

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/245568640>

# On Data-driven Control Theory: the State of the Art and Perspective

Article in ACTA AUTOMATICA SINICA · July 2009

DOI: 10.3724/SP.J.1004.2009.00650

---

CITATIONS  
150

READS  
3,978

---

2 authors, including:



Zhong-Sheng Hou  
Qingdao University  
358 PUBLICATIONS 6,473 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

# 数据驱动控制理论及方法的回顾和展望

侯忠生<sup>1</sup> 许建新<sup>2</sup>

**摘要** 给出了数据驱动控制理论和方法相关问题的定义, 从控制理论、实际应用和历史发展趋势三个角度阐述了数据驱动控制的存在背景, 说明了数据驱动控制理论和方法的适用条件。综述了已有数据驱动控制方法的本质内容和发展历程, 从数据利用的角度指出了已存在的数据驱动控制方法的区别和应用环境, 并对数据驱动控制理论的发展进行了展望。

**关键词** 数据驱动控制, 在线数据, 离线数据, 综述, 展望

**中图分类号** TP273

## On Data-driven Control Theory: the State of the Art and Perspective

HOU Zhong-Sheng<sup>1</sup> XU Jian-Xin<sup>2</sup>

**Abstract** The definitions and concepts of data-driven control theories and designs are described in this paper. The motivation and necessity for data-driven control are discussed from the aspects of theory, applications and the history of system control. The state-of-art of the existing data-driven control methods are presented with appropriate classifications and insights, and the differences among these methods and the application scopes are also highlighted. Finally, the perspective of data-driven control and associated research topics are also briefly explored and discussed.

**Key words** Data driven control, on-line data, off-line data, survey, perspective

自 20 世纪 50 年代末以来, 现代控制理论及方法得到了空前的发展和完善, 形成了许多领域与分支, 如系统辨识、自适应控制、鲁棒控制、最优控制、变结构控制和随机系统理论等, 并已在工业过程、航空航天以及军事等诸多方面取得了令人瞩目的成就。然而, 无论从学科发展还是从应用需求方面来看, 当前的控制理论及应用研究都面临着巨大的挑战。20 多年来, 随着科学技术、特别是信息科学技术的快速发展, 化工、冶金、机械、电子、电力、交通运输和物流等企业发生了重大变化。企业的规模越来越大, 生产工艺、生产设备和生产过程越来越复杂。传统方法, 即依据物理化学机理建立精确数学模型, 并对生产过程和设备进行控制、预报和评价已变得越来越困难。相当数量的企业每天都在产生并存储着大量的生产、设备和过程数据, 这些数据隐含着工艺变动和设备运行等信息。如何有效利用大量的离、在线数据和知识, 在难于建立受控系统较准确机理模型

的条件下, 实现对生产过程和设备的优化控制、预报和评价, 已成为控制理论界迫切需要解决的问题。因此, 发展数据驱动控制理论与方法是新时期控制理论发展与重大应用的必然要求, 具有重要的理论与现实意义。

## 1 数据驱动控制的定义与相关问题

### 1.1 数据驱动控制的定义

数据驱动控制 (Data-driven control) 最早来源于计算机科学领域, 控制领域出现这个概念是近几年的事情, 相关的少量研究虽已存在但使用的名词却不尽相同, 如 Data-based control、Modelless control、Model-free control、IFT (Iterative feed-back tuning)、VRFT (Virtual reference feedback tuning) 和 ILC (Iterative learning control) 等。严格地讲, Data-driven control 和 Data-based control 是有一些区别的, 数据驱动控制讲的是“控制的出发点和归宿都是数据”, 是一种“闭环”方式, 而 Data-based control 则仅是出发点, 是一种“开环”方式。Data-based control 比 Data-driven control 内容要广泛, 但目的性强调不够。

虽然数据驱动控制的研究还仅处于萌芽阶段, 但已得到了国内外控制理论界的高度重视。美国 University of Minnesota 的 Institute for Mathematics and Its Applications (IMA) 在 2002 年专门召开了一个为期 3 天的学术研讨会, 会议的名称为“IMA Hot Topics Workshop: Data-driven Con-

收稿日期 2008-12-17 收修改稿日期 2009-03-06

Received December 17, 2008; in revised form March 6, 2009,  
国家自然科学基金重点项目 (60834001), 国家自然科学基金 (60774022) 资助

Supported by State Key Program of National Natural Science Foundation of China (60834001) and National Natural Science Foundation of China (60774022)

1. 北京交通大学电子信息工程学院先进控制研究所 北京 100044 2.  
新加坡国立大学电子与计算机工程系 新加坡 119260

1. Advanced Control Systems Laboratory of School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, P. R. China 2. Department of Electrical and Computer Engineering, National University of Singapore, Singapore 119260, Singapore

DOI: 10.3724/SP.J.1004.2009.00650

trol and Optimization”, 49位专家出席了该会议，并有12位专家做了主题发言，但会议的内容仅是一些概念性的研讨，没有实质性关于数据驱动控制的具体介绍。值得指出的是与会人员中有一位是来自University of California 数学系的 Steve Smale 教授，他是1966年的Fields Medal 奖获得者。2008年11月，国家自然科学基金委员会于北京专门召开了“基于数据的控制、决策、调度与故障诊断”学术研讨会，与会专家39名，其中30名专家在会议上做了主题发言。

数据驱动包括数据驱动思想和数据驱动控制。数据驱动思想指利用受控系统的在线和离线数据，实现系统的基于数据的预报、评价、调度、监控、诊断、决策和优化等各种期望功能。本文仅就数据驱动控制的相关内容加以讨论。

控制系统设计包括受控对象和控制器设计两部分。受控对象有四种可能，分别为：有准确的机理模型；有机理模型，但机理模型不准确，不确定性较大；有机理模型，但机理模型太复杂，阶数太高，非线性太强；很难建立机理模型或无模型。控制器的设计分为基于机理模型设计、基于数据模型或无模型的设计。因此，四种有意义的可能控制系统设计方案有：1) 模型是机理的，控制器也是机理的；2) 建立了机理模型，但机理模型不准确，不确定性很大，对这样的系统，控制器设计既可以是基于机理模型，同时也可考虑基于数据或无模型的方法进行设计；3) 模型是机理模型，但机理模型太复杂，阶数太高，非线性太强，很难分析和设计，因此实际应用中就需要进行基于局部数据模型或无模型的控制器设计；4) 对象没有机理模型，或者很难建立机理模型，因此控制这类系统时就需要应用数据模型或无模型控制方法。其中后三类就是数据驱动控制方法需要研究的重要内容。

数据驱动控制的定义是：“控制器设计不包含受控过程数学模型信息，仅利用受控系统的在线和离线I/O数据以及经过数据处理而得到的知识来设计控制器，并在一定的假设下，有收敛性、稳定性保障和鲁棒性结论的控制理论与方法”。或者简单地讲，就是直接从数据到控制器设计的控制理论和方法。

在线数据是指在采样轴方向上，当前控制器执行过程中利用到的受控系统的I/O数据。不同的控制方法，其在线数据的时间窗口的长度可能不同：自适应控制利用当前时刻及控制器关于输入输出阶数内的数据；一步向前控制利用当前及前一时刻的数据；迭代学习控制利用时间轴上当前循环的输入输出数据；PID 控制利用当前及前两个时刻的数据，等等。当系统参数、结构发生变化或其他扰动发生时，当前时刻的数据会直接反映这些变化。因此，充分利

用在线数据可使所设计的控制系统及时捕获上述变化，从而使控制器通过反馈作用具有适应能力、镇定能力、抗扰能力和快速性。

离线数据是相对于在线数据而言的，不是在线数据的数据都是离线数据。离线数据的利用主要体现在如下4个方面：1) 利用离线数据建立受控对象的动力学模型，设计控制器并进行相关分析等。传统方法对于离线数据的利用仅局限于建立系统的模型，模型建立之后，离线数据即不再使用。2) 利用离线数据发现受控对象的运行规律和相关模式，特别是“好”和“差”的控制模式。离线数据中包含着大量的系统运行信息，经过处理和挖掘可以发现其中蕴含的规律和模式，如能有效利用，可使控制系统具有更好的性能。3) 利用离线数据可对系统的行为和模式进行预报和评价。4) 单一的数学模型很难描述一个复杂系统的所有工作状态，多模型和多控制器之间的切换也可依据基于数据的评价指标来进行，因此离线数据的有效利用可使所设计的多模型和多控制器系统具有更加安全、客观和高效的运行机制。

需要指出的是：1) 在线数据和离线数据是相对关系，很难明确分开，且它们可以相互转化；2) 机理模型和数据模型的本质区别在于，系统时变性和不确定性在机理模型中是显式表达的，而在数据模型中则是非显式或蕴含的；3) 数据驱动控制理论和方法不排斥已有的基于模型的控制理论和方法，数据驱动的控制理论和方法与基于机理模型的控制理论和方法是相互渗透并优势互补的关系；4) 理论上讲，对受控对象的知识掌握得越多，控制手段就应该越丰富，控制效果就应该越好，因此，建立好的基于数据的控制模型与设计好的控制律需要对受控系统的动力学特性和信息有比较深入的了解和利用；5) 基于模型的控制理论和方法，对离线数据是一次性使用，当模型建立后，离线数据就弃置不用，但理想的数据驱动的控制理论和方法则应该是在控制过程的始终都进行离线数据的不同层面、不同尺度上的利用，而且，IT硬件技术的迅速发展，以及离线数据丰富的数据处理方法都为这些数据处理提供了可行性和可能性；6) 当自适应控制方法在线工作时，可能导致数据不满足“充分激励”条件，模型的不匹配及未建模动态，可能产生“喷发”现象以及稳定性和鲁棒性差等若干问题，从而“不安全控制器”在实际中的应用就不可避免。然而基于数据驱动的控制理论和方法，因为是基于数据的，模型不匹配、未建模动态等问题不存在。进一步，基于数据驱动的方法，预报、控制和评价的结果还可以基于实时闭环系统数据进行检验。因此，基于数据驱动的控制理论和方法的结论相对于基于模型的控制理论和方法的结论，是更加安全和可靠的。

## 1.2 数据驱动控制理论与方法的存在背景

本小节将从控制理论、控制理论的应用和控制理论的发展历程三个层面来论述为什么需要数据驱动控制理论和方法。

从理论方面来讲：1) 基于模型的控制理论和方法总是不可避免“未建模动态”和“鲁棒性”这对孪生问题。没有建模现代控制理论又无能为力，建模又面临着“未建模动态”和“鲁棒性”问题，从而形成了一个无可避免的“怪圈”。这对孪生问题使得基于模型的控制理论和方法在实际中的应用变成了“不安全的控制器”<sup>[1]</sup>。2) 数学模型的复杂结构决定了控制器的复杂结构，高阶的复杂的非线性系统模型势必导致高阶复杂的非线性控制器，控制器的简化和降阶问题、鲁棒性问题变成了不可逾越的设计问题。3) 复杂和高深的数学知识及专业技能的需求使得控制工程师在设计和维护时，尤其是在控制复杂系统时，显得力不从心和缺乏自信，理论和实际之间的距离越来越大，制约了控制理论的健康发展。

从应用角度来看，实际中的很多问题，如化工过程、生产过程系统等，多数都要求低成本能满足决策者控制指标的自动化系统和装置，而建立系统的机理模型和全局的数学模型需要很多的专家以及高水平的研究人员，成本高，尤其对间歇过程，不同批次不同产品不同周期的要求，不可想象对每一批次、每个产品和每个周期都进行建模以提高产品的产量和质量，更何况并不是每个系统都能建立其数学模型的。对复杂系统来说，由于系统本身的复杂性，以及受到各种干扰，建立系统全局的数学模型不太可能，即使建立局部的模型也不是很准确，因此基于模型的控制理论和方法在解决实际问题时就显得苍白无力。信息量大、知识匮乏已经成为很多过程工业、复杂系统管理和控制的共同问题。

从控制理论发展的历史角度来看，控制理论的历史是从简单的不需要数学模型的调节装置、PID 控制，发展到基于传递函数模型的经典控制理论，到基于受控系统状态空间模型的现代控制理论，以及到现在的为了摆脱对受控系统数学模型依赖的数据驱动控制理论，最后再发展到智能控制理论，整个过程是螺旋式的发展历程。基于数据驱动控制理论与方法，能够从数据直接设计控制器，从而符合控制理论发展的螺旋式发展趋势。另外，从控制理论完整性角度来看，现有的控制理论和方法可分为三类：1) 需要已知数学模型才能设计控制器的控制理论和方法，如航天控制技术、最优控制方法、线性和非线性控制方法、大系统控制协调和分解方法、极点配置方法等；2) 需要已知部分数学模型信息就能设计控制器的控制理论和方法，如鲁棒控制、滑膜变结构控

