

Программа экзамена по случайным процессам

Лектор — Е. В. Булинская

VI семестр, 2005 г.

1. Понятие случайного элемента со значениями в измеримом пространстве. Распределение случайного элемента.
2. Сигма-алгебра \mathscr{B}^T . Два определения случайного процесса, их эквивалентность.
3. Конечномерные распределения, условия симметрии и согласованности. Траектории (выборочные функции) случайного процесса. Семейство конечномерных распределений однозначно определяет меру любого борелевского множества выборочного пространства \mathbb{R}^T .
4. Теорема Колмогорова о существовании случайного процесса с заданным семейством конечномерных распределений.
5. Гауссовские случайные процессы. Теорема о существовании гауссовского процесса с заданным семейством конечномерных распределений.
6. Процессы с независимыми приращениями. Эквивалентность двух определений винеровского процесса. Пуассоновский процесс.
7. Стационарность в узком и в широком смысле, связь между ними.
8. Эквивалентность случайных процессов.
9. Различные понятия непрерывности случайных процессов, связь между ними.
10. Необходимые и достаточные условия существования эквивалентного процесса с непрерывными траекториями.
11. Теорема Колмогорова (достаточное условие существования непрерывной модификации). Условие для гауссовского процесса.
12. Конструкция винеровского процесса в виде суммы ряда из гауссовских случайных величин.
13. Понятие сепарабельности. Теорема о существовании эквивалентного процесса с неубывающими траекториями.
14. Измеримость процесса. Теорема об измеримости непрерывного с вероятностью 1 сепарабельного процесса. Измеримость винеровского процесса. Интегрируемость траекторий.
15. Поток сигма-алгебр. Эквивалентные определения марковского процесса. Семейства линейных операторов, связанных с переходной функцией.
16. Феллеровские марковские семейства. Теорема существования.
17. Диффузионные процессы. Обратное уравнение Колмогорова.
18. Диффузионные процессы. Прямое уравнение Колмогорова.
19. Необходимое и достаточное условие того, что функция $R(t, s)$ является корреляционной. Необходимые и достаточные условия сходимости в среднем квадратичном.
20. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости процессов в среднем квадратичном.
21. Теорема о дифференцируемости процесса с корреляционной функцией, имеющей непрерывную вторую смешанную производную.
22. Случайные меры. Связь ортогональных случайных мер и процессов с ортогональными приращениями, непрерывными в среднем квадратичном. Структурная мера.
23. Стохастический интеграл по ортогональной случайной мере и его свойства.
24. Спектральное разложение стационарного в широком смысле процесса (с использованием теории унитарных операторов).
25. Теорема Бохнера – Хинчина.

26. Теорема о спектральном разложении стационарного в широком смысле процесса.
27. Линейные преобразования стационарного в широком смысле процесса. Импульсная переходная функция и частотная характеристика. Допустимый фильтр, физически осуществимый фильтр.
28. Наилучший и наилучший линейный прогноз в среднем квадратичном. Их совпадение в гауссовском случае.
29. Понятие сингулярности и регулярности стационарной в широком смысле последовательности. Теорема о разложении процесса на регулярную и сингулярную составляющие.
30. Разложение Вольда. Наилучший линейный прогноз на q шагов вперёд.
31. Марковское и строго марковское свойства винеровского процесса.
32. Принцип отражения. Закон повторного логарифма для винеровского процесса. Недифференцируемость траекторий.
33. Мартингалы, субмартингалы и супермартингалы. Преобразования, сохраняющие субмартингальность.
34. Стохастический интеграл Ито и его свойства. Формула замены переменных Ито.
35. Стохастические дифференциальные уравнения. Теорема существования и единственности сильного решения.
36. Марковость решения стохастического дифференциального уравнения.
37. Решение стохастического дифференциального уравнения — диффузионный процесс.

Последняя компиляция: 28 октября 2005 г.
Обновления документа — на сайте <http://dmvn.mexmat.net>.
Об опечатках и неточностях пишите на dmvn@mccme.ru.