Приближенное решение задачи оптимального управления

Михайлин Д.А.
410 группа

12 мая 2019 г.

1. 1. Постановка задачи

Требуется найти приближенное задачи

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt \to inf$$
$$x(0) = 0; x(\frac{\pi}{2}) = 0; x'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2};\ x'' + xe^{-\alpha x} = 0;\ \alpha \in [0; 25]$$

2. 2. Необходимые условия

Сделаем замены:

$$x_1 = x;\ x_2 = x_1';$$

Тогда функция Лагранжа примет вид

$$\mathcal{L} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\lambda_0 u^2 + p_1(x_1' - x_2) + p_2(x_2' + x_1 e^{-\alpha x_1})\right] dt + \lambda_1 x_1(0) + \lambda_2 x_2(\frac{\pi}{2}) + \lambda_3(x_2(\frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{2})$$

Из условий стационарности по x_1 и x_2 получим уравнения

$$p_1' = -p_2(-e^{-\alpha x_1} + \alpha x_1 e^{-\alpha x_1})$$
$$p_2' = -p_1$$

Из условий трансверсальности по x_1 и x_2 получим условия

$$p_1(0) = \lambda_1; p_2(0) = 0;\ p_1\left(\frac{\pi}{2}\right) = \lambda_2;\ p_2\left(\frac{\pi}{2}\right) = \lambda_3;$$

Из условия оптимальности по u получим $u = \frac{p_2}{2\lambda_0}$, если $\lambda_0 \neq 0$. Если же $\lambda_0 = 0$, то из условий выше получаем, что либо минимум по u не достигается, либо все $\lambda_i = 0; p_i = 0$. Тогда положим $\lambda_0 = 1$, и тогда $u = \frac{p_2}{2}$.

Получили систему из четырех уравнений с начальными условиями

$$\begin{cases} x_1' = x_2 \\ x_2' = p_2/2 - x_1 e^{-\alpha x_1} \\ p_1' = -p_2(-e^{-\alpha x_1} + \alpha x_1 e^{-\alpha x_1}) \\ p_2' = -p_1 \\ x_1(0) = 0;\ p_2(0) = 0; \end{cases}$$

и двумя условиями в правом конце

$$x_1\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0;\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2};$$

С помощью метода Ньютона будем искать решение $x_1(0)$ и $p_2(0)$ системы

$$\begin{cases} x_1\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2} = 0 \end{cases}$$

То есть будем искать недостающие левые условия так, чтобы попасть в правые.

3. 3. Аналитическое решение в случае $\alpha = 0$

В этом случае система примет вид

$$\begin{cases} x_1' = x_2 \\ x_2' = p_2/2 - x_1 e^{-\alpha x_1} \\ p_1' = -p_2(-e^{-\alpha x_1} + \alpha x_1 e^{-\alpha x_1}) \\ p_2' = -p_1 \\ x_1(0) = 0;\ p_2(0) = 0; x_1(\frac{\pi}{2}) = 0;\ x_2(\frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{2}; \end{cases}$$

Вторые два уравнения дают нам:

$$p_1 = c_1 \sin t + c_4 \cos t,\ p_2 = c_1 \cos t - c_4 \sin t$$

Первые два уравнения дают нам, с учетом двух последних уравнений:

$$x_1(t) = \frac{1}{4}c_1 t \sin t + c_3 \sin t + c_2 \cos t + \frac{1}{4}c_4(t\cos t - sint)$$
$$x_2(t) = -c_2 \sin t - \frac{1}{4}c_4 t \sin t + c_3 cost + \frac{1}{4}c_1(\sin t + tcost)$$

Тогда, подставляя начальные условия получаем:

$$p_2(t) = -4sint; u = -2sint;$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt = 4\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t dt = \pi$$

Проверим достаточное условие на минимум, пусть $\widehat{x} + x$ - допустимая функция, тогда

$$x'(\frac{\pi}{2}) = 0,\ x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, x(0) = 0$$

$$\mathcal{F}(\widehat{x}+x) - \mathcal{F}(\widehat{x}) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[(\widehat{x}'' + x'' + \widehat{x} + x)^2 - (\widehat{x}'' + \widehat{x})^2\right] dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[2(\widehat{x}'' + \widehat{x})(x'' + x) + (x'' + x)^2\right] dt$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[2c\sin t(x'' + x) + (x'' + x)^2\right] dt$$

При этом

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} cx'' \sin t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} c\sin t dx' = cx' \sin t|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} cx' \cos t dt$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} c\cos t dx = -cx\sin t|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} cx\sin t dt = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} cx\sin t dt$$

Следовательно

$$\mathcal{F}(\widehat{x}+x) - \mathcal{F}(\widehat{x}) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x'' + x)^2 dt \geq 0$$

Следовательно найденные функции доставляют глобальный минимум задачи.

