√ 2.2 设总体 X 服从区间 $[a, b]$ 上的均匀分布，其密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & a\leqslant x\leqslant b\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中 a，b 是未知参数，试用矩法求 a 与 b 的矩估计量.

√ 2.4 设总体 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\theta x^{\theta-1}, & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中 $\theta>0$，X 的一组样本值为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，求参数 θ 的极大似然估计值.

√ 2.6 设总体 X 服从几何分布，它的分布律为

$$P\{X=k\}=p(1-p)^{k-1},\quad k=1,2,\cdots$$

先用矩法求 p 的矩估计量，再求 p 的极大似然估计量.

√ 2.8 设 (X_1, X_2) 是从正态总体 $N(\mu, 1)$ 抽取的一个子样，试验证下面三个估计量

(1) $\hat{\mu}_1=\dfrac{2}{3}X_1+\dfrac{1}{3}X_2$；

(2) $\hat{\mu}_2=\dfrac{1}{4}X_1+\dfrac{3}{4}X_2$；

(3) $\hat{\mu}_3=\dfrac{1}{2}X_1+\dfrac{1}{2}X_2$

都是μ的无偏估计，并求出每个估计量的方差，问哪一个方差最小？

✓ **2.16** 为估计制造一批钢索所能承受的平均张力，从其中取样做 10 次试验. 由试验值得平均张力为 $6720 \mathrm{kg/cm^2}$，样本标准差 s 为 $220 \mathrm{kg/cm^2}$. 设张力服从正态分布，试求钢索所能承受平均张力的双侧置信区间和单侧置信下限（置信概率为 95%）.

✓ **2.20** 在一批货物的容量为 100 的子样中，经检验发现 6 个次品. 试求这批货物次品率的单侧置信上限（置信概率为 95%）.

✓ **2.23** 从一批某种型号电子管中抽出容量为 10 的子样，计算得标准差 $s=45\mathrm{h}$. 设整批电子管寿命服从正态分布. 试给出这批电子管寿命标准差 σ 的单侧置信上限（置信概率为 95%）.

2.25 为研究两种固体燃料火箭推进器的燃烧率，抽取样本容量 $n_1=n_2=20$ 的两个独立样本，求得燃烧率的样本均值分别为 18cm/s，24cm/s. 设两种燃料的燃烧率都服从正态分布，标准差均为 0.05cm/s，求两种燃料的燃烧率的总体均值差 $\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 0.99 的置信区间.

✓ 2.2 设总体 X 服从区间$[a,b]$上的均匀分布，其密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & a\leqslant x\leqslant b\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中 a，b 是未知参数，试用矩法求 a 与 b 的矩估计量。

$$B_k=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^k$$

2.2解：$\bar{x}=Ex=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx$

$=\int_a^b x\cdot\frac{1}{b-a}dx$

$=\frac{1}{b-a}\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_a^b$

$=\frac{1}{b-a}\cdot\frac{b^2-a^2}{2}$

$=\frac{a+b}{2}$

$\bar{X}=EX$

X_i

$\overline{X^2}=EX^2$

$Dx=Ex^2-(Ex)^2$

$=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)dx-(Ex)^2$

$=\int_a^b x^2\cdot\frac{1}{b-a}dx-\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

$=\frac{1}{b-a}\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_a^b-\frac{(a+b)^2}{4}$

$=\frac{1}{b-a}\cdot\frac{(b-a)\cdot(a^2+ab+b^2)}{3}-\frac{(a+b)^2}{4}$

$=\frac{a^2+ab+b^2}{3}-\frac{(a+b)^2}{4}$

$=\frac{(a-b)^2}{12}=M_2$ M_2为样本二阶中心矩。

$EX^2=DX+(EX)^2$

$$\begin{aligned}M_2&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2\\&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[(X_i)^2+(\bar{X})^2-2X_i\bar{X}]\\&=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i)^2-(\bar{X})^2\\&=\overline{X^2}-(\bar{X})^2\\&=EX^2-(EX)^2\\&=DX\end{aligned}$$

$$M_2+(\bar{X})^2=\overline{X^2}=EX^2=DX+(EX)^2$$

✓ **2.2** 设总体 X 服从区间$[a,b]$上的均匀分布，其密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & a\leqslant x\leqslant b\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中 a,b 是未知参数，试用矩法求 a 与 b 的矩估计量.

