Oblig-innlevering i FYS2130 Våren 2017

Navn: Jonas Gahr Sturtzel Lunde

Oblig nr: 4

Dato levert: 21.02.2017

Ønsker tilbakemelding: JA NEI

Velger du JA forventer vi at du faktisk leser tilbakemeldingene

Ved nyinnlevering: Hvem rettet/vuderte forrige innlevering?

Besvarelsen er vudert som: GODKJENT IKKE GODKJENT

Rettet/vudert av: **Dato:**

Merknader/kommentarer:

Oppgave 2

Når vi kommer over halvparten av samplingsfrekvensen, altså i dette tilfellet rundt 22kHz, har vi ikke lenger høy nok oppløsning til at de harmoniske svingningene blir tolket på en entydig måte. Hvis vi ikke representerer bølgene med høy nok oppløsning vil de kunne fremstå som bølger med lavere frekvens, fordi vi rett og slett "hopper over" en eller flere bølgetopper mellom hvert punkt i vår digitale fremstilling.

I dette tilfellet vil det bety at lyder over 22kHz kan komme til å avspilles som en helt tilfeldig lavere frekvens, og fremstå som tilfeldig støy.

Oppgave 8

Vi bruker den diskretiserte definisjonen av fourier-transformasjon til å se på den første frekvensen, $k = 0$, eller 0Hz, i frekvensspekteret.

$$
\begin{aligned}
X_k &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \mathrm{e}^{-i\frac{2\pi}{N}kn} \\
X_0 &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \mathrm{e}^{-i\frac{2\pi}{N}0n} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \\
&= \frac{x_0 + x_1 + \cdots + x_{n-2} + x_{n-1}}{N}
\end{aligned}
$$

Vi ser at dette er gjennomsnittet av de N verdiene til x_n.[1]

[1]Interessant bemerkning: Dette utarter seg i den originale funksjonen som et konstantledd, ettersom at sinus og cosinus av en frekvens på 0Hz er en konstant. Dette betyr at informasjon om hvor forskjøvet de harmoniske svingningen er fra $x = 0$ ligger i X_0. Ettersom dette er harmoniske svingninger, vil selvsagt en slik forskyvning tilsvare gjennomsnittsverdien av funksjonen, som er 0 når svingningen ikke har et konstantledd.

Som vi ser fra figur 1 stemmer dette. X_k for $k = 0$ er gjennomsnittet av x_n.

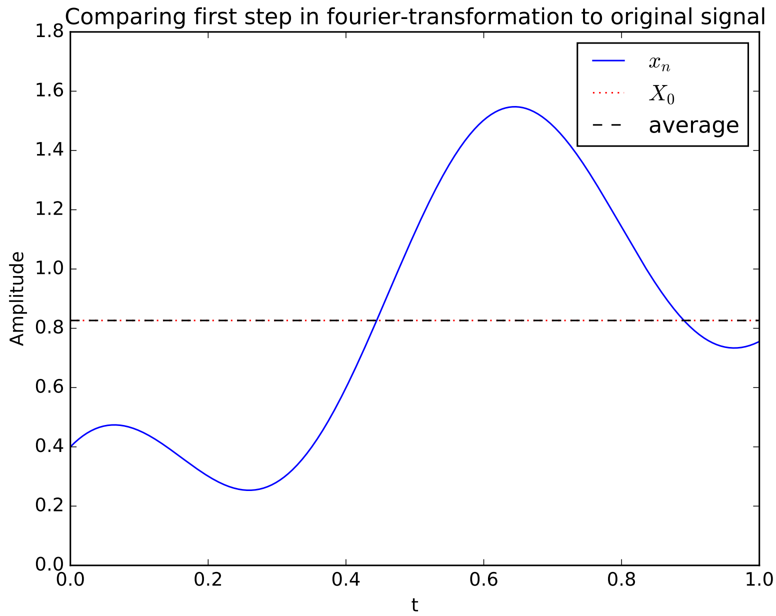

Figure 1: Første steg i diskret Fourier-transformasjon

Oppgave 9

Som vi ser fra figur 2 til 4 at frekvensbildet stemmer overens med frekvensen vi satt i cosinusfunksjonen. Fra figur 5 til 7 ser vi derimot at frekvensbildet er feil. Dette er fordi fouriertransformasjonen bare kan benyttes på harmoniske svingninger med frekvens under halvparten av samplingfrekvensen, som poengtert i oppgave 2. Denne har vi satt til $1000Hz$, og frekvenser over $500Hz$ vil derfor opptre med for lav oppløsning til å kunne representeres nøyaktig, som skaper et misvisende frekvensbilde.

