【习题加强】-计算题

一、平均数

$$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}$$

中文解析：即为所有数据的和除以数据的个数。

例题：

例 1. 妈妈买来香蕉 5 千克，每千克 2.4 元；梨 4 千克，每千克 3.2 元；贡桔 11 千克，每千克 4.2 元。妈妈买的这些水果平均每千克多少元？

解：（2.4×5+3.2×4+4.2×11）÷（5+4+11）

=（12+12.8+46.2）÷20

=71÷20

=3.55（元）

例题 2 ：某校有 100 名学生参加数学考试,平均分是 63 分,其中女生平均分是 60 分,男同学的平均分是多少分？

解题：设女同学的成绩为$x_1=60$，男同学的成绩为x_2

已知$\overline{x}=63$，则$\overline{x}=\dfrac{x_1+x_2}{2}$，将已知数据带入可得$63=\dfrac{60+x_2}{2}$

$x_2=63\times2-60=66$。

答：男同学的平均分为66分。

二、众数

众数：出现次数最多的数

例题 1：2、3、4、2、3、4、5、6、2

解：2 出现次数为最多，故众数为 2

例题 2：测试一个班级考试成绩如下，得分 80 的有 10 人，得分 70 的有 8 人，得分 60 的有 15 人，问该题分数的众数为多少？

解：据题可知 80 分出现 10 次，70 分出现 8 次，60 分出现 15 次。故众数为 60。

三、中位数

拿到中位数先排序（从大到小，从小到大均可以），然后看数的个数是偶数组还是奇数组。偶数组，第 N/2 位置的数据和第 N/2+1 位置的数据和的平均值就是中位数，即中间两位数的平均数为中位数。若是基数组，则第（N+1）/2 位置的数就是中位数，即中间一个数为中位数。

例题 1：已知一组数据为 2、3、4、2、3、4、5、6，**求改组数据的中位数？**

解：排序可得 2、2、3、3、4、4、5、6，共 8 组数据，为偶数组数据。故中位数出现在第 $\frac{8}{2}=4, 4+1=5$ 的位置，第 4 和第 5 位置的数据对应为 3 和 4，故中位数为 $\frac{3+4}{2}=3.5$。

例题 2：测试一个班级考试成绩如下，得分 80 的有 10 人，得分 70 的有 8 人，得分 60 的有 15 人，问该题的中位数为多少？

解：据题可知 80 出现 10 次，70 出现 8 次，60 出现 15 次。共出现 10+8+15=33 次，为奇数组数据。由此可知中位数出现在 $\frac{33+1}{2}=17$ 的位置，

排序后可知，第 17 位数为 70，故该题中位数为 70。

四、全距

全距=最大值-最小值

中文解析：即最大数与最小数的差值为全距

例题 1：已知一组数据为 20、30、40、50、60、70、100。求该组数据的全距？

解：由题可知最小数为 20，最大数为 100，则全距为 100-20=80。

例题 2：测试一个班级考试成绩如下，得分 80 的有 10 人，得分 70 的有 8 人，得分 60 的有 15 人，问该题的全距为多少？

解：由题可知最大数为 80，最小数 60，则全距为 80-60=20。

五、集合意见法

公式： $\tilde{Y}=\dfrac{\sum W_iY_i}{\sum W_i}$

$\tilde{Y}$：某类人员综合预测值；

$\tilde{Y}_i$：某类各人员的方案期望值；

W_i：某类各人员的方案期望值权数。

$$\text{各类人员综合预测值}=\frac{\text{各类人员方案期望值的权数与对应类人员的方案期望值的积的和}}{\text{各类人员方案期望值的权数和}}$$

$$=\text{各类人员期望值的权重比与对应类人员期望值的积的和}$$

例题 1：

某零售企业为了预测明年烟酒销售额，要求经理和业务科、计划科、财务科及销售员作出年度销售预测。

经理	销售估计值						权数
	销售好	概率	销售一般	概率	销售差	概率	
甲	500	0.3	420	0.5	380	0.2	0.6
乙	550	0.4	480	0.4	360	0.2	0.4

科室人员	销售估计值						权数
	销售好	概率	销售一般	概率	销售差	概率	
业务	600	0.5	400	0.2	360	0.3	0.3
计划	540	0.4	480	0.3	340	0.3	0.3
财务	580	0.3	440	0.3	320	0.4	0.4
售货员	销售估计值						权数
	销售好	概率	销售一般	概率	销售差	概率	
甲	480	0.3	400	0.5	300	0.2	0.4
乙	520	0.3	440	0.4	360	0.3	0.3
丙	540	0.2	420	0.5	380	0.3	0.3