4. 4. Результаты

Будем запускать метод Ньютона в точках сетки $i = \overline{-10, 10},\ j = \overline{-10, 10}$.

4.1 $\alpha = 0.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	1.000000e+00; 4.000000e+00	4.260481e-14; -1.570796e+00	3.141593e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	1.000000e+00; 4.000000e+00	5.820344e-14; -1.570796e+00	3.141593e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	1.000000e+00; 4.000000e+00	4.428402e-14; -1.570796e+00	3.141593e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	1.000000e+00; 4.000000e+00	4.965472e-14; -1.570796e+00	3.141593e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	1.000000e+00; 4.000000e+00	4.284073e-14; -1.570796e+00	3.141593e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	1.000000e+00; 4.000000e+00	4.395095e-14; -1.570796e+00	3.141593e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	1.000000e+00; 4.000000e+00	4.256318e-14; -1.570796e+00	3.141593e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	1.000000e+00; 4.000000e+00	4.243828e-14; -1.570796e+00	3.141593e+00

4.2 $\alpha = 0.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	9.369253e-01; 3.843168e+00	-1.061651e-14; -1.570796e+00	3.449121e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	9.369253e-01; 3.843168e+00	-3.996803e-15; -1.570796e+00	3.449121e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	9.369253e-01; 3.843168e+00	-4.933554e-15; -1.570796e+00	3.449121e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	9.369253e-01; 3.843168e+00	-7.049916e-15; -1.570796e+00	3.449121e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	9.369253e-01; 3.843168e+00	-1.543210e-14; -1.570796e+00	3.449121e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	9.369253e-01; 3.843168e+00	-8.049117e-15; -1.570796e+00	3.449121e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	9.369253e-01; 3.843168e+00	-6.161738e-15; -1.570796e+00	3.449121e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	9.369253e-01; 3.843168e+00	-5.995204e-15; -1.570796e+00	3.449121e+00

4.3 $\alpha = 1.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	8.956807e-01; 3.747988e+00	-1.866216e-14; -1.570796e+00	3.680434e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	8.956807e-01; 3.747988e+00	-2.096934e-14; -1.570796e+00	3.680434e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	8.956807e-01; 3.747988e+00	-2.395306e-14; -1.570796e+00	3.680434e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	8.956807e-01; 3.747988e+00	-2.436940e-14; -1.570796e+00	3.680434e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	8.956807e-01; 3.747988e+00	-1.968564e-14; -1.570796e+00	3.680434e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	8.956807e-01; 3.747988e+00	-2.045239e-14; -1.570796e+00	3.680434e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	8.956807e-01; 3.747988e+00	-2.240569e-14; -1.570796e+00	3.680434e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	8.956807e-01; 3.747988e+00	-2.190956e-14; -1.570796e+00	3.680434e+00

4.4 $\alpha = 1.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	8.669897e-01; 3.688909e+00	-2.281508e-14; -1.570796e+00	3.860734e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	8.669897e-01; 3.688909e+00	-2.517431e-14; -1.570796e+00	3.860734e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	8.669897e-01; 3.688909e+00	-2.083403e-14; -1.570796e+00	3.860734e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	8.669897e-01; 3.688909e+00	-2.237793e-14; -1.570796e+00	3.860734e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	8.669897e-01; 3.688909e+00	-2.570166e-14; -1.570796e+00	3.860734e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	8.669897e-01; 3.688909e+00	-2.355754e-14; -1.570796e+00	3.860734e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	8.669897e-01; 3.688909e+00	-4.387810e-14; -1.570796e+00	3.860734e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	8.669897e-01; 3.688909e+00	-2.081321e-14; -1.570796e+00	3.860734e+00