Jeg vet ikke om dette var poenget med oppgaven, men jeg skjønner ærlig talt ikke hva "et system i hvor linjene kommer ut i frekvensspekteret" skal bety. Jeg plotter et frekvensspekter, selvsagt kommer linjene ut i frekvensspekteret. Hvor ellers skulle de kommet ut?

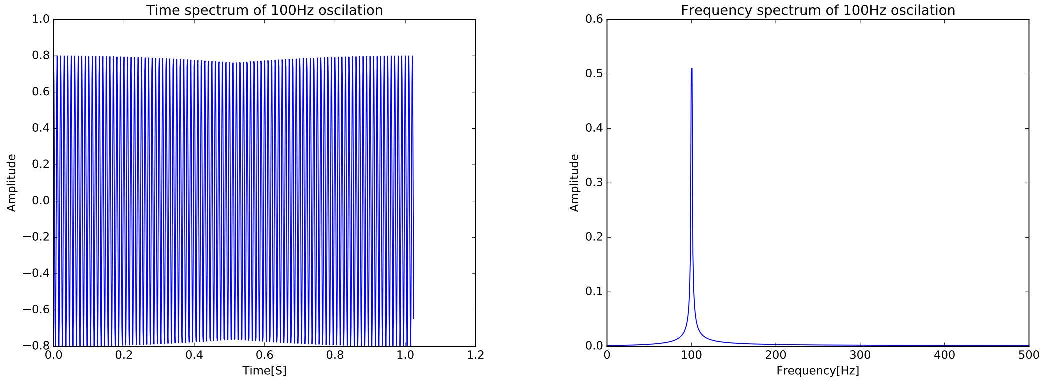

Figure 2: Tids- og frekvensspekter av 100Hz svingning

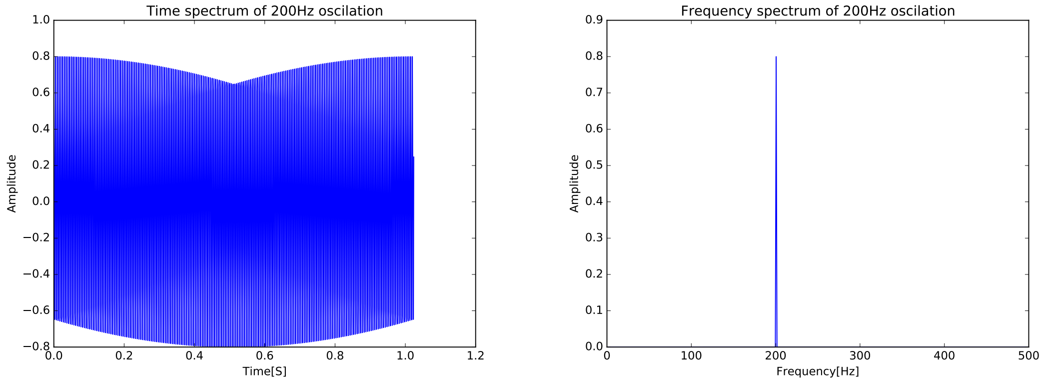

Figure 3: Tids- og frekvensspekter av 200Hz svingning

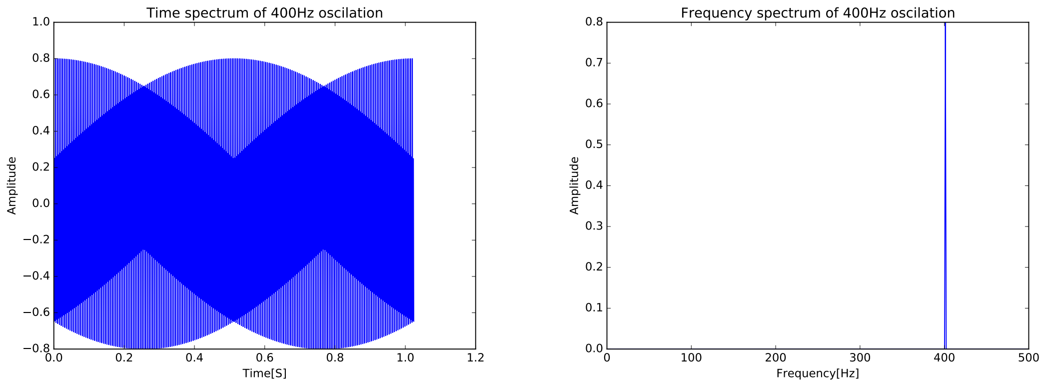

Figure 4: Tids- og frekvensspekter av 400Hz svingning