现假定：

经理类权数为：4

科室人员类权数为：3

售货人员类权数为：2

解

1、计算各预测人员的方案期望值。

方案期望值等于各种可能状态的销售值与对应的概率乘积之和。

如经理甲的方案期望值：

$$500\times0.3+420\times0.5+380\times0.2=436\text{（万元）}$$

业务科人员的计算期望值：

$$600\times0.5+400\times0.2+360\times0.3=488\text{（万元）}$$

售货员甲的方案期望值：

$$480\times0.3+400\times0.5+300\times0.2=404\text{（万元）}$$

计算各类人员综合预测值。

即分别求出经理类、科室人员类、售货员类的综合预测值。

综合预测值公式为：

$$\tilde{Y}=\frac{\sum W_i\tilde{Y}_i}{\sum W_i}$$

$\tilde{Y}$：某类人员综合预测值；
$\tilde{Y}_i$：某类各人员的方案期望值；
W_i：某类各人员的方案期望值权数。

经理类综合预测值为：

$$\frac{436\times0.6+484\times0.4}{0.6+0.4}=455\text{（万元）}$$

科室人员类综合预测值为：

$$\frac{488\times0.3+462\times0.3+434\times0.4}{0.3+0.3+0.4}=459\text{（万元）}$$

售货员类综合预测值为：

$$\frac{404\times0.4+442\times0.3+432\times0.3}{0.4+0.3+0.3}=424\text{（万元）}$$

确定最后预测值。

最后预测值为：

$$\frac{455\times4+459\times3+424\times2}{4+3+2}=\frac{1820+1377+848}{9}=449\text{（万元）}$$

六、分层比例抽样

公式：$n_i=\frac{N_i}{N}n$

中文解析：

$$样本容量=\frac{各层总单位数}{总体数}\times总样本数$$

例题 1：某校高中生一年级 250 人，二年级 350 人，三年级 400 人，分层抽样抽取 200 人，问每层抽取的样本数为多少？

解题：$n_i=\frac{N_i}{N}n$

具体可知：总人数为 250+350+400＝1000 人

一年级抽取人数为：$n_{一}=\frac{250}{1000}\times 200=50$（人）

二年级抽取人数为：$n_{二}=\frac{350}{1000}\times 200=70$（人）

三年级抽取人数为：$n_{三}=\frac{400}{1000}\times 200=80$（人）

答：一年级抽取 50 人，二年级抽取 70 人，三年级抽取 80 人。

例题 2：某地由企业 500 家，大型企业 50 家，中型企业 250 家，小型企业 200 家，采用分层抽样抽取 50 家，问每层抽取的样本数为多少？

解：$n_i=\frac{N_i}{N}n$

大型企业抽取样本数为：$n_{大}=\frac{50}{500}\times 50=5$（家）

中型企业抽取样本数为：$n_{中}=\frac{250}{500}\times 50=25$（家）

小型企业抽取样本为：$n_{小}=\frac{200}{500}\times 50=20$（家）

答：大型企业抽取 5 家，中型企业抽取 25 家，小型企业抽取 20 家。

七、分层最优抽样

公式：$n_i=\frac{N_iS_i}{\sum N_iS_i}n$

中文解析：

$$样本容量=\frac{各层总单位数\times该层标准差}{各层总单位与该层标准差积的和}\times总样本数$$

例题 1：某地由企业 5000 家，大型企业 1000 家，中型企业 2000 家，小型企业 2000 家，相应的标准差为 20、10、30 采用分层抽样抽取 1000 家，问每层抽取的样本数为多少？

解： $n_i=\frac{N_iS_i}{\sum N_iS_i}n$

$$大型企业抽取样本数为\ n_{大}=\frac{1000\times20}{1000\times20+2000\times10+2000\times30}\times1000=200（家）$$

$$中型企业抽取样本数为\ n_{中}=\frac{2000\times10}{1000\times20+2000\times10+2000\times30}\times1000=200（家）$$

$$小型企业抽取样本为:n_{小}=\frac{2000\times30}{1000\times20+2000\times10+2000\times30}\times1000=600（家）$$

答：大型企业抽取 200 家，中型企业抽取 200 家，小型企业抽取 600 家。

例题 2：某校高中生一年级 2500 人，二年级 3500 人，三年级 4000 人，相对应的标准差为 20、30、40 分层抽样抽取 2000 人，问每层抽取的样本数为多少？

解： $n_i=\frac{N_iS_i}{\sum N_iS_i}n$

一年级抽取人数为：$n_{一}=\frac{2500\times20}{2500\times20+3500\times30+4000\times40}\times2000\approx317$（人）

