1)$$

$$P\left\{\left|\frac{(\overline{X_1}-\overline{X_2})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n_1}+\frac{S_2{}^2}{n_2}}}\right|\le Z_{\frac{\alpha}{2}}\right\}=1-\alpha$$

即：$P\left\{(\overline{X_1}-\overline{X_2})-Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n_1}+\frac{S_2{}^2}{n_2}}\le\mu_1-\mu_2\le(\overline{X_1}-\overline{X_2})+Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n_1}+\frac{S_2{}^2}{n_2}}\right\}=1-\alpha$

则：$\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为

$$\left[(\overline{X_1}-\overline{X_2})-Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n_1}+\frac{S_2{}^2}{n_2}}\ ,\ (\overline{X_1}-\overline{X_2})+Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1{}^2}{n_1}+\frac{S_2{}^2}{n_2}}\right]$$

这里：

$\alpha=0.05$，$n_1=200, n_2=150$，$\overline{x_1}=0.081,\overline{x_2}=0.062$，$s_1=0.025, s_2=0.062$，$Z_{\frac{\alpha}{2}}=1.96$

可得置信区间为：$[0.0080\ ,\ 0.0300]$

五、（关于改变的问题，原假设为没有变化，双侧）

解：$H_0:\sigma^2=3$，$H_1:\sigma^2\ne 9$

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\overset{H_0}{=}\frac{4S^2}{3}\sim\chi^2(4)$$

$$P\left\{\frac{4S^2}{3}\le\chi^2{}_{0.95}(4)\text{或}\frac{4S^2}{3}\ge\chi^2{}_{0.05}(4)\right\}=0.1$$

计算得：$\frac{4s^2}{3}=11.067\quad>\quad\chi^2{}_{0.05}(4)$，

则拒绝 H_0，认为标准差发生改变。

六、

解：H_0：骰子均匀（样本来自均匀分布总体），

H_1：骰子不均匀（样本来自非均匀分布总体）

则：$Q=\sum_{i=1}^{k}\frac{(0_i-E_i)^2}{E_i}\sim\chi^2(k-1)$，其中：$0_i$为观测频数，$E_i$为理论频数，

点数	1	2	3	4	5	6
观测频数	23	26	21	20	15	15
理论频数	20	20	20	20	20	20

这里 K=6，则：$P\left\{\sum_{i=1}^{6}\frac{(0_i-E_i)^2}{E_i}>\chi^2_{0.05}(5)\right\}=0.05$,

计算得：$Q=4.8<\chi^2_{0.05}(5)$，则接受原假设H_0，认为骰子均匀。

七、

（1）

来源	离差平方和	自由度	均方离差	F 值
因子 A	146246	4	36561.5	1.325629
因子 B	1623896	4	405974	14.7196
误差	441284	16	27580.25	
总和	2211426	24		

（2）H_{01}:因子 A（灯泡规格）影响不显著，H_{02}:因子 B（灯泡品牌）影响不显著，则：

$P\{F_A>F_{0.05}(4,16)\}=0.05$,　　$P\{F_B>F_{0.05}(4,16)\}=0.05$,

由$F_A=1.33, F_B=14.72, F_{0.05}(4,16)=3.01$，

可知:

因子 A（灯泡规格）影响不显著，即：不同规格灯泡之间的寿命差异不显著；

因子 B（灯泡品牌）影响显著，即：不同品牌灯泡之间的寿命差异显著。

一、

1、1.2,　2、在一次试验中是不会发生的，　3、同分布，　4、650 ，

5、$\ln y=\ln a+b\ln x$

二、

解：$L(\theta)=\prod_{i=1}^{8}P(x_i)=\theta^2\left[2\theta(1-\theta)\right]^2\theta^2(1-2\theta)^4=4\theta^6(1-\theta)^2(1-2\theta)^4$，

$\ln L(\theta)=\ln 4+6\ln\theta+2\ln(1-\theta)+4\ln(1-2\theta)$,

令$\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=6\frac{1}{\theta}-2\frac{1}{1-\theta}-8\frac{1}{1-2\theta}=0$，即：$12\theta^2-14\theta+3=0$

解得：$\hat{\theta}=\frac{7-\sqrt{13}}{12}$.