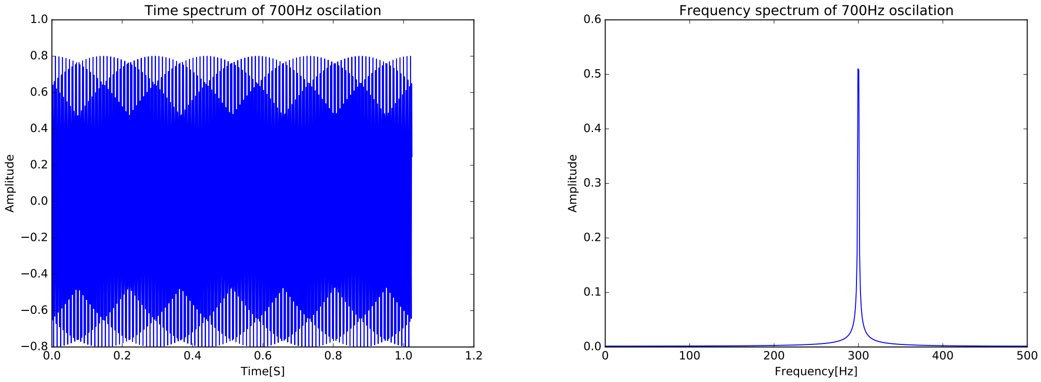

Figure 5: Tids- og frekvensspekter av 700Hz svingning

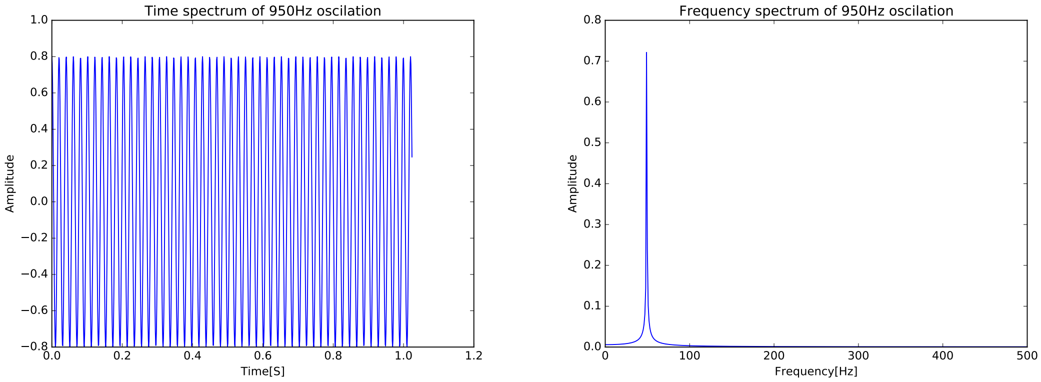

Figure 6: Tids- og frekvensspekter av 950Hz svingning

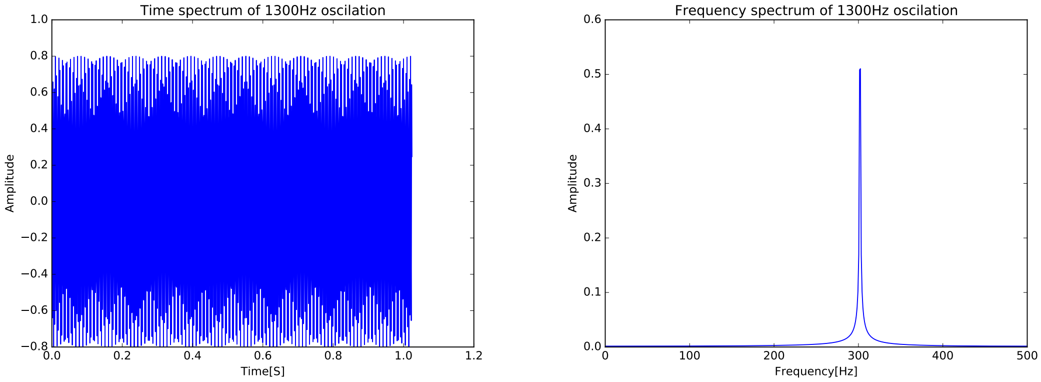

Figure 7: Tids- og frekvensspekter av 1300Hz svingning

Oppgave 11

Vi ser at frekvensspekteret i figur 8 ligner det i boken. Vi ser også at den har en topp rundt frekvensen 0.1, som tilsvarer en periode på 10år. Dette stemmer godt overens med tidsspekteret, der vi kan se at toppene kommer gjevnlig, og er rundt 10 hvert hundrede år.