二年级抽取人数为：$n_{二}=\frac{3500\times30}{2500\times20+3500\times30+4000\times40}\times2000\approx667$（人）

三年级抽取人数为：$n_{三}=\frac{4000\times40}{2500\times20+3500\times30+4000\times40}\times2000\approx1016$（人）

答：一年级抽取 317 人，二年级抽取 667 人，三年级抽取 1016 人。

八、等距抽样

公式： $b=\frac{N}{n}$

中文解析： $样本间距=\frac{总体单位数}{样本数}$

例题 1：从 800 个学生中抽取 100 名进行调查，问样本间距？

解：$b=\frac{N}{n}$

$b=\frac{800}{100}=8$

答：样本间距为 8.

例 2：若有 8000 个学生，抽取 100 名，利用班级名册编号为 1-8000 号，若第 80 个样本为 6330 号，则第 2 个样本数为多少号？

解：$b=\frac{N}{n}$

$b=\frac{8000}{100}=80$，另知第 80 个样本为 6330 号，80-2=78

故可得第二个样本号为：6330-78x80=90 号

答：第二个样本号为 90 号

九、抽样误差

公式：$\mu = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

中文解析：$\text{抽样误差} = \dfrac{\text{标准差}}{\sqrt{\text{样本单位数}}}$

例题 1：某高校准备采用简单随机抽样调查大学生每月消费支出情况。抽取 1600 人进行调，大学生平均每人每月消费支出的标准差为 90 元。计算抽样误差：（保留两位小数）

解：$\mu = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

据题意可知：$\sigma = 90$元，$\mathrm{n} = 1600$人

故$\mu = \dfrac{90}{\sqrt{1600}} = \dfrac{90}{40} = 2.25$元

答：抽样误差为 2.25 元。

十、允许误差

公式：$\Delta x = t \times \mu$

例题 1：某高校准备采用简单随机抽样调查大学生每月消费支出情况。抽取 1600 人进行调，大学生平均每人每月消费支出的标准差为 90 元，并要求 95.45%的可信度，推断总体。计算允许误差。（当可信度为 95.45%时，t=2）

解： $\Delta x = t \times \mu$

据题意可知：$\sigma = 90$，$n = 1600$

故$\mu = \frac{90}{\sqrt{1600}} = \frac{90}{40} = 2.25$元

$t = 2$

故$\Delta x = t \times \mu = 2 \times 2.25 = 4.5$元

答：允许误差为 4.5 元

十一、样本容量

公式： $n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta x^2}$

中文解析： $样本容量 = \frac{t^2 \times 标准差的平方}{允许误差的平方}$

例题 1：某高校准备采用简单随机抽样调查大学生每月消费支出情况。已知大学生平均每人每月消费支出的标准差为 30 元，要求 95.45%的可信度，推断总体，允许误差为 2 元，计算调查的样本容量。（当可信度为 95.45%时，t=2）

解： $n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta x^2}$

由题可知：$t = 2$，$\sigma = 30$，$\Delta x = 2$

故$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta x^2} = \frac{2^2 \times 30^2}{2^2} = 900$人

答：样本容量为 900 人。

例题 2，某地市政府预调查当地工人月薪资水平，准备采用简单随机抽样调查工人每月薪资水平。已经知道平均每人每月薪资的标准差为 200。问

（一）如果抽取 1600 人进行调查，计算抽样误差：

（二）要求 95.45%的可信度，推断总体，允许误差为 2 元，计算调查的样本容量。（当可信度为 95.45%时，t=2）

（一）解：

$\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$，由题可知 $\sigma = 200$ ，$n = 1600$

故可得 $\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{200}{\sqrt{1600}} = \frac{200}{40} = 5$ 元

（二）解

$n = \frac{t^2\sigma^2}{\Delta x^2}$,由题可知 $t = 2$，$\sigma = 200$ ，$\Delta x = 2$

故可得 $n = \frac{t^2\sigma^2}{\Delta x^2} = \frac{2^2 \times 200^2}{2^2} = 40000$ 人

答：调查的样本容量为 40000 人。

十二、方差、标准差

方差公式：

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + (x_3-\bar{x})^2 + \ldots\ldots + (x_n-\bar{x})^2}{n-1}$$

$$方差 = \frac{每个数据与平均数的差\ \ 的平方和}{数据个数\ -1}$$

中位解析：

标准差公式：

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+(x_3-\bar{x})^2+\ldots\ldots+(\mathrm{x_n}-\bar{x})^2}{n-1}}$$