4.5 $\alpha = 2.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	8.463221e-01; 3.652973e+00	-1.897527e-14; -1.570796e+00	4.004377e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	8.463221e-01; 3.652973e+00	-2.357142e-14; -1.570796e+00	4.004377e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	8.463221e-01; 3.652973e+00	-1.966829e-14; -1.570796e+00	4.004377e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	8.463221e-01; 3.652973e+00	-1.924849e-14; -1.570796e+00	4.004377e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	8.463221e-01; 3.652973e+00	-2.137006e-14; -1.570796e+00	4.004377e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	8.463221e-01; 3.652973e+00	-2.178336e-14; -1.570796e+00	4.004377e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	8.463221e-01; 3.652973e+00	-2.047668e-14; -1.570796e+00	4.004377e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	8.463221e-01; 3.652973e+00	-1.882348e-14; -1.570796e+00	4.004377e+00

4.6 $\alpha = 2.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	8.311276e-01; 3.632643e+00	-1.381881e-14; -1.570796e+00	4.120476e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	8.311276e-01; 3.632643e+00	-2.455067e-14; -1.570796e+00	4.120476e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	8.311276e-01; 3.632643e+00	-1.760571e-14; -1.570796e+00	4.120476e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	8.311276e-01; 3.632643e+00	-1.783990e-14; -1.570796e+00	4.120476e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	8.311276e-01; 3.632643e+00	-1.693697e-14; -1.570796e+00	4.120476e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	8.311276e-01; 3.632643e+00	-1.683115e-14; -1.570796e+00	4.120476e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	8.311276e-01; 3.632643e+00	-1.699769e-14; -1.570796e+00	4.120476e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	8.311276e-01; 3.632643e+00	-1.746346e-14; -1.570796e+00	4.120476e+00

4.7 $\alpha = 3.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	8.198264e-01; 3.623122e+00	-1.181694e-14; -1.570796e+00	4.215244e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	8.198264e-01; 3.623122e+00	1.544945e-14; -1.570796e+00	4.215244e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	8.198264e-01; 3.623122e+00	-2.877559e-14; -1.570796e+00	4.215244e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	8.198264e-01; 3.623122e+00	-1.072406e-14; -1.570796e+00	4.215244e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	8.198264e-01; 3.623122e+00	-1.375289e-14; -1.570796e+00	4.215244e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	8.198264e-01; 3.623122e+00	-1.175102e-14; -1.570796e+00	4.215244e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	8.198264e-01; 3.623122e+00	-1.337819e-14; -1.570796e+00	4.215244e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	8.198264e-01; 3.623122e+00	-1.072406e-14; -1.570796e+00	4.215244e+00

4.8 $\alpha = 3.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	8.113721e-01; 3.621149e+00	-1.183081e-14; -1.570796e+00	4.293148e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	8.113721e-01; 3.621149e+00	-4.923145e-15; -1.570796e+00	4.293148e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	8.113721e-01; 3.621149e+00	-9.891393e-15; -1.570796e+00	4.293148e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	8.113721e-01; 3.621149e+00	-1.168857e-14; -1.570796e+00	4.293148e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	8.113721e-01; 3.621149e+00	-9.950374e-15; -1.570796e+00	4.293148e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	8.113721e-01; 3.621149e+00	-4.336809e-15; -1.570796e+00	4.293148e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	8.113721e-01; 3.621149e+00	-7.969320e-15; -1.570796e+00	4.293148e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	8.113721e-01; 3.621149e+00	-9.818535e-15; -1.570796e+00	4.293148e+00

4.9 $\alpha = 4.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	8.050360e-01; 3.624412e+00	-5.157333e-15; -1.570796e+00	4.357524e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	8.050360e-01; 3.624412e+00	1.167122e-14; -1.570796e+00	4.357524e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	8.050360e-01; 3.624412e+00	-5.601422e-15; -1.570796e+00	4.357524e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	8.050360e-01; 3.624412e+00	-5.745404e-15; -1.570796e+00	4.357524e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	8.050360e-01; 3.624412e+00	-5.504278e-15; -1.570796e+00	4.357524e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	8.050360e-01; 3.624412e+00	-6.224188e-15; -1.570796e+00	4.357524e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	8.050360e-01; 3.624412e+00	-1.009956e-14; -1.570796e+00	4.357524e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	8.050360e-01; 3.624412e+00	-5.124373e-15; -1.570796e+00	4.357524e+00