$\because \begin{cases}\frac{a+b}{2}=\overline{X}\\ \frac{(a-b)^2}{12}=M_2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a+b=2\overline{X}\\ a-b=-2\sqrt{3M_2} \quad (a-b\leq 0)\end{cases}$

解得 $\begin{cases}\hat{a}=\overline{X}-\sqrt{3M_2}\\ \hat{b}=\overline{X}+\sqrt{3M_2}\end{cases}$

✓ 2.4 设总体 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\theta x^{\theta-1}, & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中 $\theta>0$，X 的一组样本值为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，求参数 θ 的极大似然估计值.

2.4. 解：由题意得

似然函数为：$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}\theta x_i^{\theta-1}$

则有 $\ln L(\theta)=\sum_{i=1}^{n}\ln(\theta x_i^{\theta-1})$

$=n\ln\theta+(\theta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$

令 $\frac{d\ln L(\theta)}{d\theta}=\frac{n}{\theta}+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i=0$

则 $\hat{\theta}=-\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\ln x_i}=-\frac{n}{\ln(x_1x_2\cdots x_n)}$

$$L(\theta)=L(x_1,x_2,\cdots,x_n;\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i;\theta)$$

$$L(x_1,x_2,\cdots,x_n;\theta)=\prod_{i=1}^{n}P(X_i=x_i)$$

极大似然估计法：

(1)构造$L(\theta;x_1,x_2,\cdots,x_n)$；

(2)计算$\ln L(\theta;x_1,x_2,\cdots,x_n)$；

(3)求导$\frac{\partial}{\partial\theta_i}\ln L(\theta;x_1,x_2,\cdots,x_n)=0$；

(4)解方程组.

√ **2.6** 设总体 X 服从几何分布，它的分布律为

$$P\{X=k\}=p(1-p)^{k-1},\quad k=1,2,\cdots$$

先用矩法求 p 的矩估计量，再求 p 的极大似然估计量.

2.6 解: $\overline{X}=EX=\sum_{k=1}^{\infty}kp(1-p)^{k-1}$

$\overset{令q=1-p}{=}\sum_{k=1}^{\infty}kpq^{k-1}$

$=p\left(\frac{d}{dq}\sum_{k=1}^{\infty}q^{k}\right)$

$=p\cdot\frac{d}{dq}\left(\frac{q}{1-q}\right)$

$=p\cdot\frac{1}{(1-q)^2}=\frac{1}{p}$ $\quad\therefore\hat{p}=\frac{1}{\overline{X}}$

$\therefore p$ 的矩估计量为 $\frac{1}{\overline{X}}$.

似然函数为 $L(p)=\prod_{i=1}^{n}p(1-p)^{x_i-1}$

则有 $\ln L(p)=\sum_{i=1}^{n}\ln\left(p(1-p)^{x_i-1}\right)$

$=n\ln p+\ln(1-p)\sum_{i=1}^{n}(x_i-1)$

$=n\ln p+\ln(1-p)\left(\sum_{i=1}^{n}x_i-n\right)$

√ **2.6** 设总体 X 服从几何分布，它的分布律为

$$P\{X=k\}=p(1-p)^{k-1},\quad k=1,2,\cdots$$

先用矩法求 p 的矩估计量，再求 p 的极大似然估计量.

令 $\dfrac{d\ln L(p)}{dp}=\dfrac{n}{p}+\left(\sum_{i=1}^{n}x_i-n\right)\cdot\dfrac{-1}{1-p}=0$

即 $n(1-p)-p\left(\sum_{i=1}^{n}x_i-n\right)=0$

$n-np-pn\bar{x}+np=0$

$\therefore \hat{p}=\dfrac{1}{\bar{x}}$

$\therefore$ p的极大似然估计量为 $\dfrac{1}{\bar{x}}$.