中文解析：

$$\text{标准差}=\sqrt{\frac{\text{每个数据与平均数的差 的平方和}}{\text{数据个数 -1}}}$$

例题 1：假设某企业有职工 5 人,月基本工资分别为 2000 元、4000 元、5000 元、5000 元,4000 元，计算标准差.（保留两位小数）

解：

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}},\text{由题可知}\bar{x}=\frac{2000+4000+5000+5000+4000}{5}=4000$$

$$\text{故：}S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{(2000-4000)^2+(4000-4000)^2+(5000-4000)^2+(5000-4000)^2+(4000-4000)^2}{5-1}}$$

$$=\sqrt{\frac{2000^2+0+1000^2+1000^2+0}{4}}=\sqrt{\frac{6000000}{4}}=\sqrt{1500000}\approx 1224.74\text{元}$$

答：标准差为 1224.74 元

例题 2：甲乙两个销售人员近 4 个月的销售额（万元）分别为甲：20、10、40、10。乙：5、5、60、10。问谁的销售业绩更稳定？（保留两位小数）

解：

$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$,由题可知：$\bar{x}_{甲}=\frac{20+10+40+10}{4}=20$，$\bar{x}_{乙}\ \frac{5+5+60+10}{4}=20$

$S_{甲}=\sqrt{\frac{(20-20)^2+(10-20)^2+(40-20)^2+(10-20)^2}{4-1}}=\sqrt{\frac{0+10^2+20^2+10^2}{3}}=$

$\sqrt{\frac{600}{3}}=\sqrt{200}\approx 14.14$

$S_{乙}=\sqrt{\frac{(5-20)^2+(5-20)^2+(60-20)^2+(10-20)^2}{4-1}}=\sqrt{\frac{15^2+15^2+40^2+10^2}{3}}=$

$\sqrt{\frac{2150}{3}}\approx 26.77$

答：用标准差计算显示甲的标准差小于乙的标准差，故甲更稳定。

十三、一元回归分析

公式： 一元回归方程式：y=a+bx

$$b=\frac{n\sum xy-\sum x\sum y}{n\sum x^2-\left(\sum x\right)^2}$$

$$a=\bar{y}-b\bar{x}$$

$$\bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{n}y_i}{n},\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}$$

b 的分步解析：

$$\sum xy = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + \ldots\ldots. + x_n y_n$$
$$\sum x \sum y = (x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n)(y_1 + y_2 + y_3 + \ldots.. y_n)$$
$$\sum x^2 = \left(x_1{}^2 + x_2{}^2 + x_3{}^2 + \ldots + x_n{}^2\right)$$
$$(\sum x)^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n)^2$$

例题：某市 2000-2009 年消费品零售额分别为 13、12、14、15、18、17、15、13、12、11（亿元），同期居民人均收入分别为 12、11、15、16、19、17、14、13、12、11、（千元）。用一元线性回归分析预测 2010 年的该市消费品零售额（a、b 保留三位小数，2010 年居民收入预测值为 20）

解：根据题目，消费品零售额为 y，居民人均收入为 x

设一元回归方程为　y=a+bx

根据题目，消费品零售额为 y，居民人均收入为 x

设一元回归方程为 y=a+bx

由题可知

$$\bar{y} = \frac{13+12+14+15+18+17+15+13+12+11}{10} = 14$$
$$\bar{x} = \frac{12+11+15+16+19+17+14+13+12+11}{10} = 14$$

据已知条件可得

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2} = \frac{10(13\times12+12\times11+14\times15+15\times16+18\times19+17\times17+15\times14+13\times13+12\times12+11\times11) - 140\times140}{10(12^2+11^2+15^2+16^2+19^2+17^2+14^2+13^2+12^2+11^2) - 140\times140}$$
$$= \frac{530}{660} \approx 0.803$$

由此可知：

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 14 - 0.803\times14 \approx 2.758$$

综上可得：y=2.758+0.803x

由题知：x=20，求 y

故 $y = 2.758 + 0.803\times20 = 18.818$（亿元）

故，当2010年居民收入预测值为20(千元)时，消费品零售额为18.818亿元。

例题2：为了研究受教育年限和职业声望之间的关系，设以下是8名抽样调查的结果，试求职业声望与受教育年限的回归方程Y=a+bX，并估计当某人受教育年限为20年时，其职业声望的近似值。(保留整数)

调查对象	X（受教育年限）	Y（职业声望）	XY	X^2
1	8	60	480	64
2	16	70	1120	256
3	9	80	720	81
4	19	100	1900	361
5	21	90	1890	441
6	10	70	700	100
7	5	60	300	25
8	12	70	840	144
总数($\sum$)	100	600	7950	1472

设：y=a+bx

据题可知：$n=8,\sum x=100,\sum y=600,\sum xy=7950,\sum x^2=1472$，

故：$b=\dfrac{n\sum xy-\sum x\sum y}{n\sum x^2-\left(\sum x\right)^2}=\dfrac{,8\times 7950-100\times 600}{8\times 1472-100^2}=\dfrac{3600}{1776}\approx 2$

又可知：$\bar{x}=13$，$\bar{y}=75$

$a=\bar{y}-b\bar{x}=75-2\times 13=49$

故$y=49+2x$

当$x=20$时，$y=49+2\times 20=89$

答：当某人的受教育年限为20时，其职业声望值为89.