制、自适应控制、模糊控制、专家控制、神经元网络控制、智能控制等；3) 仅知道受控系统的 I/O 数据就能设计控制器的控制理论与方法，如 PID 控制、迭代学习控制、其他数据驱动控制方法等。数据驱动控制理论和方法的建立符合控制理论体系完整性的要求。

## 1.3 数据驱动控制与方法的适用环境

当受控系统的全局数学模型完全未知时，或受控系统的模型的不确定性很大时，或受控过程结构变化很大时，很难用一个数学模型来表述；当建模成本与控制效益不好，或受控系统的机理模型太复杂，阶数太高，实际中不便分析和设计时，我们就应该考虑应用数据驱动控制理论和方法来解决实际的控制问题。

值得强调的是，当受控系统的全局精确数学模型完全已知，不确定性不大时，就没有必要应用数据驱动控制方法。因为当受控系统的数学模型完全已知时，我们不仅知道了受控系统的动力学行为，而且还知道了受控系统状态和输出的变化规律。为了实现控制，有很多现有的控制理论与方法可供选择，如最优控制、非线性控制、自适应控制、鲁棒控制、变结构控制等。进一步，还有很多成熟的分析和设计手段可供利用，如可以应用强有力的 Lyapunov 分析和设计方法、各种精确线性化方法等。再进一步，有了状态变化的动力学方程，不仅能对系统实现控制，甚至最优控制，而且还可设计状态观测器，能够实施对受控系统的状态反馈、状态监控，以及实现对系统的预报和评估。也就是说，有了状态，我们能实现比控制本身更多的任务。

总之，数据驱动控制方法和基于模型的控制理论与方法不能互相取代。基于模型的控制理论与方法有基于模型方法的无法替代的优点，而数据驱动控制理论与方法也有数据驱动控制理论与方法的长处，它们可以共存，并能优势互补地工作。

## 2 已有数据驱动控制方法简要综述

目前，国内外已存在的数据驱动控制理论和方法主要有 8 种。按照对数据的利用特点，这些方法又可以分为三类，分别是：基于在线数据的数据驱动控制理论与方法；基于离线数据的数据驱动控制理论与方法；基于在线和离线数据相结合的数据驱动控制理论与方法。

### 2.1 基于在线数据的数据驱动控制方法

#### 2.1.1 基于 SPSA 的无模型控制方法

1993 年 Spall 提出了一种利用 SPSA (Simultaneous perturbation stochastic approximation)<sup>[2]</sup>

算法的直接逼近控制方法<sup>[3]</sup>, 该方法不需要被控对象模型信息, 仅利用闭环测量数据整定控制器参数, 其结构图如图 1 所示.

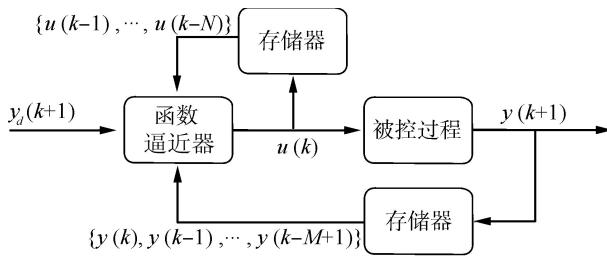


图 1 基于 SPSA 的控制方法

Fig. 1 Control method based on SPSA

被控对象的非线性动态特性未知, 控制器为一个函数逼近器 (Function approximator), 如神经网络、多项式, 该控制器结构固定, 但参数可调. 如果控制器选为多层前向神经网络, 那么神经网络的层数和每层的节点数都事先选定, 而连接权重系数就是控制器参数  $\theta$ . 神经网络的输入为当前时刻之前固定长度时间窗内的控制量和输出量, 以及下一时刻的期望输出, 亦即时刻  $k$ , 神经网络以

$$\begin{aligned} & y(k), y(k-1), \dots, y(k-M+1), \\ & u(k-1), u(k-2), \dots, u(k-N), y_d(k+1) \end{aligned} \quad (1)$$

为输入,  $u(k)$  为输出. 其中,  $y(k)$  为时刻  $k$  的被控对象输出;  $u(k)$  为时刻  $k$  的被控对象的控制输入;  $y_d(k+1)$  为时刻  $k+1$  的被控对象的期望输出;  $M, N$  分别为数据的时间窗长度. 控制器设计的目的是, 对于每一个时刻  $k$ , 寻找一个最优的控制器参数  $\theta_k^*$ , 使得控制性能指标 (2) 最小

$$J_k(\theta_k) = E \left[ (y(\theta_k, k+1) - y_d(k+1))^2 \right] \quad (2)$$

最小化性能指标函数 (2), 需要知道受控系统的数学模型, 但是, 由于被控对象的模型信息未知, 所以无法求得  $\frac{\partial y(\theta_k, k+1)}{\partial \theta_k}$ , 致使传统的优化方法不能使用. 基于 SPSA 的无模型控制方法采用同步扰动随机逼近算法来解决未知被控对象模型的最优化问题, 该方法利用递推公式

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} - a_k \hat{g}_k (\hat{\theta}_{k-1}) \quad (3)$$

来估计序列  $\{\theta_k\}$ , 其中,  $\hat{\theta}_k$  为本次迭代得到的估计值;  $a_k$  为标量系数;  $\hat{g}_k (\hat{\theta}_{k-1})$  为  $g_k (\hat{\theta}_{k-1})$  的同步扰动估计值, 其第  $l$  个分量的计算公式为

$$\hat{g}_{kl} (\hat{\theta}_{k-1}) = \frac{\hat{J}_k^{(+)} - \hat{J}_k^{(-)}}{2c_k \Delta_{kl}} \quad (4)$$

其中,  $l = 1, 2, \dots, L$ ,  $L$  为控制器参数的个数;  $\hat{J}_k^{(\pm)}$  为  $J_k (\hat{\theta}_{k-1} \pm c_k \Delta_k)$  的估计值, 利用测量值  $y_{k+1}$  和  $u_k^{(\pm)}$  计算得到,  $\hat{J}_k^{(\pm)} = (y_{k+1}^{(\pm)} - y_d(k+1))^2$ ;  $y_{k+1}^{(\pm)}$  为被控对象的控制输入等于  $u_k^{(\pm)}$  时的输出测量值;  $u_k^{(\pm)}$  为控制器参数  $\theta_k = \hat{\theta}_{k-1} \pm c_k \Delta_k$  时产生的控制量, 这里  $\Delta_k = [\Delta_{k1}, \Delta_{k2}, \dots, \Delta_{kL}]^T$  为一个随机产生的向量, 通常  $\Delta_{kl}$  服从独立有界对称分布;  $c_k$  为标量系数, 典型的选取为趋于 0 的序列或等于常数. 从上述介绍中可看出, 每次迭代中只需要进行两次闭环实验, 利用闭环实验的测量数据就可以估计得到  $g_k (\hat{\theta}_{k-1})$  的估计值  $\hat{g}_k (\hat{\theta}_{k-1})$ , 整个过程中不需要被控对象的模型信息.

文献 [4] 给出了上述控制算法的收敛的充分条件, 在满足这些充分条件的前提下, 如果存在一个  $\theta^*$ , 当  $k$  趋于无穷时, 使得  $\theta_k^*$  趋于  $\theta^*$ , 那么, 当  $k$  趋于无穷时,  $(\hat{\theta}_k - \theta^*)$  几乎肯定趋于零.

基于 SPSA 的控制方法, 没有对被控对象做任何假设, 因此可以处理非线性被控对象. 然而, 该方法的缺点也是显而易见的: 由于闭环实验中要对控制器参数进行扰动, 可能会导致废产品的出现; SPSA 算法的收敛速度较慢; 该方法也不适合被控对象快时变的情况. 文献 [5] 和文献 [6] 分别将基于 SPSA 的控制方法应用于交通控制和工业控制.

与 IFT 一样, 基于 SPSA 的控制方法也需要试验信号, 但是 IFT 在每次迭代时需要收集两组长度为  $N$  (见后文介绍) 的实验数据, 而 SPSA 控制方法每次迭代只需要收集两组长度为 1 的实验数据. 对数据的利用是利用固定长度移动窗内的在线数据, 属于梯度估计算法, 或者说是控制器参数辨识结构的数据驱动控制方法, 在线工作方式. 对象是非线性系统, 隐含的假设是需要满足类的广义李氏条件, 否则随机逼近不能给出梯度的估计值.

### 2.1.2 无模型自适应控制

无模型自适应控制 (Model free adaptive control, MFAC) 是侯忠生于 1994 年提出的<sup>[7]</sup>, 其基本思想是在受控系统当前工作点处用一个等价的动态线性化模型来代替一般离散时间非线性系统, 并仅用被控对象的输入输出数据来在线估计动态线性化模型中伪偏导数, 进而实现无模型自适应控制<sup>[8]</sup>.

一般离散时间 SISO 非线性系统为

$$\begin{aligned} y(k+1) = f(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k), \dots, \\ u(k-n_u)) \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $y(k), u(k)$  分别表示在时刻  $k$  系统的输出和输入;  $n_y, n_u$  分别表示系统的未知阶数;  $f(\cdot)$  为未知的非线性函数.

若系统(5)满足广义 Lipschitz 条件, 或系统满足类似于  $|\Delta y(k+1)| \leq b |\Delta u(k)|$  的条件, 则式(5)可以等价地表述为以下三种动态线性化模型形式<sup>[8]</sup>, 且伪偏导数和伪梯度是一致有界的.

### 1) 紧格式动态线性化模型

$$y(k+1) = y(k) + \varphi(k) \Delta u(k)$$

其中  $\varphi(k)$  为系统的伪偏导数.

### 2) 偏格式动态线性化模型

$$y(k+1) = y(k) + \boldsymbol{\varphi}^T(k) \Delta \mathbf{u}(k)$$

其中,  $\boldsymbol{\varphi}(k) = [\varphi_1(k) \cdots \varphi_L(k)]^T$  为伪梯度向量,  $\Delta \mathbf{u}(k) = [\Delta u(k) \cdots \Delta u(k-L+1)]^T$ ,  $L$  称为系统的线性化水平常数.

### 3) 全格式动态线性化模型

$$y(k+1) = y(k) + \boldsymbol{\varphi}^T(k) \Delta \mathbf{u}(k)$$

其中,  $L_u, L_y$  为系统的伪阶数,  $\boldsymbol{\varphi}(k)$  为系统的伪梯度向量,  $\boldsymbol{\varphi}(k) = [\varphi_1(k) \cdots \varphi_{L_u}(k) \varphi_{L_u+1}(k) \cdots \varphi_{L_y+L_u}(k)]^T$ ,  $\Delta \mathbf{u}(k) = [\Delta u(k) \cdots \Delta u(k-L_u+1) \Delta y(k) \cdots \Delta y(k-L_y+1)]^T$ .

上述动态线性化方法与以往的线性化方法相比具有如下特点: 1) 不需要知道受控系统的数学模型、阶数、时滞以及先验知识. 2) 是一种等价的动态线性化模型, 而非静态的近似模型. 3) 是线性时不变系统的有限脉冲模型的推广. 4) 线性化后的线性模型结构简单, 参数少, 且是时变增量形式, 是“目的于”控制系统设计的数据模型, 而非机理模型. 伪阶数的引入可以避免高阶控制器的设计问题. 高阶复杂的受控对象模型一定导致高阶复杂的控制器, 而高阶复杂的控制器会使控制技术在实际中的应用增加困难. 5) 对某一具体的非线性系统来说, 伪偏导数或伪梯度是不唯一的和时变的, 因此, 动态线性化模型也是不唯一的和时变的. 从形式上可以看出, 同一系统的三种动态线性化模型之间的区别是, 一个比一个复杂. 紧格式线性化模型中的伪偏导数的动态行为非常复杂, 所有的非线性特性以及基于它的自适应控制方案的估计误差等都包括其中. 当参数估计算法不能很好地估计其动态时, 就需要选择基于偏格式和全格式线性化的模型. 偏格式线性和全格式线性化的模型中的伪梯度向量由于有多个分量组成, 因此其动态行为相对于紧格式线性化方法的伪偏导数来说要简单, 对其估计算法要求不高. 6) 系统参数、结构和时滞的时变性在伪偏导数(伪梯度向量)动态的数值的变化上一般来讲是不明显的, 而系统的时变性在机理模型的表述中则是显式的, 非常难以处理的. 7) 动态线性化方法有相应的 MISO、MIMO 非线性系统推广形式. 8) 线性化后

的模型是动态线性模型, 因此, 基于模型的控制理论和方法的很多技巧和手段都可以引入到 MFAC 的分析和设计中. 因此, MFAC 有一系列的控制系统设计方法和分析手段, 这也是 MFAC 相对其他的数据驱动控制方法的明显优点.