√ 2.8 设(X_1, X_2)是从正态总体$N(\mu,1)$抽取的一个子样，试验证下面三个估计量

(1) $\hat{\mu}_1=\frac{2}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2$；

(2) $\hat{\mu}_2=\frac{1}{4}X_1+\frac{3}{4}X_2$；

(3) $\hat{\mu}_3=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$

都是μ的无偏估计，并求出每个估计量的方差，问哪一个方差最小？

2.8. 解：由题意得 $EX_1=EX_2=u$. $DX_1=DX_2=1$

$\therefore E\hat{u}_1=E(\frac{2}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2)=\frac{2}{3}EX_1+\frac{1}{3}EX_2=\frac{2}{3}u+\frac{1}{3}u=u$

$E\hat{u}_2=E(\frac{1}{4}X_1+\frac{3}{4}X_2)=\frac{1}{4}EX_1+\frac{3}{4}EX_2=\frac{1}{4}u+\frac{3}{4}u=u$

$E\hat{u}_3=E(\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2)=\frac{1}{2}EX_1+\frac{1}{2}EX_2=\frac{1}{2}u+\frac{1}{2}u=u$.

$\therefore \hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{u}_3$ 都是u的无偏估计.

$D\hat{u}_1=D(\frac{2}{3}X_1+\frac{1}{3}X_2)=\frac{4}{9}DX_1+\frac{1}{9}DX_2=\frac{4}{9}+\frac{1}{9}=\frac{5}{9}$

同理：$D\hat{u}_2=D(\frac{1}{4}X_1+\frac{3}{4}X_2)=\frac{1}{16}DX_1+\frac{9}{16}DX_2=\frac{5}{8}$

$D\hat{u}_3=D(\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2)=\frac{1}{4}DX_1+\frac{1}{4}DX_2=\frac{1}{2}$

$\therefore \hat{u}_3$的方差最小.

小结—总体均值(μ)的区间估计

对母体（或子样）要求	所用函数及其分布	置信区间
大子样	$U=\dfrac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\overset{\text{近似}}{\sim}N(0,1)$	$(\overline{X}-\mu_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{S}{\sqrt{n}},\overline{X}+\mu_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{S}{\sqrt{n}})$
正态母体方差σ_0^2已知	$U=\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$	$(\overline{X}-\mu_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma_0}{\sqrt{n}},\overline{X}+\mu_{\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma_0}{\sqrt{n}})$
正态母体方差σ_0^2未知	$T=\dfrac{\overline{X}-\mu}{S^*/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$	$(\overline{X}-t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\dfrac{S^*}{\sqrt{n}},\overline{X}+t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\dfrac{S^*}{\sqrt{n}})$

$$P\left\{-\mu_{\frac{\alpha}{2}}<U<\mu_{\frac{\alpha}{2}}\right\}\approx 1-\alpha$$

$$P\left\{-t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)<T<t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right\}\approx 1-\alpha$$

小结—平均数之差$(\mu_1-\mu_2)$的区间估计

$$P\left\{-\mu_{\frac{\alpha}{2}} < U < \mu_{\frac{\alpha}{2}}\right\} \approx 1-\alpha$$

$$P\left\{-t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2) < T < t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)\right\} \approx 1-\alpha$$

对母体（或子样）要求	所用函数及其分布	置信区间
大子样	$U=\dfrac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{S_1^2/n_1+S_2^2/n_2}} \overset{\text{近似}}{\sim} N(0,1)$	$\left(\bar{X}_1-\bar{X}_2-\mu_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}},\ \bar{X}_1-\bar{X}_2+\mu_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}}\right)$
两个正态母体，方差相等	$T=\dfrac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}S^*} \sim t(n_1+n_2-2)$	$\left(\bar{X}_1-\bar{X}_2-t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}S^*,\ \bar{X}_1-\bar{X}_2+t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}S^*\right)$

小结—平均数之差$(\mu_1-\mu_2)$的区间估计

$$P\left\{-\mu_{\frac{\alpha}{2}} < U < \mu_{\frac{\alpha}{2}}\right\} \approx 1-\alpha$$

$$P\left\{-t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2) < T < t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)\right\} \approx 1-\alpha$$