十四、一次移动平均法和二次移动平均法

一次移动平均法：

公式：

$$\bar{x}_{t+1} = M_t^{(1)} = \frac{x_t + x_{t-1} + \ldots + x_{t-n+1}}{n}$$

$\bar{x}_{t+1}$: 代表t+1其的预测值，$M_t^{(1)}$代表为t期一次移动平均值，n代表的是跨越期数。

二次移动平均法

公式：

$$Y_{T+t} = a_t + b_t \times T$$

$$a_t = 2M_t^{(1)} - M_t^{(2)}$$

$$b_t = \frac{2}{n-1}[M_t^{(1)} - M_t^{(2)}]$$

T: 代表t期至预测时间的个数，

$M_t^{(1)}$是一次移动平均数序列中最后一个一次移动平均数

$M_t^{(2)}$是二次移动平均数中的最后一个二次移动平均数

例题 1：某纺织品公司近年棉布销售量如下表，请用一次移动平均法预测 1999 年棉布销售量，跨越期数为 3。（单位：万米）

年份	销售量 x	一次移动平均数 $M_t^{(1)}$

1992	984	
1993	1022	
1994	1040	
1995	1020	
1996	1032	
1997	1015	
1998	1010	
1999		

解：

$$\overline{x}_{t+1} = M_t^{(1)} = \frac{x_t + x_{t-1} + \ldots + x_{t-n+1}}{n}$$

$$\overline{x}_{1998+1} = M_{1998}^{(1)} = \frac{x_{1998} + x_{1997} + x_{1996}}{3}$$

$$\frac{1010 + 1015 + 1032}{3} = 1019 \quad (\text{万米})$$

答：该纺织品公司 1999 年棉布销售量预测值为 1019 万米

例题 2：某企业 1988-1999 年产品销售额如下，（万元）

年　份（年）	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
销售额	192	224	188	198	206	203	238	228	231	221	259	273

根据材料，用二次移动品均法（跨越期为 4），预测该企业 2000 年

和 2001 年的产品销售额

解：根据上述材料列二次移动平均法计算表：对照公式理解

$$Y_{T+t} = a_t + b_t \times T$$
$$a_t = 2M_t^{(1)} - M_t^{(2)}$$
$$b_t = \frac{2}{n-1}[M_t^{(1)} - M_t^{(2)}]$$

T：代表t期至预测时间的个数，

$M_t^{(1)}$是一次移动平均数序列中最后一个一次移动平均数

$M_t^{(2)}$是二次移动平均数中的最后一个二次移动平均数

年份	销售额	一次移动平均数 $M_t^{(1)}$	二次移动平均数 M_t^2	$M_t^{(1)} - M_t^2$	a_t	b_t	预测值 Y_{T+t}
（1）	（2）	（3）	（4）	（5）=（3）－（4）	（6)=2（3）－（4）	$(7)=\frac{2}{n-1}\times(5)$	（8）=（6）+T（7）
1988	192						
1989	224						
1990	188						
1991	198	200.5					

1992	206	204					
1993	203	198.75					
1994	238	211.5	203.625	7.625	218.875	5.08	
1995	228	218.5	208.1875	10.5625	229.3125	7.04	223.96
1996	231	225	213.4375	11.5625	236.5625	7.71	236.35
1997	221	229.5	221.125	8.375	237.875	5.58	244.27
1998	259	234.75	227	7.75	242.5	5.17	243.46
1999	273	246	233.8125	12.1875	258.1875	8.13	247.67
2000							266.32

由上表可知：该企业的 2000 年的产品销售额为 266.32 万元。若要预测 2001 年产品销售额，则 T=2，则

$$Y_{t+T}=a_t+T\times b_t$$

可得：$Y_{2001}=a_{1999}+2\times b_{1999}=258.1875+2\times 8.13\approx 274.45$（万元）

答：该企业 2000 年的销售额为 266.32 万元,2001 年的产品销售额为 274.45 万元