基于上述动态线性化模型很容易进行控制系统设计, 以紧格式线性化方法为例, 紧格式动态线性化模型结构最简单, 它将一个非线性系统等价转化为带有一个时变标量参数的线性时变系统, 利用最小化加权一步向前预报误差准则函数, 可得如下基于紧格式动态线性化的 MFAC 控制方案:

$$u(k) = u(k-1) + \frac{\rho_k \hat{\varphi}(k)}{\lambda + |\hat{\varphi}(k)|^2} \times (y_d(k+1) - y(k)) \quad (6)$$

$$\hat{\varphi}(k) = \hat{\varphi}(k-1) + \frac{\eta_k \Delta u(k-1)}{\mu + \Delta u(k-1)^2} \times (\Delta y(k) - \hat{\varphi}(k-1) \Delta u(k-1)) \quad (7)$$

$$\hat{\varphi}(k) = \hat{\varphi}(1), \text{ 若 } |\hat{\varphi}(k)| \leq \varepsilon \text{ 或 } |\Delta u(k-1)| \leq \varepsilon \quad (8)$$

其中,  $\rho_k, \eta_k$  表示步长序列;  $\lambda, \mu$  为权重因子;  $\varepsilon$  为一个充分小的正数.

从控制律算法(6)~(8)中可以看出, 此类控制律与受控系统的参数数学模型结构、系统阶数无关, 仅利用系统 I/O 数据即可进行设计; 该方法可以实现受控系统的参数自适应控制和结构自适应控制; 上述控制方案中, 实际上只有一个在线调整的参数, 即系统的伪偏导数, 计算量小且易于实现; 伪偏导数  $\varphi(k)$  是一个慢时变参数, 估计算法(7)也可以采用其他传统的时变参数估计算法. 重置算法(8)是为了使估计算法(7)具有更强的时变参数跟踪能力. 对于复杂非线性系统, 由于伪偏导数  $\varphi(k)$  的时变行为非常复杂, 可能会引起基于它的自适应控制系统鲁棒性不好或者失稳, 此时可以采用偏格式动态线性化方法或者更具一般性的全格式动态线性化方法进行自适应控制系统设计. 众所周知, 基于模型的控制理论和方法无可避免地会遇到“未建模动态”和鲁棒性问题, 而 MFAC 控制则是基于受控系统等价的动态线性化的数据模型, 利用受控系统的 I/O 数据来设计, 并且系统的伪偏导数或伪梯度向量仅用输入输出测量值来估计, 从根本上克服了“未建模动态”和鲁棒性问题.

基于紧格式线性化、偏格式线性化的 MFAC 调节问题已有相关的稳定性和收敛性证明<sup>[7~10]</sup>.

文献[11]将 MFAC 的基本思想引入到迭代学习过程中, 即将 MFAC 的沿时间轴的动态线性化方法推广到迭代轴上, 提出了无模型自适应迭代学习

控制方案。其特点是: 控制器的设计和分析仅依赖于系统的 I/O 数据, 不要求系统满足相同初始条件和全局 Lipschitz 条件, 能够实现有限时间区间上的完全跟踪性能, 控制输入学习增益来实现迭代调节。文献 [12] 研究了无模型自适应控制器设计的参数选取的算法。文献 [8, 13–14] 研究了基于 MFAC 的非线性系统的预测控制问题。

另外, MFAC 还可以与其他基于模型的控制理论和方法相结合进行模块化设计, 以实现优势互补地共同工作, 如基于 MFAC 估计型控制系统设计方案<sup>[15]</sup>、基于 MFAC 嵌入型控制系统设计方案<sup>[15]</sup>、迭代 MFAC 型控制系统设计方案<sup>[16]</sup>等。能够与基于模型的控制方法优势互补协同工作是 MFAC 相对于其他数据驱动控制方法的显著特点之一。

到目前为止, MFAC 方法的有效性已经在实际应用中得到了验证<sup>[12–16]</sup>。

### 2.1.3 去伪控制

去伪控制 (Unfalsified control, UC) 由 Safonov 于 1995 年提出<sup>[17]</sup>, 该方法是一种无模型的自适应控制方法, 不需要任何形式的被控对象数学模型, 只根据被控对象的输入输出测量数据, 从候选的控制器集合中筛选出满足特定性能要求的控制器, 以作为当前控制器。去伪控制方法本质上属于一类切换控制方法, 而与一般切换控制方法不同, 去伪控制能在控制器作用于闭环反馈系统之前, 有效地剔除伪控制器, 表现出较好的瞬态响应。文献 [18] 指出, 去伪控制由三个要素组成: 由可逆控制器组成候选控制器集合; 评价控制器的性能指标; 控制器切换机制。

图 2 是一种简单的去伪控制算法, 其中  $P$  为未知被控对象 (可以是非线性的), 可逆的时不变控制器  $C_1, C_2, \dots, C_N$  属于给定的候选控制器集合  $C$ , 任何时刻作用于闭环系统的控制器都是集合  $C$  中的某个控制器。在当前时刻  $k$ , 利用时间段  $[0, k - 1]$  内收集的被控对象输入输出数据  $\{(u(\tau), y(\tau)) | \tau \in [0, k - 1]\}$  来评价控制器  $C_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ , 并选取性能最优的一个作为时刻  $k$  的控制器。需要注意的是, 应在  $C_j$  被放入闭环系统之前评价  $C_j$  的性能。利用测量数据  $u(\tau)$  和  $y(\tau)$  可以计算得到控制器  $C_j$  的虚拟参考信号  $\tilde{r}_j(\tau)$ , 计算公式如下

$$\tilde{r}_j(\tau) = C_j^{-1}(u(\tau)) + y(\tau) \quad (9)$$

然后利用控制性能指标  $J(u, y, \tilde{r}_j)$  和数据集  $\{(u(\tau), y(\tau), \tilde{r}_j(\tau)) | \tau \in [0, k - 1]\}$  来评价控制器  $C_j$ 。控制

性能指标的一个典型例子如下

$$J_j(k) = J(u, y, \tilde{r}_j, k) = \max_{\tau \in [0, k]} \frac{\|u(\tau)\|^2 + \|\tilde{r}_j(\tau) - y(\tau)\|^2}{\|\tilde{r}_j(\tau)\|^2 + \alpha}, \alpha > 0 \quad (10)$$

利用上式计算每一个  $J_j(k)$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ , 取  $j^*(k) = \arg \min_{j=1, 2, \dots, N} J_j(k)$ , 那么在时刻  $k$ , 作用于闭环系统的控制器即为  $C_{j^*(k)}$ 。在该去伪控制算法中, 每个时刻  $k$ , 剔除除  $C_{j^*(k)}$  之外的  $N - 1$  个伪控制器, 将非伪控制器  $C_{j^*(k)}$  作用于闭环系统。

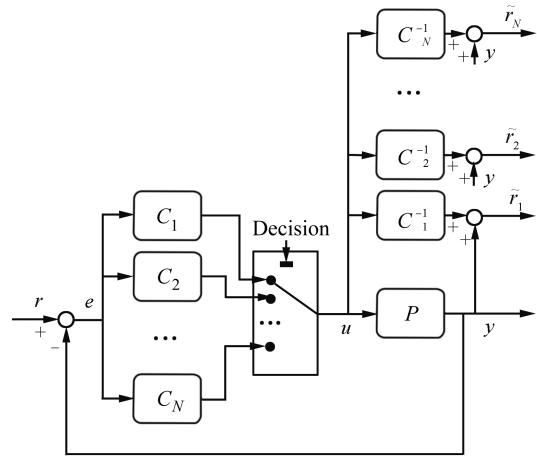


图 2 去伪控制方法

Fig. 2 Unfalsified control method

在去伪控制中, 为了选取一个合适的控制器替换不满足性能指标的伪控制器, 需要有一种切换机制, 这是去伪控制的一个重要问题。对于有限的控制器集合, 上述去伪控制算法和文献 [19] 中给出的方法需要遍历检验所有控制器, 在满足性能指标的控制器中选择一个切换到闭环系统中。文献 [20] 和文献 [21] 针对无限的参数化控制器集, 各自提出了一种控制器切换机制。文献 [20] 中给出了一种椭圆去伪控制算法, 该方法通过强化性能指标不断地缩小可行参数区域, 把伪参数集和非伪参数集分开, 在当前控制器参数非伪的情况下, 椭圆参数集仍然可以通过算法更新, 每次选择椭圆中心区域的参数作为控制器参数, 最终获得较优的控制器。而在文献 [21] 中则提出一种基于梯度的参数选择方法, 该方法的候选控制器集合为一个结构固定参数可调的控制器  $C(\theta)$ , 其中  $\theta$  为可调参数。这种去伪控制的主要思想是在负梯度方向寻找满足性能指标的参数。其具体过程如下: 按照式 (9) 计算虚拟参考输入信号, 当且仅当性能指标  $J(\theta, \tau) \leq 0, \forall \tau \in [0, t]$  时, 控制器

$C(\boldsymbol{\theta})$  在时刻  $t$  为非伪控制器, 其中

$$J(\boldsymbol{\theta}, \tau) = -\rho(\tau) + \int_0^\tau T_{spec}(\tilde{r}(\boldsymbol{\theta}, \zeta), y(\zeta), u(\zeta)) d\zeta \quad (11)$$

其中,  $u(\zeta), y(\zeta)$  ( $\zeta \in [0, t]$ ) 是测量得到的历史数据,  $\tilde{r}(\boldsymbol{\theta}, \zeta)$  表示的是由控制器  $C(\boldsymbol{\theta})$  得到的虚拟参考信号。若当前作用于闭环控制系统的控制器  $C(\boldsymbol{\theta})$  为伪控制器时, 为了使性能指标得到满足, 令参数  $\boldsymbol{\theta}$  向  $-\nabla J(\boldsymbol{\theta}, t)$  方向调整可以使  $J(\boldsymbol{\theta}, t)$  减小, 从而得到合适的控制器, 即

$$\boldsymbol{\theta}' = -\gamma \nabla J(\boldsymbol{\theta}, t) \quad (12)$$

其中,  $\gamma$  是待设计的常数参量;  $\nabla J(\boldsymbol{\theta}, t)$  是  $J(\boldsymbol{\theta}, t)$  关于  $\boldsymbol{\theta}$  的梯度, 用下式计算

$$\begin{aligned} \nabla J(\boldsymbol{\theta}, t) &= \left[ \frac{\partial J(\boldsymbol{\theta}, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_1}, \frac{\partial J(\boldsymbol{\theta}, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_2}, \dots, \frac{\partial J(\boldsymbol{\theta}, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_n} \right]^T = \\ &\int_0^t \frac{\partial T_{spec}(\tilde{r}(\boldsymbol{\theta}, \zeta), y(\zeta), u(\zeta))}{\partial \tilde{r}} \nabla \tilde{r}(\boldsymbol{\theta}, \zeta) d\zeta \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $\nabla \tilde{r}(\boldsymbol{\theta}, \zeta)$  为  $\tilde{r}(\boldsymbol{\theta}, \zeta)$  关于  $\boldsymbol{\theta}$  的梯度, 因为  $\tilde{r}(\boldsymbol{\theta}, \zeta) = C^{-1}(\boldsymbol{\theta})u(\zeta) + y(\zeta)$ , 所以

$$\begin{aligned} \nabla \tilde{r}(\boldsymbol{\theta}, \zeta) &= -C(\boldsymbol{\theta})^{-1} \nabla C(\boldsymbol{\theta}) C(\boldsymbol{\theta})^{-1} u(\zeta) \\ \nabla C(\boldsymbol{\theta}) &= \left[ \frac{\partial C(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}_1}, \frac{\partial C(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}_2}, \dots, \frac{\partial C(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}_n} \right]^T \end{aligned} \quad (14)$$

最后得到控制器参数的自适应律为

$$\boldsymbol{\theta}' = \begin{cases} \gamma \int_0^\tau \frac{\partial T_{spec}(\tilde{r}, \zeta)}{\partial \tilde{r}} C(\boldsymbol{\theta})^{-1} \nabla C(\boldsymbol{\theta}) C(\boldsymbol{\theta})^{-1} \times \\ u(\zeta) d\zeta, & \text{若 } J(\boldsymbol{\theta}, \tau) > 0, \forall \tau \in [0, t] \\ 0, & \text{若 } J(\boldsymbol{\theta}, \tau) \leq 0, \forall \tau \in [0, t] \end{cases} \quad (15)$$

