**上 海 交 通 大 学 试 卷（ A 卷 ）**

课程 线性代数（B类） 学期 2011－2012第1学期

**一．单项选择题 （每题3分，共18分）**

1．设，为阶方阵，且，。则 （ ）

（A）时，，不相似； （B）时，，相似；

（C）时，，相似； （D）以上都有可能。

2．设为阶反对称矩阵 ，则 （ ）

（A）； （B）；

（C）； （D）以上都有可能。

3．设为阶方阵，。则伴随矩阵为 （ ）

（A）； （B）；

（C）； （D）。

4．设为的实矩阵，矩阵正定的充分必要条件为 （ ）

（A）； （B）；

（C）； （D）。

5．设是单位向量，矩阵，其中。则 （ ）

（A）为正交矩阵； （B）为正定矩阵；

（C）为可逆矩阵； （D）为反对称矩阵。

6．设向量组线性无关，向量线性相关但相互不成比例，且，

。

则 （ ）

（A） 或 ； （B）；

（C） 且 ； （D）。

**二．填空题 （每题3分，共18分）**

7．设行列式 ，是中元素的代数余子式，

则＝ 。

8．已知4阶行列式的展开式中某项为。则 。

9. 设,是中的代数余子式，，。

已知，则 。

10．设是实对称可逆矩阵，则线性变换将二次型化为

二次型\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

11．已知实二次型



是正定二次型，则常数的取值为 。

12．设，，已知线性方程组有解但不唯一。

则常数＝ 。

**三．解答题 （每题8分，共48分）**

13．设实向量,阶矩阵，行列式。

（1）计算； （2）证明：。

14．已知非齐次线性方程组 为  。 （1）试求行列式；

（2）试问：常数为何值时，方程组有唯一解、无解、有无穷多解。

当方程组有无穷多解时，求出其通解

15．已知为阶矩阵，其中。

（1）化简等式 ； （2）求满足（1）中等式的矩阵。

16．已知二次型 经正交变换 化为标准型 ，

且正交矩阵的第三列为。

（1）试求：正交矩阵和实对称矩阵；（2）证明：矩阵为正定矩阵。

17．已知矩阵有1个特征值为。（1）试求：常数，以及矩阵的特征值；

（2）试求：可逆矩阵，使得矩阵为对角阵，并求出此对角阵。

18．已知向量空间的两个基为

，，。及，，。

向量。试求：（1）基到基的过渡矩阵；（2）在基下的坐标。

**四．论述或证明题 （每题8分，共16分）**

19. （1）试叙述实矩阵为正交矩阵的定义；

（2）证明：阶实矩阵是正交矩阵的充分必要条件为，在欧氏空间中对任意维列向量，

内积。

20. 设，为阶方阵，证明：齐次方程组与为同解方程的

充分必要条件是秩。

**线 性 代 数（B类）参 考 答 案**

**一 单项选择题**

C B A D C D

**二 填空题**

7.； 8.； 9. ； 10. ； 11. ；

12. 。

**三 解答题**

13．（1）； (4分)

（2），，

所以。 (4分)

14．（1）； (2分)

（2），有唯一解；

时无解，且时无解； (2分)

且时有无穷多解，通解为。 (4分)

15．（1），。 （4分）

（2）。 （4分）

16．（1），。 (6分)

（2）实对称，且特征值为4,4,1,都大于零，所以正定。 (2分)

17．（1） 因为 ，所以。

的特征值为。 (4分)

（2）， 。 (4分)

18．（1） 。 (4分)

（2）。 (4分)

**四 论述与证明题**

19．（1）； (2分)

（2）必要性：因为，所以。 (2分)

充分性：因为 ，所以为反对称矩阵。

又 为对称矩阵，故。得，为正交矩阵。 (4分)

20。必要性：它们的基础解系等价，所以，故。 (4分)

充分性：显然的解都是组的解。

若有的解不是的解，则它们的基础解系不等价。

得。矛盾。 (4分)