STK1110 – Oblig 1

Jonas Gahr Sturtzel Lunde (`jonassl`)

September 28, 2018

Oppgave 2

a)

Ettersom ligning (1) fra oppgaven er en t-fordeling med $n-1$ frihetsgrader, vet vi at den følger

$$P\left(t_{\alpha/2,\,n-1} < \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} < t_{1-\alpha/2,\,n-1}\right) = 1-\alpha \tag{1}$$

der $t_{\alpha/2,\,n-1}$ og $t_{1-\alpha/2,\,n-1}$ er $\alpha/2$ og $1-\alpha/2$ persentilene til en t-fordeling med $n-1$ frihetsgrader.
Løser vi ulikheten inni parantesen for μ får vi at

$$\bar{X} - t_{\alpha/2,\,n-1}\cdot\frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{1-\alpha/2,n-1}\cdot\frac{S}{\sqrt{n}}$$

som er $100(1-\alpha)\%$ konfidensintervallet til μ.

b

Ettersom ligning (1) fra oppgaven er kjikvadrat-fordelt med $n-1$ frihetsgrader, vet vi at den tilfredsstiller

$$P\left(\chi_{\alpha/2,\,n-1} < \frac{(n-1)}{\sigma^2}S^2 < \chi_{\alpha/2,\,n-1}\right) = 1-\alpha \tag{2}$$

der $\chi_{\alpha/2,\,n-1}$ og $\chi_{1-\alpha/2,\,n-1}$ er $\alpha/2$ og $1-\alpha/2$ persentilene til en kjikvadrat-fordeling med $n-1$ frihetsgrader.
Løser vi ulikheten inni parantesen for σ får vi at

$$\sqrt{\frac{(n-1)}{\chi_{\alpha/2,\,n-1}}}S < \sigma < \sqrt{\frac{(n-1)}{\chi_{1-\alpha/2,\,n-1}}}S \tag{3}$$

Oppgave 3

a)

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{\kappa}^{x} \theta\kappa^\theta x^{-\theta-1}\,\mathrm{d}x = \left[\theta\kappa^\theta\frac{x^{-\theta}}{-\theta}\right]_{\kappa}^{\theta} = 1-\left(\frac{\kappa}{x}\right)^\theta$$

b)

$$F(x) = 1-\left(\frac{\kappa}{x}\right)^\theta = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; \frac{\kappa}{x} = \frac{1}{2} \tag{4}$$