去伪控制还有待完善的问题是: 如何选择候选控制器集, 且需要控制器可逆; 评价指标中如何使得数据反映包括各种稳定和不稳定工作状态的情况。文献 [22] 指出该方法被应用于导弹制导控制器中 PID 增益的自适应选取, 同时还被用在双连杆机器手臂的控制以及工业过程控制当中。文献 [23] 将椭圆去伪控制拓展到多输入多输出系统。文献 [24] 给出了安全的多控制器切换自适应控制系统, 该系统的候选控制器集合中只要存在一个可镇定对象的控制器, 就能保证系统的稳定。

## 2.2 基于离线数据的数据驱动控制方法

### 2.2.1 PID 控制方法

有关 PID 控制和基于 PID 的控制方法的文献

非常多, 并且已经在实际中得到了最广泛的应用。到目前为止, 工业过程控制中 95% 以上仍然是 PID 控制 [25]。自 Ziegler 和 Nichols [26] 提出 PID 参数整定方法起, 有许多技术已经被用于 PID 控制器的自动整定。国内外关于 PID 参数整定方法已有一些综述文章 [27~29], Astrom 和 Hagglund 还出版了 PID 控制器整定方面的专著 [30~31], 这些整定方法极大地简化了 PID 控制器的使用。PID 控制是最早的数据驱动控制方法, 同其他控制方法一样, PID 控制的参数整定方法和技术也处于不断发展中, 许多重要国际杂志仍然不断发表新的研究成果。

### 2.2.2 迭代反馈整定方法

迭代反馈整定方法 (Iterative feedback tuning, IFT) 是由瑞典学者 Hjalmarsson 于 1994 年提出的 [32], 是一种利用闭环控制系统的测量数据并基于梯度迭代寻找控制器最优参数的控制方法。

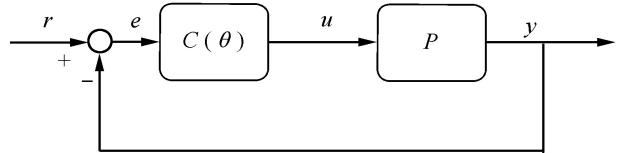


图 3 闭环控制系统

Fig. 3 Closed loop control system

IFT 主要是基于线性时不变系统的控制问题给出的。如图 3 所示, 其中,  $C(\boldsymbol{\theta}, z^{-1})$  是结构给定的线性控制器, 并假设对控制器参数  $\boldsymbol{\theta}$  可导,  $P(z^{-1})$  是线性时不变的被控对象。控制性能指标为

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (y(\boldsymbol{\theta}, k) - y_d(k))^2 \quad (16)$$

其中,  $y(\boldsymbol{\theta})$  为闭环系统输出,  $y_d$  为闭环系统的期望输出,  $N$  是数据长度。IFT 方法的目标是寻找令  $J(\boldsymbol{\theta})$  最小的控制器参数。基于梯度的控制器参数迭代寻优算法为

$$\boldsymbol{\theta}_{i+1} = \boldsymbol{\theta}_i - \gamma_i R_i^{-1} \frac{\partial J(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (17)$$

其中,  $\gamma_i$  为正实数, 人为选取;  $R_i$  为正定矩阵, 可人为选取;  $\frac{\partial J(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  为控制性能指标  $J(\boldsymbol{\theta})$  对控制器参数  $\boldsymbol{\theta}$  的梯度在  $\boldsymbol{\theta}_i$  处的值。由式 (16) 可得

$$\frac{\partial J(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(\boldsymbol{\theta}_i, k) - y_d(k)) \frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i, k)}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (18)$$

其中  $\frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  为闭环输出  $y(\boldsymbol{\theta})$  对控制器参数  $\boldsymbol{\theta}$  的梯度在  $\boldsymbol{\theta}_i$  处的值。由式 (18) 易知, 实现算法 (17) 的关键在于  $\frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  的获取。如果  $\frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  可获取, 进一

步,  $R_i$  可以由  $J(\boldsymbol{\theta})$  对控制器参数  $\boldsymbol{\theta}$  的 Hessian 矩阵在  $\boldsymbol{\theta}_i$  处的近似值来估计, 即

$$R_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i, k)}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left( \frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i, k)}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right)^T \right) \quad (19)$$

然而, 由于被控对象的动态特性未知, 所以  $\frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  无法直接计算得出. IFT 的主要贡献就在于, 它提出了一种利用闭环系统进行两次实验来估计  $\frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  的方法.

图 3 所示的闭环系统输出可表示为

$$y(\boldsymbol{\theta}) = \frac{C(\boldsymbol{\theta}, z^{-1})P(z^{-1})}{1 + C(\boldsymbol{\theta}, z^{-1})P(z^{-1})} r \quad (20)$$

在上式等号两边分别对  $\boldsymbol{\theta}$  求导, 得

$$\begin{aligned} \frac{\partial y(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} &= \frac{1}{C(\boldsymbol{\theta}, z^{-1})} \frac{\partial C(\boldsymbol{\theta}, z^{-1})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \times \\ &\left[ \frac{C(\boldsymbol{\theta}, z^{-1})P(z^{-1})}{1 + C(\boldsymbol{\theta}, z^{-1})P(z^{-1})} (r - y(\boldsymbol{\theta})) \right] \end{aligned} \quad (21)$$

IFT 方法就是以式 (21) 为依据估计  $\frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  的值. 对闭环系统进行两次实验, 此时闭环系统中控制器为  $C(\boldsymbol{\theta}_i, z^{-1})$ . 第一次实验称为正常实验 (Normal experiment), 以参考输入  $r$  作为闭环系统的输入, 测量得到闭环输出  $y_1(\boldsymbol{\theta}_i)$ ; 第二次实验称为梯度实验 (Gradient experiment), 以  $r - y_1(\boldsymbol{\theta}_i)$  作为闭环系统输入, 得到闭环输出  $y_2(\boldsymbol{\theta}_i)$ . 那么  $\frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  的估计值为

$$\frac{\partial \hat{y}(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \frac{1}{C(\boldsymbol{\theta}_i, z^{-1})} \frac{\partial C(\boldsymbol{\theta}_i, z^{-1})}{\partial \boldsymbol{\theta}} y_2(\boldsymbol{\theta}_i) \quad (22)$$

可以证明在测量数据中含有零均值噪声的情况下, 估计值  $\frac{\partial \hat{y}(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  是无偏估计<sup>[33]</sup>.

利用两次闭环实验得到  $\frac{\partial \hat{y}(\boldsymbol{\theta}_i, k)}{\partial \boldsymbol{\theta}}, k = 1, 2, \dots, N$  后, 利用式 (18) 计算估计值  $\frac{\partial \hat{J}(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$ , 然后利用式 (17) 更新控制器参数, 完成一次迭代. 当迭代次数趋于无穷时算法收敛 (控制器参数达到局部最优), 算法收敛的基本条件是迭代中闭环系统稳定<sup>[33]</sup>. 在实际应用中迭代次数并不需要趋于无穷, 当  $\frac{\partial J(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  的估计值比较小时即可停止迭代.

文献 [34] 将上述方法应用于非线性被控对象, 与被控对象为线性时一样, 每次迭代中要利用正常实验和梯度实验两次闭环实验来估计  $\frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}}$ , 并且

指出如果在梯度实验时, 非线性被控对象在正常实验工作点处的一阶 Taylor 近似式是合理的, 那么该方法也有很好的效果. 换句话说, IFT 方法在处理非线性被控对象时, 利用线性近似式来代替原非线性系统.

从实际应用的角度看, IFT 方法可以理解为在正常生产条件下穿插进行梯度实验, 但是由于在梯度实验中, 闭环系统的输入并非期望的参考输入, 这就使得梯度实验时闭环系统的运行轨迹远离正常生产时的运行轨迹, 从而导致废产品的产生. 文献 [33] 的第 3.5 节提到两种改进梯度实验的方法, 使梯度实验时闭环系统的运行轨迹与正常生产时的运行轨迹相差不远, 以减少废产品的产生.

从 IFT 方法的工作原理可以看出, 其缺点是: 控制器结构选择的合适与否直接影响控制效果; 整定过程中难免会产生废产品, 不适合在线的工作方式; 每次迭代都要收集两组长度为  $N$  的数据, 整定过程比较费时, 并且控制器参数要迭代整定多少次, 系统就要重复运行多少次. IFT 方法的优点是: 不需要被控对象的模型信息, 而只要有闭环系统的输出测量数据, 就能够整定控制器参数. 虽然 IFT 受到越来越多学者的关注, 但笔者认为它与 ILC、MFAC、UC 相比, 无论是从框架体系上、计算量上以及对系统本身的要求上, 都不如这些方法. 文献 [35] 将 IFT 算法应用于多变量控制器的设计. 文献 [33, 36] 概括总结了 IFT 方法的应用情况. 文献 [37] 给出了一种 IFT 迭代算法的步长修正方法, 并将 IFT 方法应用到金属切削机械中. 文献 [38] 将 IFT 方法和模糊控制相结合, 探讨了一种如何利用已知信息的途径.

### 2.2.3 虚拟参考反馈整定方法

虚拟参考反馈整定方法 (Virtual reference feedback tuning, VRFT) 由 Guardabassi 和 Savarisi 于 2000 年提出<sup>[39]</sup>, 是一种利用被控对象的一组输入输出数据直接辨识 (非迭代) 控制器参数的方法, 其结构图见图 4 (见下页).

VRFT 方法解决的问题是: 对于一个闭环控制系统 (被控对象  $P(z^{-1})$  未知), 预先给定闭环参考模型  $M(z^{-1})$  (假设参考模型的逆模型存在, 且不为 1) 和结构固定的控制器  $C(\boldsymbol{\theta}, z^{-1})$ , 其中  $\boldsymbol{\theta}$  是可调的控制器参数. 利用一组测量得到的被控对象的输入输出数据  $\{(u(k), y(k))_{k=1, \dots, N}\}$  ( $N$  是获得的数据长度) 来整定控制器参数  $\boldsymbol{\theta}$ , 整定的目标是使实际闭环系统的动态特性尽可能接近闭环参考模型的动态特性, 也就是使得如下控制性能指标  $J(\boldsymbol{\theta})$  最小.

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \left\| \frac{C(\boldsymbol{\theta}, z^{-1})P(z^{-1})}{1 + C(\boldsymbol{\theta}, z^{-1})P(z^{-1})} r - M(z^{-1})r \right\|^2 \quad (23)$$

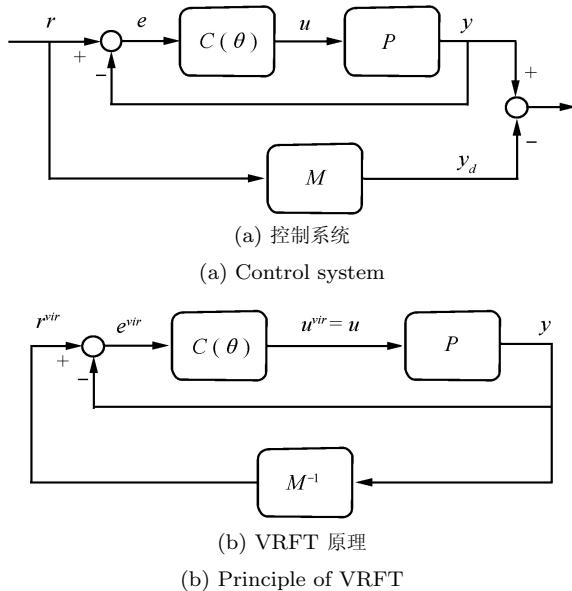


图4 VRFT控制方法框图

Fig.4 Block diagram of VRFT control method

由于被控对象未知, 所以无法直接最小化控制性能指标  $J(\boldsymbol{\theta})$ . 传统的做法是: 利用  $\{(u(k), y(k))_{k=1, \dots, N}\}$  辨识被控对象  $P(z^{-1})$  的数学模型  $P_d(z^{-1})$ , 用  $P_d(z^{-1})$  代替式  $J(\boldsymbol{\theta})$  中的  $P(z^{-1})$ , 然后最小化  $J(\boldsymbol{\theta})$ . 然而,  $P_d(z^{-1})$  的获得成本往往较高, 而且  $P(z^{-1})$  与  $P_d(z^{-1})$  之间不可避免地会存在模型误差. VRFT 方法跳过对被控对象建模的过程, 从而降低控制器设计成本, 并且避免引入模型误差. VRFT 方法先利用真实测得的被控对象的输入输出数据  $\{(u(k), y(k))_{k=1, \dots, N}\}$ , 计算得到一组控制器的虚拟输入输出数据  $\{(e^{vir}(k), u^{vir}(k))_{k=1, \dots, N}\}$ , 其中控制器的虚拟输入

$$e^{vir}(k) = r^{vir}(k) - y(k) = M^{-1}(z^{-1})y(k) - y(k) \quad (24)$$

控制器的虚拟输出

$$u^{vir}(k) = u(k) \quad (25)$$

其中,  $M^{-1}(z^{-1})$  为参考模型的逆,  $r^{vir}$  称为虚拟参考输入. 信号  $e^{vir}$ 、 $u^{vir}$  和  $r^{vir}$  之所以称作“虚拟”信号是因为这些信号并没有被送入实际的闭环系统, 而只存在于计算当中.