三、略

四、略

五、（对于合格的问题，原假设为合格，从问题可分析出，为单侧检验）

解：$H_0:\sigma^2\le 0.005^2$，$H_1:\sigma^2>0.005^2$

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\overset{H_0}{=}\frac{8S^2}{0.005^2}\sim\chi^2(8)$$

$$P\left\{\frac{8S^2}{0.005^2}\ge\chi^2(8)\right\}=0.05$$

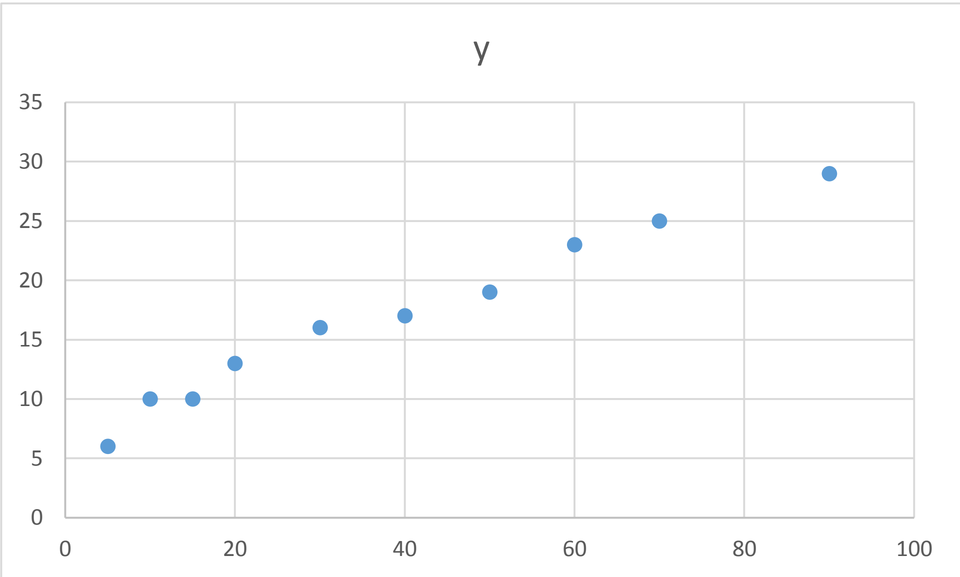
计算得：$\dfrac{8S^2}{0.005^2}=13.92<\chi^2_{0.05}(8)$，则接受 H_0，认为电阻标准差不超过 0.005 Ω。

六、略

七、略

八、

解：（1）



（2）$Y_i=\alpha+\beta X_i+\varepsilon_i$ ，$\varepsilon_i\overset{i.i.d}{\sim}N(0,\sigma^2)$

$Y_i=\hat{\alpha}+\hat{\beta}X_i+e_i$ ，$\sum_{i=1}^{n}e_i=0$

$\hat{Y}_i=\hat{\alpha}+\hat{\beta}X_i$

由最小二乘法计算得：

$$\hat{\beta}=\frac{l_{xy}}{l_{xx}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})(Y_i-\overline{Y})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_iY_i-n\overline{X}\,\overline{Y}}{\sum_{i=1}^{n}X_i^2-n\overline{X}^2},$$

$\hat{\alpha}=\overline{Y}-\hat{\beta}\overline{X}$

序号	x	y	x^2	y^2	xy
1	5	6	25	36	30
2	10	10	100	100	100
3	15	10	225	100	150
4	20	13	400	169	260
5	30	16	900	256	480
6	40	17	1600	289	680
7	50	19	2500	361	950
8	60	23	3600	529	1380
9	70	25	4900	625	1750
10	90	29	8100	841	2610
求和	390	168	22350	3306	8390

计算得：$\hat{\beta}=\dfrac{\sum_{i=1}^{10}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{10}x_i^2-n\bar{x}^2}=0.2574$，$\hat{\alpha}=\bar{y}-\hat{\beta}\bar{x}=6.7605$

估计的回归方程为：$\hat{Y}=6.7605+0.2574X$