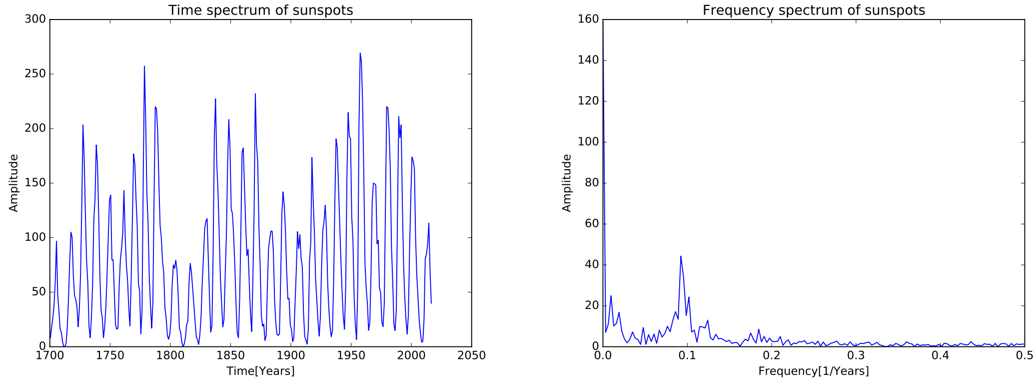

Figure 8: Tids- og frekvensspekter til solflekk-data.

Oppgave 14 og 15

Fra frekvensspekteret i figur 9 ser vi at 13 perioders signalet får en skarpere topp, som tilsvarer en tydeligere definert frekvens, enn 13.2 perioders signalet. Dette er fordi heltallet perioder gjør den til en fullstendig periodisk funksjon, også i ytterpunktene, mens den andre funksjonen vil ha litt udefinert periode helt i starten og slutten av plottet.

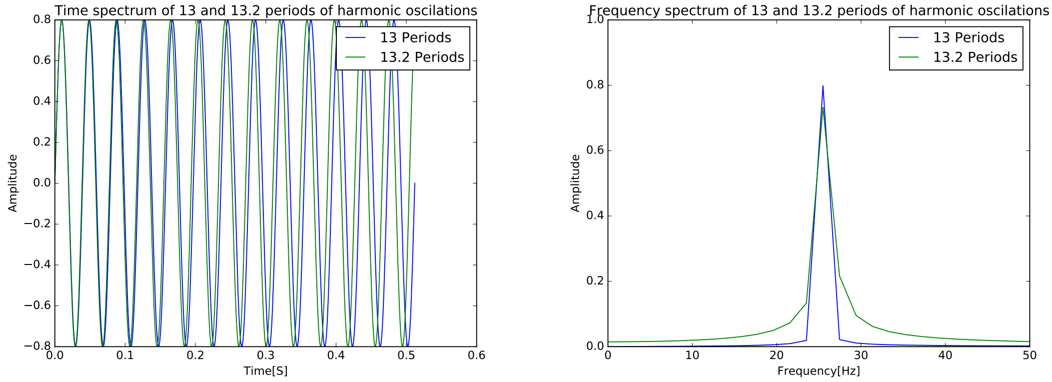

Figure 9: Tids- og frekvensspekter til 13 og 13.2 perioders sinus-svingninger.

Oppgave 16

Vi ser fra figur 10 at vi får firkant-mønsteret vi ønsker, med 16 perioder. Det fullstendige frekvensspekteret i figur 11 kan være litt vanskelig å tolke, så jeg har inkludert en zoom'et versjon i figur 11. Her ser vi at vi har tydelig definerte oddetalls-frekvenser, 1, 3, 5, 7,..., som avtar i amplitude.

En slik pulsrekke vi ser i tidsbildet kan modelleres som en uendelige rekke av harmoniske svingninger, på formen

$$x(t) = \sin t + \frac{1}{3}\sin(3t) + \frac{1}{5}\sin(5t) + \frac{1}{7}\sin(7t) + \cdots$$

(her kan det inkluderes en rekke konstanter, men den fundamentale formen koker ned til dette).

Vi ser at dette stemmer overens med både de frekvensene vi ser, og den avtagende amplituden på frekvensene.