利用控制器的虚拟输入输出数据  $\{(e^{vir}(k), u^{vir}(k))_{k=1, \dots, N}\}$  (必要时还要进行滤波) 辨识控制器参数  $\boldsymbol{\theta}$ , 结构图如图 4(b) 所示, 实际上就是最小

化如下控制性能指标  $J_{VRFT}(\boldsymbol{\theta})$

$$J_{VRFT}(\boldsymbol{\theta}) = \|C(\boldsymbol{\theta})e^{vir} - u^{vir}\|^2 \quad (26)$$

VRFT 原本想达到的控制目标是使性能指标  $J(\boldsymbol{\theta})$  最小化, 但是为了避免引入模型误差, 算法实际上最小化的是性能指标  $J_{VRFT}(\boldsymbol{\theta})$ . 这两个看似差别很大的控制目标是否有内在联系呢? 文献 [40] 证明: 如果存在最优控制器参数能够使得控制目标  $J(\boldsymbol{\theta})$  等于零, 那么由控制目标  $J_{VRFT}(\boldsymbol{\theta})$  寻找到的最优控制器参数就是控制目标  $J(\boldsymbol{\theta})$  的最优参数. 然而, 在其他情况下, 这两个控制目标寻找到的最优参数并不相同, 所以文献 [39–40] 设计了滤波器对  $\{(e^{vir}(k), u^{vir}(k))_{k=1, \dots, N}\}$  进行滤波, 理论证明经过滤波处理后, 控制目标  $J_{VRFT}(\boldsymbol{\theta})$  寻找到的最优控制器参数与控制指标  $J(\boldsymbol{\theta})$  的最优控制器参数相同. 但是, 要设计令两个性能指标的最优参数完全一致的滤波器, 需要被控对象的输出对输入的导数, 此导数值只能估计, 无法精确得到, 如此又引入了新的误差. 由此看出, 控制器结构的选择直接影响 VRFT 方法的控制效果. 如果控制器结构的选择满足文献 [40] 中的定理 1 要求, 那么 VRFT 方法的优势是显而易见的.

文献 [40] 将 VRFT 方法应用于非线性被控对象, 控制器也可以是非线性的, 但结构给定、参数可调, 此时式 (26) 变为

$$J_{VRFT}(\boldsymbol{\theta}) = \|C(\boldsymbol{\theta}, e^{vir}) - u^{vir}\|^2 \quad (27)$$

因为控制器结构已知, 所以上式可以进行最小化.

VRFT 方法利用一组被控对象的输入输出测量数据, 跳过对被控对象的建模过程, 直接辨识出结构固定的控制器的最优参数. 该方法的缺点是: 1) 该方法属于离线的工作方式, 因此, 系统发生变化时, 如结构发生变化, 需要重新整定; 2) 参考模型要求是可逆的这个条件很严, 选取难度较大; 3) 控制器结构的选择对控制效果影响很大, 是一个静态的控制器; 4) 测量数据是否能够充分反映被控对象的动态信息, 直接影响控制效果. 文献 [41] 将 VRFT 方法扩展到多输入多输出系统. 在实际应用方面, 文献 [42–43] 将 VRFT 方法应用于功能性电刺激控制, 文献 [44] 将 VRFT 方法应用于机械臂控制.

## 2.3 基于在线和离线数据结合的数据驱动控制方法

### 2.3.1 迭代学习控制方法

迭代学习控制方法 (Iterative learning control, ILC) 由 Uchiyama 于 1978 年首先提出, 但由于用日文发表<sup>[45]</sup>, 影响小, 后来由 Arimoto 等<sup>[46]</sup> 于 1984 年用英文发表. 该方法的基本策略是, 针对一类在有限区间上重复运行的非线性动态系统, 利用前一次

或前几次操作时测得的误差信息和控制输入信息修正当前循环的控制输入, 使该重复任务在该次操作过程中做得更好。如此不断重复, 直到在整个时间区间上, 系统的输出完全跟踪期望轨迹。

ILC 自被提出以来一直是控制界研究的热点领域之一。文献 [47–51] 全面、系统地介绍了迭代学习控制的近期研究成果。迄今为止, 绝大多数迭代学习控制的研究都是基于压缩映射和不动点原理<sup>[52–53]</sup>。

ILC 的系统结构如图 5 所示, 两个存储器用于存储前一次或前几次迭代的控制量和误差量, 受控对象为全局 Lipschitz 连续的动力系统

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i(k+1) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{u}_i(k), k) \\ \mathbf{y}_i(k) &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_i(k), \mathbf{u}_i(k), k) \end{aligned} \quad (28)$$

式中,  $\mathbf{f}, \mathbf{g}$  为具有相应维数的向量函数;  $\mathbf{x}_i(k) \in \mathbf{R}^n$  表示系统的状态向量;  $\mathbf{y}_i(k) \in \mathbf{R}^m$  表示系统的输出向量;  $\mathbf{u}_i(k) \in \mathbf{R}^r$  表示控制输入向量;  $k \in \{0, 1, \dots, T\}$  为有限跟踪区间;  $i = 0, 1, 2, \dots$  表示迭代次数。

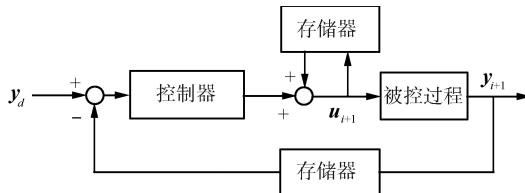


图 5 迭代学习控制系统结构图

Fig. 5 Block diagram of ILC system

控制任务是在有限时间区间  $\{0, 1, \dots, T\}$  上, 对给定的期望轨迹  $\mathbf{y}_d(k)$ ,  $k \in \{0, 1, \dots, T\}$ , 寻找控制输入  $\mathbf{u}_i(k)$ , 使得系统输出  $\mathbf{y}_i(k)$  尽可能地完全跟踪上期望输出  $\mathbf{y}_d(k)$ 。即当迭代次数  $i$  趋于无穷时, 跟踪误差  $\mathbf{e}_i(k) = \mathbf{y}_d(k) - \mathbf{y}_i(k)$ ,  $k \in \{0, 1, \dots, T\}$ , 一致收敛于 0。

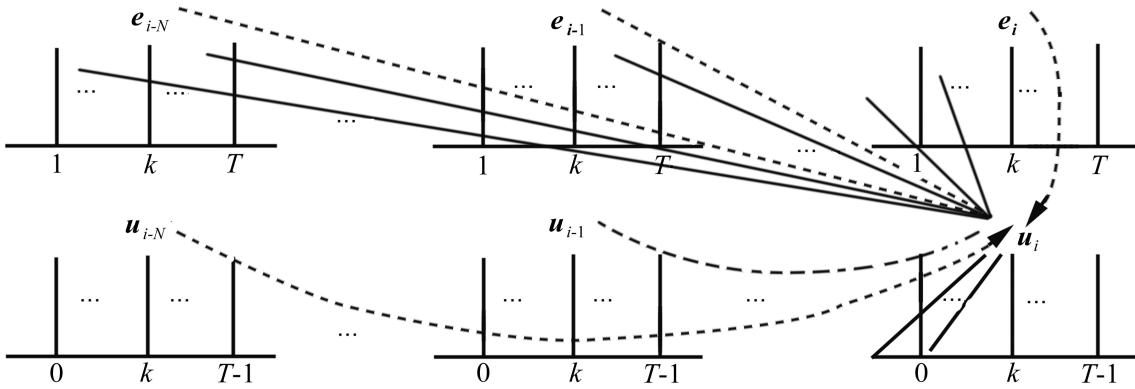


图 6 迭代学习控制基本原理

Fig. 6 Basic principle of ILC

迭代学习控制的工作原理见图 6, 从图 6 可以直观地看出, 迭代学习控制利用系统 I/O 数据的方式, 存储器中存储的本次迭代包括时刻  $k$  以及以前的误差量, 而前  $N$  次迭代所有时刻的误差量, 以及本次迭代时刻  $k$  之前及前  $N$  次迭代所有时刻的控制量  $\{\mathbf{u}_i, \dots, \mathbf{u}_{i-N}, \mathbf{e}_i, \dots, \mathbf{e}_{i-N}\}$  均可以用来计算本次迭代的控制量。迭代学习律理论上的一般形式为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i(k) &= h(\mathbf{u}_i(< k), \mathbf{u}_{i-1}(\cdot), \dots, \mathbf{u}_{i-N}(\cdot)) \\ \mathbf{e}_i(\leq k), \mathbf{e}_{i-1}(\cdot) \dots, \mathbf{e}_{i-N}(\cdot)) \end{aligned} \quad (29)$$

显然, P 型学习律、D 型学习律、PID 型学习律、高阶学习律、鲁棒学习律、最优学习律、反馈和前馈相结合的形式等都是迭代学习律 (29) 的特例。

以 P 型学习律  $\mathbf{u}_i(k) = \mathbf{u}_{i-1}(k) + L(k)\mathbf{e}_{i-1}(k)$  为例, 其收敛条件为  $\left|1 - L \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}}\right| \leq \gamma < 1$ , 因此迭代学习控制只需系统 (28) 是全局 Lipschitz 的, 并且知道  $\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}}$  的上下界, 就可以设定学习增益  $L$  以确保收敛条件成立, 完全不需要已知其他任何系统信息以及系统本身是否稳定。其他的学习律可以得出类似的收敛条件和结论。

迭代学习控制的显著特征可总结如下: 1) 控制目标在于系统的输出, 因而可以不需要知道系统状态的任何信息; 2) 控制器结构简单, 本质上是沿迭代轴的一个积分器; 3) 是一个具有记忆功能的学习过程; 4) 控制器的设计需要较少的系统知识, 被控对象直接从非线性系统出发; 5) 相同初始条件的假设对学习过程的收敛性至关重要; 6) 在所有迭代过程中, 系统的期望轨迹必须相同。

另外, ILC 方法已经在实际系统中得到了广泛的应用<sup>[54–55]</sup>。

ILC 对数据的利用方式和方法, 相对于其他同类型的数据驱动控制方法而言, 是最丰富的、有系统性的利用方法. ILC 既能利用在线数据, 也充分利用了离线数据, 这一点给数据驱动控制理论和方法的研究提供了非常好的榜样. 需要指出的是, ILC 不是利用这些数据整定控制器的参数, 而是直接逼近控制信号本身, 这是 ILC 区别于其他数据驱动控制方法的一个明显特点.

### 2.3.2 基于懒惰学习的控制方法

懒惰学习 (Lazy learning, LL) 是一种有监督的机器学习算法 (Supervised machine learning). 1994 年 Schaal 和 Atkeson 首先将懒惰学习应用于控制<sup>[56]</sup>. 与其他有监督的机器学习算法一样, 懒惰学习的目的是: 从一个由输入输出数据对组成的训练数据集中, 找到输入与输出的映射关系.

与其他监督学习算法不同, 懒惰学习具有以下三个特点<sup>[57]</sup>: 1) 推迟对训练集中数据的处理, 直到算法被要求估计某个输入值的输出值, 该输入值通常被称作查询点 (Query point), 数据通常只被简单地存放, 以备将来使用; 2) 在估计查询点处的输出值时, 只需要训练集中的数据提供的信息, 而不需要其他额外的信息; 3) 在得到查询点处输出值的估计值后, 只保留该估计值, 其他的中间结果都被丢弃掉. 在一些文献里也将懒惰学习称为基于实例的学习方法, 是机器学习领域的一个分支, 受到很多学者的关注, 如 1997 年期刊 *Artificial Intelligence Review* 出版了一期懒惰学习专刊<sup>[57]</sup>, 对该方法进行了一次重要的总结.