对母体（或子样）要求	所用函数及其分布	置信区间
大子样	$U=\dfrac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{S_1^2/n_1+S_2^2/n_2}} \overset{\text{近似}}{\sim} N(0,1)$	$\left(\bar{X}_1-\bar{X}_2-\mu_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}},\ \bar{X}_1-\bar{X}_2+\mu_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}}\right)$
两个正态母体，方差相等且未知	$T=\dfrac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}S^*} \sim t(n_1+n_2-2)$	$\left(\bar{X}_1-\bar{X}_2-t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}S^*,\ \bar{X}_1-\bar{X}_2+t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-2)\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}S^*\right)$
两个正态母体，方差已知	$U=\dfrac{\bar{X}_1-\bar{X}_2-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$	$\left(\bar{X}_1-\bar{X}_2-\mu_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}},\ \bar{X}_1-\bar{X}_2+\mu_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$

小结—方差的区间估计

估计对象	对母体（或子样）要求	所用函数及其分布	置信区间
方差σ^2	正态母体	$\chi^2=(n-1)\dfrac{S^{*2}}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$	$\left(\dfrac{(n-1)S^{*2}}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)},\dfrac{(n-1)S^{*2}}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right)$
方差比 $\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	两个正态母体	$F=\dfrac{S_2^*/\sigma_2^*}{S_1^*/\sigma_1^2}\sim F(n_2-1,n_1-1)$	$\left(F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_2-1,n_1-1)\dfrac{S_1^*}{S_2^*},\ F_{\frac{\alpha}{2}}(n_2-1,n_1-1)\dfrac{S_1^*}{S_2^*}\right)$

$$P\{\chi^2{}_{1-\alpha/2}<\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}<\chi^2{}_{\alpha/2}\}=1-\alpha$$

$$P\left\{F_{1-\alpha/2}(n_2-1,n_1-1)<F<F_{\alpha/2}(n_2-1,n_1-1)\right\}=1-\alpha$$

		$P\{\theta \le \theta_2\} \ge 1-\alpha$ 置信上限 $(-\infty, \theta_2)$	$P\{\theta \ge \theta_1\} \ge 1-\alpha$ 置信下限 (θ_1, ∞)
正态母体 方差已知	$U = \dfrac{\bar{X}-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$	$P\{-U_\alpha < U\} = 1-\alpha$	$P\{U < U_\alpha\} = 1-\alpha$
正态母体 方差未知	$T = \dfrac{\bar{X}-\mu}{S^*/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$	$P\{-t_\alpha < T\} = 1-\alpha$	$P\{T < t_\alpha\} = 1-\alpha$
正态母体 方差估计	$\chi^2 = (n-1)\dfrac{S^{*2}}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$	$P\{\chi^2_{1-\alpha} < \chi^2\} = 1-\alpha$	$P\{\chi^2 < \chi^2_\alpha\} = 1-\alpha$
方差比	$F = \dfrac{S_2^*/\sigma_2^*}{S_1^*/\sigma_1^2} \sim F(n_2-1, n_1-1)$	$P\{F_{1-\alpha} < F\} = 1-\alpha$	$P\{F < F_\alpha\} = 1-\alpha$

✓ 2.16 为估计制造一批钢索所能承受的平均张力，从其中取样做 10 次试验. 由试验值得平均张力为 6720kg/cm²，样本标准差 s 为 220kg/cm². 设张力服从正态分布，试求钢索所能承受平均张力的双侧置信区间和单侧置信下限(置信概率为 95%).

2.16 解 由题意得

$$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1) \quad 其中\ S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$$

$$\therefore \bar{X}-t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X}+t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{S}{\sqrt{n}} \qquad \alpha=1-95\%=0.05$$

由题意得 $\bar{x}=6720 \quad S=220 \quad n=10$

查表知 $t_{0.025}(9)=2.262$

代入上式得置信区间为 $(6562.6,\ 6877.4)$.