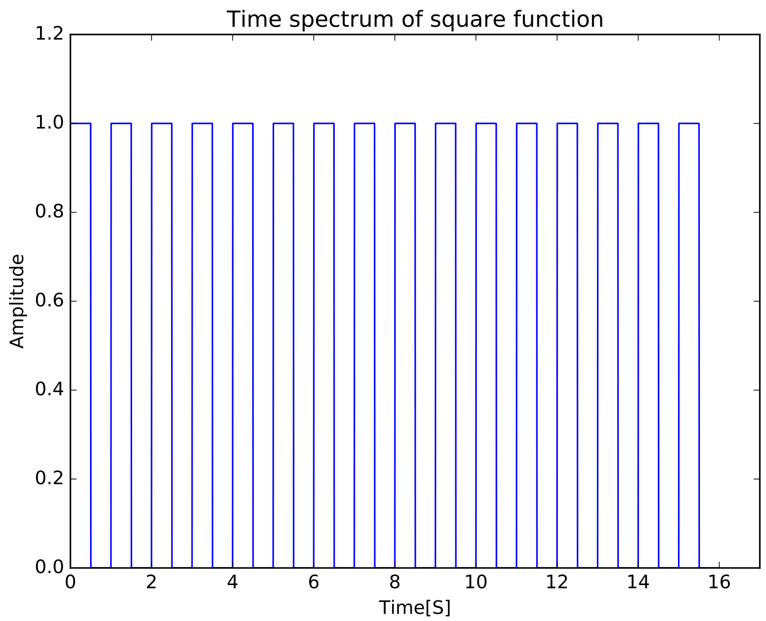

Figure 10: Tidsspekter til firkant-funksjon

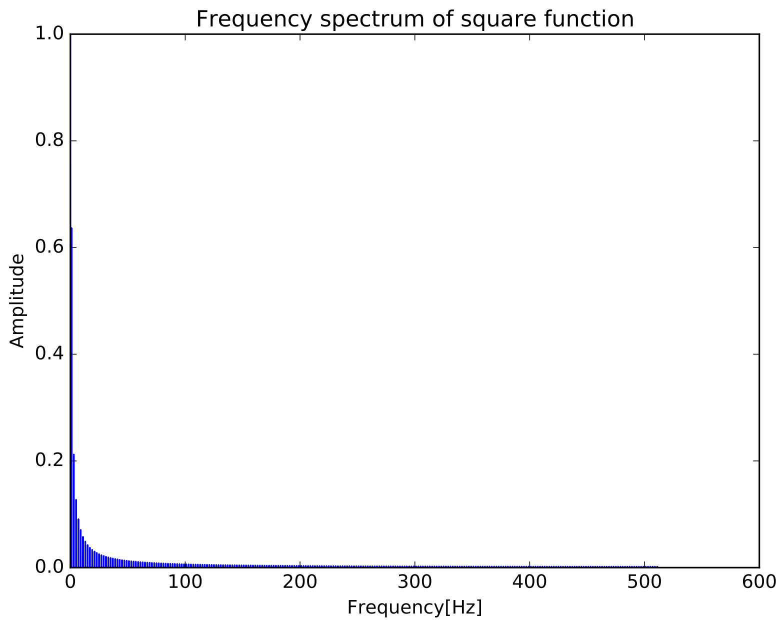

Figure 11: Frekvensspekter til firkant-funksjon

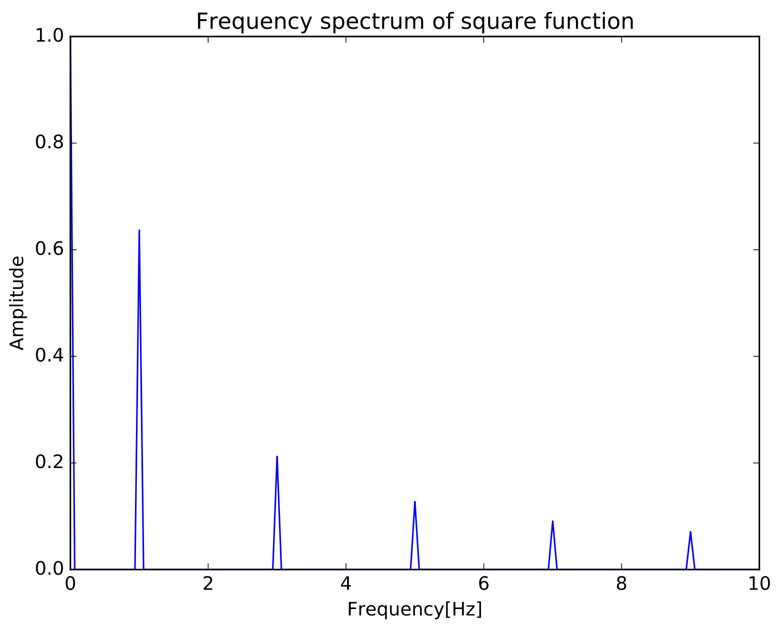

Figure 12: Frekvensspekter til firkant-funksjon, kuttet ved 10Hz