为描述方便, 下面介绍一种较简单的懒惰学习算法 (精度更高、效率更快的懒惰学习算法参见相关文献). 对于一个未知的非线性函数映射  $y = f(\phi)$ , 其中,  $f : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $\phi \in \mathbf{R}^n$ ,  $y \in \mathbf{R}$ , 测量收集到该函数映射的输入输出数据集  $\{(\phi_i, y_i)\}_{i=1,\dots,N}$ . 现在需要估计查询点  $\phi_q$  处的函数值  $y_q$ . 为了得到  $y_q$  的估计值  $\hat{y}_q$ , 懒惰学习算法需要进行以下三个步骤:

1) 局部模型的产生. 采用局部加权线性回归产生局部模型. 局部模型为线性函数  $y = [\phi^T \ 1] \times \theta$ , 其中  $\theta \in \mathbf{R}^{n+1}$ . 局部加权线性回归就是在给定  $h$  的情况下, 求使如下性能指标最小的参数  $\theta^*(h)$

$$J(\theta, h) = \sum_{i=1}^N \left\{ \left( y_i - [\phi_i^T \ 1] \cdot \theta \right)^2 \times K \left( \frac{D(\phi_i, \phi_q)}{h} \right) \right\} \quad (30)$$

其中,  $D(\phi_i, \phi_q)$  为距离函数, 即点  $\phi_i$  到点  $\phi_q$  的欧几里得距离;  $h$  为加权函数的带宽;  $K(\cdot)$  为加权函

数, 这里选为矩形加权函数, 即

$$K(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$$

选择不同的  $h$ , 就会产生若干候选局部模型  $\theta^*(h)$ .

2) 局部模型的评价. 将由步骤 1) 得到的候选局部模型的模型参数  $\theta^*(h)$  代入式 (30), 利用式 (30) 的值来评价候选局部模型. 该评价方法是有偏的评价, 因为辨识模型和评价模型采用同一个数据集  $\{(\phi_i, y_i)\}_{i=1,\dots,N}$ . 更合理的评价方法见文献 [58].

3) 估计函数值. 选择令式 (30) 最小的  $\theta^*(h^*)$  作为最优局部模型的参数, 则查询点  $\phi_q$  处的函数值  $y_q$  的估计值为

$$\hat{y}_q = [\phi_q^T \ 1] \cdot \theta^*(h^*) \quad (31)$$

当得到了查询点  $\phi_q$  处的函数值  $y_q$  的估计值  $\hat{y}_q$  后, 局部模型  $y = [\phi^T \ 1] \cdot \theta^*(h^*)$  就被丢掉, 对于新的查询点, 上述三个步骤需要重新进行. 因此, 可以说懒惰学习是数值估计而非函数估计. 虽然局部模型的复杂程度远远小于反映整个训练数据集映射关系的整体模型的复杂程度, 但是因为要对每个查询点都建立局部模型, 所以懒惰学习算法的计算量较大. 为了提高懒惰学习算法的计算效率, 在为每个查询点建立局部模型时, 通常选择简单的模型, 而线性模型是应用最多的一种. 因为局部模型只是用来刻画查询点附近的函数映射关系, 所以即使局部模型选为如线性模型这样简单的模型, 也可以在估计复杂非线性函数的输出值时, 保证一定的精度.

当懒惰学习算法中的局部模型选为线性模型时, 就可应用线性控制理论来处理非线性被控对象, 基于懒惰学习的控制方法是一种分而治之 (Divide and conquer) 的控制思想<sup>[59]</sup>, 其基本思想是: 首先对非线性被控对象进行动态时变线性化 (即在每个时刻建立反映非线性被控对象在此时刻所处工作点附近动态特性的线性模型), 然后利用每个时刻的线性模型设计控制器. 下面以文献 [58] 中提出的懒惰学习自调整调节器 (Self-tuning regulator) 为例, 说明如何将懒惰学习算法应用到控制中. 非线性被控对象

$$\begin{aligned} y(k+1) = \\ f(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k), \dots, u(k-n_u)) \end{aligned} \quad (32)$$

其中,  $y(k)$  为时刻  $k$  的输出,  $u(k)$  为时刻  $k$  的输入. 以

$$\phi_q(k) = [y(k) \ \dots \ y(k-n_y) \ u(k) \ \dots \ u(k-n_u)]^T \quad (33)$$

为查询点, 利用上述懒惰学习算法求得时刻  $k$  式(32) 的局部线性模型为

$$\begin{aligned} y(k+1) = \\ [y(k) \ \cdots \ u(k) \ \cdots \ u(k-n_u) \ 1] \times \boldsymbol{\theta}^*(h^*) \end{aligned} \quad (34)$$

其中,  $\boldsymbol{\theta}^*(h^*) \in \mathbf{R}^{n_y+n_u+1}$ . 有一点需要说明, 向量  $\boldsymbol{\phi}_q(k)$  的每个分量, 除  $u(k)$  外都是已知的. 我们的目的就是为了求得合适的  $u(k)$ , 因此在上述懒惰学习算法中, 计算距离函数  $D(\boldsymbol{\phi}_i, \boldsymbol{\phi}_q)$  时, 忽略向量  $\boldsymbol{\phi}_i, \boldsymbol{\phi}_q$  的相应  $u(k)$  分量. 得到了线性局部模型 (34) 之后, 就可以利用最小方差控制或者极点配置方法设计时刻  $k$  的控制器, 然后利用该控制器计算  $u(k)$ .

懒惰学习控制方法利用历史数据在线建立动态局部线性模型, 然后利用线性控制理论设计此时刻的控制器. 由于历史数据的随时更新, 使得懒惰学习控制方法具有先天的自适应特性. 但是懒惰学习算法的计算量较大, 这是该方法的最大缺点. 另外, 懒惰学习控制方法的稳定性分析还缺乏相应的理论研究. 文献 [58] 将最优控制等其他线性控制方法与懒惰学习相结合. 文献 [56, 60] 将懒惰学习控制方法应用于机器人控制. 文献 [61] 提出了一种新的利用懒惰学习算法的控制方法, 在已经收集大量闭环系统数据 (包括闭环中控制器的输入输出以及被控对象的输出数据) 的情况下, 把懒惰学习算法直接当做控制器, 而不是利用懒惰学习算法线性化被控对象. 文献 [62] 将懒惰学习算法与 PID 控制相结合, 先利用懒惰学习算法动态线性化被控对象, 然后利用 PID 控制器进行控制. 文献 [63] 提出了一种在庞大的数据库中快速查找查询点邻近数据的方法, 提高了懒惰学习算法的效率.

另外, 王成红等在文献 [64] 给出了基于在工作点附近 Taylor 近似线性化模型和近邻数据查询的控制思想: 已经收集了足够多的可以反映被控对象动态特性 (包括时变动态特性) 的输入输出数据, 在确定控制输入时, 在数据库中查询得到与期望输出相差最小的一对输入输出数据, 以该对数据中的输入作为此时的控制输入. 这只是一个初步的思想, 该方法的具体细节还需要进一步研究. 例如, 如果过去的数据库中没有满意的控制输入, 如何通过过去的控制经验提出改进的控制律, 采用什么样的机制? 如何引入数据挖掘的相关知识以提高对海量数据的查询速度? 文献 [65–66] 也有类似的提法, 但还需深入的工作.

## 2.4 其他的数据驱动控制方法简介

除了上面介绍的八种数据驱动控制方法以外, 类似的数据驱动控制方法还有:

基于相关性分析的控制器参数整定方法 (Correlation-based Tuning, CbT). CbT 是由 Karmi、Miskovic 和 Bonvin 于 2002 年提出的<sup>[67]</sup>. CbT 与 IFT 方法类似, 也是一种利用闭环系统的测量数据迭代整定控制器参数 (控制器结构给定) 的方法. 二者在主要思想上的根本差别是: 控制性能指标不同. IFT 方法的控制性能指标通常是输出跟踪误差的函数, 最小化该性能指标的目的是最小化输出跟踪误差; 而 CbT 方法的控制性能指标由模型参考系统的输出跟踪误差  $\varepsilon(k)$  和参考输入  $r(k)$  的相关函数构成, 最小化该性能指标的目的是使得输出跟踪误差  $\varepsilon(k)$  与参考输入信号  $r(k)$  之间的相关性最小或完全不相关. 如果跟踪误差与参考输入信号完全无关, 那么此时的实际闭环系统的动态特性与参考闭环模型完全一致<sup>[68]</sup>. 文献 [69] 将 CbT 方法扩展到 MIMO 系统.

基于近似动态规划 (Approximate dynamic programming, ADP) 的 Q-Learning 算法. 1977 年, Werbos 提出了 HDP (Heuristic dynamic programming) 方法<sup>[70]</sup>, 标志着 ADP 思想的正式确立. ADP 方法是最优控制、函数逼近器 (包括神经网络、多项式、局部函数逼近器等) 以及增强学习的融合, 其基本特征就是利用在线和离线数据, 采用函数逼近器估计控制性能指标或其偏导数, 从而指导控制律的优化, 使其逼近传统动态规划方法的最优控制律. 文献 [71] 中提出了一种采用局部加权平均函数逼近器和 Q-Learning 增强学习的 ADP 算法, 该算法不需要辨识被控对象的数学模型, 直接利用离线和在线数据估计 Q 函数, 采用迭代的方法不断利用新的数据提高 Q 函数估计值的精确度, 最终逼近传统动态规划方法的最优控制律. 从 ADP 思想提出以来, 大量学者投入到 ADP 方法的研究, 是目前控制理论研究的一个热点.

数据驱动仿真控制 (Data-driven simulation and control). 数据驱动仿真控制将数据驱动仿真技术应用于控制, 该方法由 Markovsky 于 2008 年提出<sup>[72]</sup>. 数据驱动仿真技术在计算给定输入和初始条件的系统输出时, 不建立系统的显式模型, 而利用系统的轨迹数据直接计算系统的输出. 文献 [72] 中提出的控制方法只适用于线性时不变系统, 是非自适应的工作方式.

限于篇幅, 其他的类似方法在这里不再介绍.

## 3 结论和展望

本文给出了数据驱动控制的定义, 并对相关问题进行了论述, 简要地阐明了数据驱动控制理论和方法与基于模型的控制理论和方法的区别. 较全面地综述了目前国内内外已存在的数据驱动控制理论与

方法，并进行了初步的分类，指出了相互的区别和联系，以及适用的范围和限制条件。简要总结如下：

1) 理论上讲，除 PID 外，其他的方法都可以处理非线性系统，尽管有些是在线性条件下提出的，但都可以推广到非线性系统。

2) SPSA、MFAC、UC 和 LL 方法均具有自适应能力，其他方法都是非自适应的工作方式。但基于 SPSA 的无模型控制方法则在系统本身或者其参数发生变化时，其自适应效果会受到影响。

3) SPSA、IFT、VRFT 和 UC (椭圆 UC、基于梯度的 UC) 属于固定结构控制器的控制器参数辨识方法，其中 VRFT 采用一次辨识方法，其他方法都采用迭代辨识方法。

4) MFAC 和 LL 都是基于动态线性化的方法，但是 MFAC 计算量小，有较严格的理论基础；而 LL 计算量较大，没有充分的理论支撑。

5) 除了 PID、ILC 和 VRFT，其他的数据驱动控制方法都需要解决同一个问题，即如何利用数据来估计梯度值。SPSA、IFT 和基于梯度的 UC，都需要估计性能指标对控制器参数的梯度；采用动态线性化思想的 MFAC 和 LL，在每个时刻都要估计被控对象输出对输入的梯度。

6) SPSA 和 MFAC 利用在线数据，PID、IFT 和 VRFT 利用离线数据，而 ILC、UC 和 LL 则既利用在线数据，也利用离线数据。值得突出说明的是，ILC 在综合利用数据的层面上是最充分的，有各种利用方式，这是其他方法无可比拟的，另外，它是直接逼近控制信号，而非参数整定的形式。

7) ILC 控制理论和方法有完善的理论框架和体系，MFAC 次之，其他方法有待进一步完善。

对各种方法的详细比较见表 1 (见下页)。

纵观以上几种数据驱动控制方法，除了 ILC 之外，都是控制器参数整定的方法，其区别是有的需要在线整定，如 MFAC、UC、SPSA 和 LL，有的是离线整定，有的是在线和离线整定。大部分方法都需要事先给定控制器结构，但 MFAC 和 LL 则在此基础上向前走了一步，给出了动态线性化模型，有了动态线性化模型则很容易确定控制器的结构。另外，既然是参数整定问题，数学上也就是优化问题。线性参数的控制器结构的设计意味着设计和实现上更方便，以实现算法的高速和高效率。但此处的优化问题有别于传统的优化问题，即受控系统的数学模型未知，从这一点上看，MFAC、SPSA 和 IFT 明确地给出了如何在目标函数未知情况下求取梯度的问题，其中 MFAC 和 IFT 是确定性的方法，SPSA 是基于随机逼近的方法，而其他的方法则没有明确给出，是利用辨识的观点进行研究。