当 $\alpha=0.05$ 时，$t_\alpha(9)=t_{0.05}(9)=1.833$

$P\{T<t_\alpha\}=1-\alpha$

单侧置信区间为 $(\bar{X}-t_\alpha\frac{S}{\sqrt{n}},\ +\infty)$

代入数据得单侧置信下限为

$$\bar{X}-t_\alpha\frac{S}{\sqrt{n}}=6720-1.833\times\frac{220}{\sqrt{10}}=6720-127.5=6592.5$$

2.20 在一批货物的容量为 100 的子样中，经检验发现 6 个次品. 试求这批货物次品率的单侧置信上限(置信概率为 95%).

2.20. 解：设这批货物子样为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ $(n=100)$

则每个 x_i $(i=1,2,\cdots 100)$ 都服从 0-1 分布，

当 $x_i=1$ 时，表示检验为次品，其概率为 p.

当 $x_i=0$ 时，表示检验为非次品，其概率为 $1-p$.

由题意得，抽中次品的概率为 $p_0 = \frac{6}{100} = 0.06$.

则 $Ex_i = 1\cdot p + 0\cdot(1-p) = p$

$Dx_i = Ex_i^2 - (Ex_i)^2 = p - p^2 = p(1-p)$.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = p_0$$

$E\bar{x} = E(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Ex_i = \frac{1}{n}\cdot np = p$

$D\bar{x} = D(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} Dx_i = \frac{1}{n^2}\cdot np(1-p) = \frac{p(1-p)}{n}$

当n足够大时，根据中心极限定理，样本均值 $\bar{X}$，也就是次品样本比例近似服从正态分布，即 $N(p, \frac{p(1-p)}{n})$

即 $$\frac{p_0 - p}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \overset{\text{近似}}{\sim} N(0,1)$$ 用样本标准差 $\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$ 近似代替总体标准差 $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

当置信概率为95%时，$1-\alpha = 0.95$　$\alpha = 0.05$

$$-u_\alpha < \frac{p_0 - p}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

$P\{-U_\alpha < U\} = 1 - \alpha$

则 $$p < p_0 + u_\alpha\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$$

查表知 $u_\alpha = u_{0.05} = 1.645$，代入计算得

$$p < 0.0991$$

∴这批货物次品率的单侧置信上限是0.0991

√ **2.23** 从一批某种型号电子管中抽出容量为 10 的子样，计算得标准差 $s=45\mathrm{h}$. 设整批电子管寿命服从正态分布. 试给出这批电子管寿命标准差 σ 的单侧置信上限（置信概率为 95%）.

2.23. 考察一个正态总体方差的区间估计，有

$$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$$

$$P\{\chi_{1-\alpha}^2<\chi^2\}=1-\alpha$$

利用 $P\{\chi^2>\chi_{1-\alpha}^2\}=1-\alpha=0.95$

即 $P\left\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}>\chi_{1-\alpha}^2\right\}=0.95$

$\therefore\ \sigma^2<\dfrac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha}^2}$

查表知 $\chi_{0.95}^2(n-1)=\chi_{0.95}^2(9)=3.33$ 其中 $n=10$

由题意得 $S=45$. 代入上述不等式有

$\sigma<73.98$

即这批电子管寿命标准差 σ 的单侧置信上限是 73.98

2.25 为研究两种固体燃料火箭推进器的燃烧率，抽取样本容量 $n_1=n_2=20$ 的两个独立样本，求得燃烧率的样本均值分别为 18cm/s，24cm/s. 设两种燃料的燃烧率都服从正态分布，标准差均为 0.05cm/s，求两种燃料的燃烧率的总体均值差 $\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 0.99 的置信区间.

2.25. 解：~~两个~~粉 正态总体的均值差 有

$$U=\frac{(\overline{X_1}-\overline{X_2})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}}\sim N(0,1)$$

$$P\left\{-\mu_{\frac{\alpha}{2}}<U<\mu_{\frac{\alpha}{2}}\right\}\approx 1-\alpha$$

其置信区间为

$$\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}-u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}},\ \overline{X_1}-\overline{X_2}+u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\sigma_1^2/n_1+\sigma_2^2/n_2}\right)$$

查表得 $u_{\frac{\alpha}{2}}=2.58$

由题意得 $\overline{X}_1=18$, $\overline{X_2}=24$, $\sigma_1=\sigma_2=0.05$ $n_1=n_2=20$

代入上式得 置信区间为 $(-6.04, -5.96)$