上　海　交　通　大　学　试　卷（___卷）

（ 2015 至 2016　学年　第 2 学期 ）

班级号________________________　　学号______________　　　　姓名 ________

课程名称_______ 线性代数 ______________________　　　　成绩 ________

一、选择题(共 18 分，每题 3 分)

1、设A,B是 3 阶方阵，已知$|A|=-1$，$|B|=2$，则$\begin{vmatrix} A & 2A \\ -B & 0 \end{vmatrix}=$（　　　）.

A. -4　　　　B. 4　　　　C. -16　　　　D. 16

2、设α，β是非齐次线性方程组$(\lambda E-A)x=b$的两个不同的解，则以下选项中一定是A对应特征值λ的特征向量为（　　　）

A. α；　　　　B. β；　　　　C. $\alpha+\beta$；　　　　D. $\alpha-\beta$

3、已知β_1，β_2是非齐次线性方程组$Ax=b$的两个不同的解，α_1，α_2是齐次线性方程组$Ax=0$的基础解系，k_1，k_2为任意常数，则一定是方程组$Ax=b$通解的为（　　　）.

A. $\frac{\beta_1-\beta_2}{2}+k_1\alpha_1+k_2(\alpha_1+\alpha_2)$　　　　B. $\frac{\beta_1+\beta_2}{2}+k_1\alpha_1+k_2(\alpha_1-\alpha_2)$

C. $\frac{\beta_1-\beta_2}{2}+k_1\alpha_1+k_2(\beta_1+\beta_2)$　　　　D. $\frac{\beta_1+\beta_2}{2}+k_1\alpha_1+k_2(\beta_1-\beta_2)$

4、设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，向量$\beta_1,\beta_2,\beta_3$线性相关但相互不成比例，且，

$\beta_1=k\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$，$\beta_2=\alpha_1+k\alpha_2+\alpha_3$，$\beta_3=\alpha_1+\alpha_2+k\alpha_3$，则（　　　）.

（A）$k=1$；　　　　（B）$k=-2$ 或 $k=1$；

（C）$k=-2$；　　　　（D）$k\neq-2$ 且 $k\neq1$.

5、设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，向量$\beta_1$可以由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示，而向量$\beta_2$不能由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示，则对任意常数$k$，必有（　　　）

A. 由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,k\beta_1+\beta_2$生成的线性空间维数为 4.

B. 由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,k\beta_1+\beta_2$生成的线性空间维数不等于 4.

C. 由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1+k\beta_2$生成的线性空间维数为 4.

D. 由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1+k\beta_2$生成的线性空间维数不等于 4.

我承诺，我将严格遵守考试纪律。

承诺人：________

题号	1-6	7-12	13-16	17-20
得分				
批阅人(流水阅卷教师签名处)				

6、设A,B,C为n阶方阵，若$ABC=E$，则下列等式

① $BCA=E$　　② $ACB=E$　　③ $CAB=E$　　④ $CBA=E$

正确的有_____个.

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

二、填空题(共 18 分，每题 3 分)

7、设向量α,β的长度分别为 3 和 5，则向量$\alpha+\beta$与$\alpha-\beta$的内积$(\alpha+\beta,\alpha-\beta)=$ ______.

8、设A为n阶可逆阵，B为A交换第i行和第j行所得到的矩阵，则$|AB^{-1}|=$_______ .

9、设A为4阶方阵，ξ_1,ξ_2,是齐次线性方程组$Ax=0$的两个线性无关的解，则A的伴随矩阵$A^*=$______________.

10、设α_1，α_2，β_1，β_2，γ都是 3 维行向量，且行列式$\begin{vmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} \alpha_1 \\ \beta_2 \\ \gamma \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} \alpha_2 \\ \beta_1 \\ \gamma \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \\ \gamma \end{vmatrix}=2$，

则$\begin{vmatrix} \alpha_1+\alpha_2 \\ \beta_1+\beta_2 \\ 2\gamma \end{vmatrix}=$____________.

11、设向量组$\alpha_1=(1,2,-1,0)^T$，$\alpha_2=(1,1,0,2)^T$，$\alpha_3=(2,1,1,k)^T$。

已知由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$生成的子空间的维数为 2，则常数$k=$____________.

12、设 3 阶方阵A的特征值为 2，3，4，且A相似于B，则行列式$|B^2+E|=$______.

三、计算题(共 48 分，每题 8 分)

13、已知3阶矩阵 A, B 且满足方程 $AB=5B-8E$ ，其中 $B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 1 & -2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$ ，求矩阵 A。

14、计算行列式 $|A|,|B|,\begin{vmatrix}O & A\\ B & O\end{vmatrix}$ ，其中

$$A=\begin{vmatrix}a_1+1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n\\ a_1 & a_2+2 & a_3 & \cdots & a_n\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n+n\end{vmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix}0 & 0 & \cdots & 0 & 1\\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & n-1 & \cdots & 0 & 0\\ n & 0 & \cdots & 0 & 0\end{pmatrix}$$

15、设齐次线性方程组

$$\text{(I)}:\begin{cases}x_1+2x_2+3x_3=0\\ 2x_1+3x_2+5x_3=0,\\ x_1+x_2+ax_3=0\end{cases} \text{和 (II)}:\begin{cases}x_1+bx_2+cx_3=0\\ 2x_1+b^2x_2+(c+1)x_3=0\end{cases}$$

同解，求 a,b,c.

16、设 $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 2 & -1\\ 0 & 0 & -4 & 2\end{pmatrix}$, (1) 试求 A^n

(2) 若 $p(x)=1+x+x^2+\cdots+x^{n-1}$，$q(x)=1-x$ 试求：$p(A)q(A)$.

17、设三维实线性空间R^3中的两组基为

$$\alpha_1=(1\quad 0\quad 1)^T,\quad \alpha_2=(1\quad 1\quad -1)^T,\quad \alpha_3=(0\quad 1\quad 0)^T$$
$$\beta_1=(1\quad -2\quad 1)^T,\ \beta_2=(1\quad 2\quad -1)^T,\ \beta_3=(0\quad 1\quad -2)^T$$

(1) 求从基$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$到基$\beta_1,\beta_2,\beta_3$的过渡矩阵;

(2) 求向量$\eta=3\beta_1+2\beta_2$在基$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$下的坐标.

18 设矩阵$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 2 & -1\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix}$。求正交矩阵$Q$，使得$Q^TAQ$为对角阵。

四、证明题(8 分)

19、设$A=(a_{ij})_{n\times n}$为实矩阵，A^T为A的转置矩阵，A的迹为$tr(A)=\sum_{i=1}^{n}a_{ii}$。证明：

（1）若AA^T的迹$tr(AA^T)=0$，则$A=0$；（2）若$A^2=AA^T$，则A为实对称阵。.

五、应用题(8 分)

20、假设你是一个建筑师，某小区要建设一栋公寓，现在有一个模块构造计划方案需要你来设计：根据基本建筑面积, 公寓每层楼设置户型可选下述 A,B,C 三种方案之一，如下表所示。

方案	一居室(套)	两居室(套)	三居室(套)
A	8	7	3
B	8	4	4
C	9	3	5

要设计出一栋公寓，其中含有 136 套一居室，74 套两居室，66 套三居室，请问是否可行？如果可行, 请写出设计方案, 并判断设计方案是否唯一？