总之，数据驱动控制理论和方法现在仅处于萌芽阶段，还有很多的工作需要我们去探索和认识，以

下是我们对将来数据驱动控制理论和方法可能发展趋势的初步展望：

1) 数据驱动控制理论和方法的框架体系的建立。从上述各种典型的数据驱动控制理论与方法可以看出，它们要解决的问题都是一样的，即如何从受控系统的 I/O 数据直接设计控制器，并使控制器能够满足系统本身的控制要求。它们的发展历程是各自独立的，相互借鉴、渗透和移植，并在此基础上提炼它们共同的基础理论。在可能的框架 (如控制器参数辨识结构框架、动态线性化方法框架、梯度信息的估计算法框架) 下，建立统一体系对数据驱动控制理论和方法的建立具有重要的指导作用。对数据驱动控制理论和方法的典型分析手段与方法的研究是数据驱动控制理论和方法建立及健康发展的基石。任何理论和方法的建立与发展，以及走向成熟的主要标记是其是否具有典型的分析手段和方法，对数据驱动控制理论和方法也是如此。数据驱动控制理论和方法中最基础的是稳定性和收敛性的结果，由于数据驱动控制理论和方法是从数据直接到控制器的方法，因此其稳定性和收敛性的分析方法也将是基于数据的。比较有前景的稳定性分析方法可能是基于“数据能量有界”的稳定性和收敛性分析方法。

2) 面向控制任务的数据处理及其在数据驱动控制系统设计中的应用是一个具有标志性意义的研究方向。离线数据处理算法，包括各种各样的数据挖掘算法、特征提取算法、模式识别算法、机器学习算法、统计分析算法、高级优化算法等，已经非常丰富，而现有的 IT 硬件技术又为这些离线算法的在线实现提供了计算基础。众所周知，离线数据中蕴含着大量的系统动力学以及系统运行的规律和模式，探讨如何将这些规律和模式应用在数据驱动控制系统设计中，对数据驱动控制理论和方法的建立与发展具有标志性的意义和作用。已有的数据驱动控制理论和方法大多是仅利用在线数据，或者仅能利用离线数据，探讨如何将基于离线数据挖掘得到的知识应用到数据驱动控制系统设计中是非常有意义的研究工作，也就是说数据混合方式的利用是很有前途的研究内容，离线数据的应用是数据驱动控制理论与基于模型的控制理论之间本质的区别之一。图 7 (见下页) 给出了一个可能的数据驱动控制的结构图。

3) 数据驱动控制的鲁棒性定义和分析方法也是数据驱动控制理论和方法的建立及发展必须要解决的重要问题之一。鲁棒性的定义在基于模型的控制理论和方法中有其特殊的含义，并且已经得到了很好的研究，取得了丰富的结果。然而，对数据驱动控制理论和方法而言，由于传统的不确定性、未建模动态以及不确定性的上界已知等定义和假设在这里都失去了意义，因此在数据驱动控制理论中的鲁棒性的定义以及鲁棒性问题的提法都是值得研究的问题。

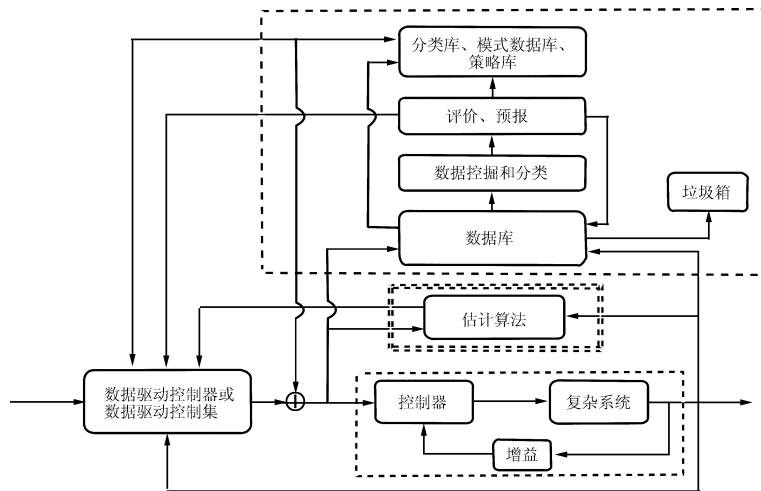


图 7 一类数据驱动控制系统结构

Fig. 7 Block diagram of data-driven control system

表 1 已有数据驱动控制理论和方法的主要特点

Table 1 Main features of the existing data-driven control theories and methods

名称	SPSA	MFAC	UC	PID	IFT	VRFT	ILC	LL
提出者	Spall 1993 美国	侯忠生 1994 中国	Safonov 1995 美国	Ziegler 1942 美国	Hjalmarsson 1994 瑞典	Guardabassi 2000 意大利	Uchiyama 1978 日本	Schaal 1994 美国
原型	一般非线性系统	一般非线性系统	一般系统	线性时不变系统	时不变线性系统	线性时不变系统	有限时间区间上运行的重复性的非线性系统	一般非线性系统
假设条件	预先给定神经元网络结构、层数、节点; 隐含满足广义 Lipschitz 条件	满足广义 Lipschitz 条件	预先给定控制器集合, 且存在满足性能指标的控制器; 控制器可逆	无	预先给定控制器结构; 要求闭环系统稳定	预先给定控制器结构; 参考模型可逆, 且不为 1	系统、期望轨线和初始条件需严格重复; 全局 Lipschitz 条件	无
特点	给定神经元网络结构, 应用 SPSA 算法估计梯度, 本质上是控制器参数辨识; 自适应方式计算量大; 收敛速度慢	在每一个工作点上, 将非线性系统动态线性化; 梯度估计; 自适应工作方式; 可实现参数和结构的自适应; 计算量小; 可模块化设计	给定控制器集合, 及性能指标规格, 在每个时刻, 对不满足规格的控制器进行剔除, 本质上是一种切换控制; 自适应方式; 控制器性能评价的定义问题	给定控制器结构是误差比例、积分和微分的线性组合形式; 非自适应控制器剔除; 本质上是一种切换控制; 自适应方式; 控制器性能评价的定义问题	控制器结构需要给定; 通过实验信号估计梯度信息; 本质上是控制器参数辨识; 非自适应方式; 非自适应方式; 计算量大; 模块化设计困难; 迭代次数问题	给定控制器结构将控制器设计问题转化为参数辨识问题; 非自适应方式; 一次数据收集, 一次整定; 模块化设计困难; 参考模型逆的选择问题; 数据采集长度问题没有交代	构造一种算法, 在迭代轴上逼近控制函数, 是迭代轴上的积分器; 计算简单; 理论较完善; 可模块化设计; 是一个 2D 系统	在每个时刻的工作点处建立被控对象的线性模型, 利用成熟的线性控制理论计算该时刻的控制量; 自适应方法; 计算量大; 缺乏理论的稳定性分析

表1 已有数据驱动控制理论和方法的主要特点(续)

Table 1 Main features of the existing data-driven control theories and methods (continued)

名称	SPSA	MFAC	UC	PID	IFT	VRFT	ILC	LL
数据利用	利用在线数据在线估计控制器参数	利用在线数据在线估计控制器参数	利用在线和离线数据评价控制器,决定切换;利用在线数据整定控制器参数	利用离线数据整定控制器参数	利用离线数据整定控制器参数	利用离线数据整定控制器参数	利用在线数据也可利用离线数据直接逼近控制信号	利用离线数据建立局部数据模型,利用在线数据整定控制器参数
实验信号	每次迭代需要两次随机试验,收集两组长度为1的数据	无	无	无	每次迭代需要两次实验,收集两组长度为N的数据,系统重复运行次数与迭代次数相等	无	无	无
框架体系	无	有MISO、MIMO对称的结果;有多种控制器设计方法;有收敛性、稳定性分析部分结果	有部分稳定性结论和理论结果	有很多种类的变型和参数整定方法	有MIMO对应的结 果;可推广到非线性系统	有MIMO系统结果;可推广到非线性系统	有完整的理论体系和系统的分析方法,以及完整的收敛性和稳定性结论	无
应用	废水处理;交通信号控制	交通,化工,注模,电机,焊接,结构减震,板型加工,水箱控制,锅炉温度,轮船减摇,蒸馏过程,天线控制	导弹制导控制、双连杆机器手臂控制、工业过 程控制	应用最广泛,工业过程的95%的回路是应用PID控制的	电机、倒立摆、机器人控制、球杆系统、直升机模型、磁浮系统、弹簧系统、温度系统、热循环控制	机械臂控制、膝关节移动控制	应用很广泛,约8大类,百余个应用 <sup>[54]</sup>	机器人控制

我们认为,鲁棒性问题的直觉提法应该是,数据驱动控制系统的性能在什么样的数据丢失水平以及数据噪声扰动下仍然能保持,或者以什么样的可接受程度得到保持.

4) 基于闭环系统实测数据的系统运行效果评价、预报和稳定性检验方法也是有前途的研究方向.以往的基于模型的控制理论和方法的评价与预报都是基于系统模型的结果,然而,由于模型本身就是不准确的,因此这些评价和预报方法在实际应用中是不可靠的.同样,基于模型的稳定性结论也是如此.构造安全的控制器对现代控制理论在实际中的成功应用与否至关重要.

5) 数据驱动控制系统与基于模型的控制系统各

有各的优缺点,如何使它们的优势得到发挥、缺点得到抑制,系统的已知状态信息如何利用,这些都是值得研究的内容.换句话说,如何将基于模型的控制方法和数据驱动的无模型控制方法进行模块化设计也是一个非常重要的研究内容.另外,基于模型的控制方法和数据驱动的控制方法的并行控制方法,使得它们能相互支持、相互校正、优势互补、相互完善,这也是一个非常有意义的研究课题.

6) 对于复杂系统而言,复杂系统首先是空间的范围大、层次多、多尺度、多时标,因此对复杂系统进行空间和时间上的网格化是非常必要的.如何设计在网格化上的数据驱动控制理论和方法,如何设计针对复杂系统的基于数据驱动的预报和评价方法,

如何设计基于数据驱动的同一层面、不同层面之间网格化单元的协调控制方法, 如何设计基于局部输出反馈的分层递阶控制, 如何对网格化疏密效果进行评价等都是值得研究的话题。

7) 已有数据驱动控制方法在实际系统中的应用也是非常有意义的研究内容。

## References

- 1 Katayama T, McKelvey T, Sano A, Cassandras C G, Campi M C. Trends in systems and signals: status report prepared by the IFAC coordinating committee on systems and signals. *Annual Reviews in Control*, 2006, **30**(1): 5–17
- 2 Spall J C. Multivariate stochastic approximation using a simultaneous perturbation gradient approximation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, **37**(3): 332–341
- 3 Spall J C, Cristion J A. Model-free control of general discrete-time systems. In: Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control. San Antonio, USA: IEEE, 1993. 2792–2797
- 4 Spall J C, Cristion J A. Model-free control of nonlinear stochastic systems with discrete-time measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, **43**(9): 1198–1210
- 5 Spall J C, Chin D C. Traffic-responsive signal timing for system-wide traffic control. *Transportation Research, Part C: Emerging Technologies*, 1997, **5**(3–4): 153–163
- 6 Rezayat F. On the use of an SPSA-based model-free controller in quality improvement. *Automatica*, 1995, **31**(6): 913–915
- 7 Hou Zhong-Sheng. The Parameter Identification, Adaptive Control and Model Free Learning Adaptive Control for Nonlinear Systems [Ph. D. dissertation], Northeastern University, China, 1994  
(侯忠生. 非线性系统参数辨识自适应控制及无模型学习自适应控制 [博士学位论文], 东北大学, 中国, 1994)
- 8 Hou Zhong-Sheng. *Nonparametric Models and Its Adaptive Control Theory*. Beijing: Science Press, 1999  
(侯忠生. 非参数模型及其自适应控制理论. 北京: 科学出版社, 1999)
- 9 Hou Z S, Huang W H. The model-free learning adaptive control of a class of SISO nonlinear systems. In: Proceedings of the American Control Conference. Albuquerque, USA: IEEE, 1997. 343–344
- 10 Jin Shang-Tai. On Model Free Learning Adaptive Control and Applications [Ph. D. dissertation], Beijing Jiaotong University, China, 2008  
(金尚泰. 无模型学习自适应控制的若干问题研究及其应用 [博士学位论文], 北京交通大学, 中国, 2008)
- 11 Chi Rong-Hu, Hou Zhong-Sheng. Dual-stage optimal iterative learning control for nonlinear non-affine discrete-time systems. *Acta Automatica Sinica*, 2007, **33**(10): 1061–1065
- 12 dos Santos C L, Coelho A A R. Model-free adaptive control optimization using a chaotic particle swarm approach. *Chaos, Solitons and Fractals*, to be published
- 13 Tan K K, Lee T H, Huang S N, Leu F M. Adaptive predictive control of a class of SISO nonlinear systems. *Dynamics and Control*, 2001, **11**(2): 151–174
- 14 Zhang B, Zhang W D. Adaptive predictive functional control of a class of nonlinear systems. *ISA Transactions*, 2006, **45**(2): 175–183
- 15 Hou Zhong-Sheng. On model-free adaptive control: the state of the art and perspective. *Control Theory and Applications*, 2006, **23**(4): 586–592  
(侯忠生. 无模型自适应控制的现状和展望. 控制理论与应用, 2006, **23**(4): 586–592)
- 16 Hou Zhong-Sheng, Yan Jing-Wen. Model free adaptive control based freeway ramp metering with feedforward iterative learning controller. *Acta Automatica Sinica*, 2009, **35**(5): 588–595  
(侯忠生, 晏静文. 带有迭代学习前馈的快速路无模型自适应入口匝道控制算法. 自动化学报, 2009, **35**(5): 588–595)
- 17 Safonov M G, Tsao T C. The unfalsified control concept: a direct path from experiment to controller. *Feedback Control, Nonlinear Systems, and Complexity*. Berlin: Springer-Verlag, 1995. 196–214
- 18 Anderson B D O, Dehghani A. Historical, generic and current challenges of adaptive control [Online], available: <http://users.rsise.anu.edu.au/~briandoa/pubs/C806AN889.pdf>, March 12, 2009
- 19 Safonov M G, Tsao T C. The unfalsified control concept and learning. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, **42**(6): 843–847
- 20 van Helvoort J, de Jager B, Steinbuch M. Direct data-driven recursive controller unfalsification with analytic update. *Automatica*, 2007, **43**(12): 2034–2046
- 21 Wang R R, Safonov M G. The Comparison of Unfalsified Control and Iterative Feedback Tuning, Technical Report, Department of Electrical Engineering, University of Southern California, USA, 2002
- 22 Safonov M G. Data-driven robust control design: unfalsified control [Online], available: <http://routh.usc.edu/pub/safonov/safo03i.pdf>, March 20, 2009
- 23 van Helvoort J, de Jager B, Steinbuch M. Data-driven multivariable controller design using ellipsoidal unfalsified control. *Systems and Control Letters*, 2008, **57**(9): 759–762
- 24 Wang R, Pau A, Stefanovic M, Safonov M G. Cost detectability and stability of adaptive control systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2007, **17**(5–6): 549–561
- 25 Silva G J, Datta A, Bhattacharyya S P. New results on the synthesis of PID controllers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, **47**(2): 241–252
- 26 Ziegler J G, Nichols N B. Optimum settings for automatic controllers. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1993, **115**(2): 220–222
- 27 Astrom K J, Hagglund T, Hang C C, Ho W K. Automatic tuning and adaptation for PID controllers – a survey. *Control Engineering Practice*, 1993, **1**(4): 699–714
- 28 Koivo H N, Tanttu J T. Tuning of PID controllers: survey of SISO and MIMO techniques. In: Proceedings of the IFAC Intelligent Tuning and Adaptive Control Symposium. Singapore, Singapore: IFAC, 1991. 75–80
- 29 Wang Wei, Zhang Jing-Tao, Chai Tian-You. A survey of advanced PID parameter tuning methods. *Acta Automatica Sinica*, 2000, **26**(3): 347–355  
(王伟, 张晶涛, 柴天佑. PID 参数先进整定方法综述. 自动化学报, 2000, **26**(3): 347–355)

- 30 Astrom K J, Hagglund T. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning (Second Edition)*. North Carolina: Instrument Society of America, 1995
- 31 Astrom K J, Hagglund T, Wallenborg A. *Automatic Tuning of PID Controllers*. North Carolina: Instrument Society of America, 1988
- 32 Hjalmarsson H, Gunnarsson S, Gevers M. A convergent iterative restricted complexity control design scheme. In: Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control. Lake Buena Vista, USA: IEEE, 1994. 1735–1740
- 33 Hjalmarsson H. Iterative feedback tuning – an overview. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2002, **16**(5): 373–395
- 34 Hjalmarsson H. Control of nonlinear systems using iterative feedback tuning. In: Proceedings of the American Control Conference. Philadelphia, USA: IEEE, 1998. 2083–2087
- 35 Hjalmarsson H. Efficient tuning of linear multivariable controllers using iterative feedback tuning. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 1999, **13**: 553–572
- 36 Hjalmarsson H, Gevers M, Gunnarsson S, Lequin O. Iterative feedback tuning: theory and applications. *IEEE Control Systems Magazine*, 1998, **18**(4): 26–41
- 37 Graham A E, Young A J, Xie S Q. Rapid tuning of controllers by IFT for profile cutting machines. *Mechatronics*, 2007, **17**(2-3): 121–128
- 38 Precup R E, Preitl S, Rudas I J, Tomescu M L, Tar J K. Design and experiments for a class of fuzzy controlled servo systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2008, **13**(1): 22–35
- 39 Guardabassi G O, Savaresi S M. Virtual reference direct design method: an off-line approach to data-based control system design. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(5): 954–959
- 40 Campi M C, Savaresi S M. Direct nonlinear control design: the virtual reference feedback tuning (VRFT) approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, **51**(1): 15–27
- 41 Nakamoto M. An application of the virtual reference feedback tuning for an MIMO process. In: Proceedings of the 2004 SICE Annual Conference. Sapporo, Japan: IEEE, 2004. 2208–2213
- 42 Previdi F, Ferrarin M, Savaresi S M, Bittanti S. Closed-loop control of FES supported standing up and sitting down using virtual reference feedback tuning. *Control Engineering Practice*, 2005, **13**(9): 1173–1182
- 43 Previdi F, Schauer T, Savaresi S M, Hunt K J. Data-driven control design for neuroprostheses: a virtual reference feedback tuning (VRFT) approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2004, **12**(1): 176–182
- 44 Yabui S, Yubai K, Hirai J. Direct design of switching control system by VRFT – application to vertical-type one-link arm. In: Proceedings of the 2007 SICE Annual Conference. Kagawa, Japan: IEEE, 2007. 120–123
- 45 Uchiyama M. Formulation of high-speed motion pattern of a mechanical arm by trial. *Transactions of the Society for Instrumentation and Control Engineering*, 1978, **14**(6): 706–712
- 46 Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning. *Journal of Robotic Systems*, 1984, **1**(2): 123–140
- 47 Chen Y Q, Wen C Y. *Iterative Learning Control: Convergence, Robustness and Applications*. New York: Springer-Verlag, 1999
- 48 Moore K L. *Iterative Learning Control for Deterministic Systems*. New York: Springer-Verlag, 1993
- 49 Xu J X, Tan Y. *Linear and Nonlinear Iterative Learning Control*. Berlin: Springer-Verlag, 2003
- 50 Sun Ming-Xuan, Huang Bao-Jian. *Iterative Learning Control*. Beijing: National Defence Industry Press, 1995 (孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制. 北京: 国防工业出版社, 1995)
- 51 Xu Jian-Xin, Hou Zhong-Sheng. On learning control: the state of the art and perspective. *Acta Automatica Sinica*, 2005, **31**(6): 943–955 (许建新, 侯忠生. 学习控制的现状与展望. 自动化学报, 2005, **31**(6): 943–955)
- 52 Chen C J. A discrete iterative learning control for a class of nonlinear time-varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, **43**(5): 748–752
- 53 Kuc T Y, Lee J S, Nam K. An iterative learning control theory for a class of nonlinear dynamic systems. *Automatica*, 1992, **28**(6): 1215–1221
- 54 Hyo-Sung A, Chen Y Q, Moore K L. Iterative learning control: brief survey and categorization. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, 2007, **37**(6): 1099–1121
- 55 Hou Z S, Xu J X, Yan J W. An iterative learning approach for density control of freeway traffic flow via ramp metering. *Transportation Research, Part C: Emerging Technologies*, 2008, **16**(1): 71–97
- 56 Schaal S, Atkeson C G. Robot juggling: implementation of memory-based learning. *IEEE Control Systems Magazine*, 1994, **14**(1): 57–71
- 57 Aha D W. Editorial: lazy learning. *Artificial Intelligence Review*, 1997, **11**(1-5): 7–10
- 58 Bontempi G, Birattari M, Bersini H. Lazy learning for local modeling and control design. *International Journal of Control*, 1999, **72**(7-8): 643–658
- 59 Bontempi G, Birattari M. From linearization to lazy learning: a survey of divide-and-conquer techniques for nonlinear control. *International Journal of Computational Cognition*, 2005, **3**(1): 56–73
- 60 Atkeson C G, Moore A W, Schaal S. Locally weighted learning for control. *Artificial Intelligence Review*, 1997, **11**(1-5): 75–113
- 61 Kobayashi M, Konishi Y, Ishigaki H. A lazy learning control method using support vector regression. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2007, **3**(6): 1511–1523
- 62 Pan T H, Li S Y, Cai W J. Lazy learning-based online identification and adaptive PID control: a case study for CSTR process. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2007, **46**(2): 472–480
- 63 Pan T H, Li S Y. A hierarchical search and updating database strategy for lazy learning. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2008, **4**(6): 1383–1392

- 64 Wang Cheng-Hong, Song Su, Sun Chang-Yin. Some Consideration on “Data-based Control”, Technical Report, No. 33 Shuangqing Forum of National Natural Science Foundation of China, Symposium on “Data-driven Based Control, Decision, Scheduling and Fault Diagnosis”, Beijing, China, 2008  
 (王成红, 宋苏, 孙长银. 关于“基于数据的控制”的几点思考, 技术报告, 国家自然科学基金委员会第 33 期双清论坛“基于数据驱动的控制决策调度与故障诊断”学术研讨会, 北京, 2008)
- 65 Gui Wei-Hua. Data-driven Based Nonferrous Metallurgical Process Optimal Control Research and Application, Technical Report, No. 33 Shuangqing Forum of National Natural Science Foundation of China, Symposium on “Data-driven Based Control, Decision, Scheduling and Fault Diagnosis”, Beijing, China, 2008  
 (桂卫华. 基于数据驱动的有色冶金过程优化控制研究及应用, 技术报告, 国家自然科学基金委员会第 33 期双清论坛“基于数据驱动的控制决策调度与故障诊断”学术研讨会, 北京, 2008)
- 66 Hou Zhong-Sheng, Xu Jian-Xin. On Data-driven Control Theory and Method: the State of the Art and Perspective, Technical Report, No. 33 Shuangqing Forum of National Natural Science Foundation of China, Symposium on “Data-driven Based Control, Decision, Scheduling and Fault Diagnosis”, Beijing, China, 2008  
 (侯忠生, 许建新. 数据驱动控制理论及方法的现状和展望, 技术报告, 国家自然科学基金委员会第 33 期双清论坛“基于数据驱动的控制、决策、调度与故障诊断”学术研讨会, 北京, 2008)
- 67 Karimi A, Miskovic L, Bonvin D. Convergence analysis of an iterative correlation-based controller tuning method. In: Proceedings of the 15th IFAC World Congress. Barcelona, Spain: IFAC, 2002. 1546–1551
- 68 Miskovic L. Data-driven Controller Tuning Using the Correlation Approach [Ph. D. dissertation], University of Belgrade, Serbia, 2006
- 69 Miskovic L, Karimi A, Bonvin D, Gevers M. Correlation-based tuning of decoupling multivariable controllers. *Automatica*, 2007, **43**(9): 1481–1494
- 70 Werbos P J. Advanced forecasting methods for global crisis warning and models of intelligence. *General Systems Yearbook*, 1977, **22**: 25–38
- 71 Lee J M, Lee J H. Approximate dynamic programming-based approaches for input-output data-driven control of nonlinear processes. *Automatica*, 2005, **41**(7): 1281–1288
- 72 Markovsky I, Rapisarda P. Data-driven simulation and control. *International Journal of Control*, 2008, **81**(12): 1946–1959



**侯忠生** 北京交通大学电子信息工程学院先进控制研究所教授. 主要研究方向为无模型自适应控制理论、数据驱动控制、学习控制、智能交通系统和数据挖掘在医学、交通领域中的应用. 本文通信作者. E-mail: zhshhou@bjtu.edu.cn



**(HOU Zhong-Sheng)** Professor at the Advanced Control Systems Laboratory, School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University. His research interest covers model free adaptive control, data-driven control, learning control, intelligent transportation system, and application of data mining in medical and traffic field. Corresponding author of this paper.)

**许建新** 新加坡国立大学电子与计算机工程系教授. 主要研究方向为学习控制、变结构控制、模糊控制、不连续信号处理、电机控制应用及过程控制.

E-mail: elexujx@nus.edu.sg

**(XU Jian-Xin)** Professor in the Department of Electrical and Computer Engineering, National University of Singapore. His research interest covers learning control, variable structure control, fuzzy logic control, discontinuous signal processing, and applications to motion control and process control problems.)