4.10 $\alpha = 4.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	8.002923e-01; 3.631223e+00	-1.800643e-15; -1.570796e+00	4.410933e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	8.002923e-01; 3.631223e+00	-2.293304e-15; -1.570796e+00	4.410933e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	8.002923e-01; 3.631223e+00	-1.068590e-15; -1.570796e+00	4.410933e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	8.002923e-01; 3.631223e+00	-1.922074e-15; -1.570796e+00	4.410933e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	8.002923e-01; 3.631223e+00	-4.585687e-15; -1.570796e+00	4.410933e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	8.002923e-01; 3.631223e+00	-2.909457e-15; -1.570796e+00	4.410933e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	8.002923e-01; 3.631223e+00	-3.986395e-15; -1.570796e+00	4.410933e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	8.002923e-01; 3.631223e+00	-4.065135e-15; -1.570796e+00	4.410933e+00

4.11 $\alpha = 5.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.967519e-01; 3.640335e+00	-3.005842e-15; -1.570796e+00	4.455388e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.967519e-01; 3.640335e+00	7.598089e-16; -1.570796e+00	4.455388e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.967519e-01; 3.640335e+00	6.713380e-16; -1.570796e+00	4.455388e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.967519e-01; 3.640335e+00	1.046038e-15; -1.570796e+00	4.455388e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.967519e-01; 3.640335e+00	2.216977e-15; -1.570796e+00	4.455388e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.967519e-01; 3.640335e+00	-2.519686e-16; -1.570796e+00	4.455388e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.967519e-01; 3.640335e+00	3.707877e-15; -1.570796e+00	4.455388e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.967519e-01; 3.640335e+00	1.292369e-16; -1.570796e+00	4.455388e+00

4.12 $\alpha = 5.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.941219e-01; 3.650817e+00	3.117298e-15; -1.570796e+00	4.492492e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.941219e-01; 3.650817e+00	1.852685e-14; -1.570796e+00	4.492492e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.941219e-01; 3.650817e+00	1.870032e-15; -1.570796e+00	4.492492e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.941219e-01; 3.650817e+00	3.535366e-15; -1.570796e+00	4.492492e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.941219e-01; 3.650817e+00	3.014949e-15; -1.570796e+00	4.492492e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.941219e-01; 3.650817e+00	3.117298e-15; -1.570796e+00	4.492492e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.941219e-01; 3.650817e+00	9.350160e-16; -1.570796e+00	4.492492e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.941219e-01; 3.650817e+00	3.365364e-15; -1.570796e+00	4.492492e+00

4.13 $\alpha = 6.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.921797e-01; 3.661985e+00	3.538836e-15; -1.570796e+00	4.523539e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.921797e-01; 3.661985e+00	1.292369e-15; -1.570796e+00	4.523539e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.921797e-01; 3.661985e+00	5.705506e-15; -1.570796e+00	4.523539e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.921797e-01; 3.661985e+00	8.105495e-15; -1.570796e+00	4.523539e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.921797e-01; 3.661985e+00	6.883383e-15; -1.570796e+00	4.523539e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.921797e-01; 3.661985e+00	4.398391e-15; -1.570796e+00	4.523539e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.921797e-01; 3.661985e+00	5.597085e-15; -1.570796e+00	4.523539e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.921797e-01; 3.661985e+00	2.339708e-15; -1.570796e+00	4.523539e+00

4.14 $\alpha = 6.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.907551e-01; 3.673340e+00	6.486131e-15; -1.570796e+00	4.549580e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.907551e-01; 3.673340e+00	6.354292e-15; -1.570796e+00	4.549580e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.907551e-01; 3.673340e+00	1.091315e-14; -1.570796e+00	4.549580e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.907551e-01; 3.673340e+00	3.112094e-15; -1.570796e+00	4.549580e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.907551e-01; 3.673340e+00	6.198167e-15; -1.570796e+00	4.549580e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.907551e-01; 3.673340e+00	8.117639e-15; -1.570796e+00	4.549580e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.907551e-01; 3.673340e+00	6.186024e-15; -1.570796e+00	4.549580e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.907551e-01; 3.673340e+00	7.419412e-15; -1.570796e+00	4.549580e+00

4.15 $\alpha = 7.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.897180e-01; 3.684527e+00	8.109832e-15; -1.570796e+00	4.571476e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.897180e-01; 3.684527e+00	1.110396e-14; -1.570796e+00	4.571476e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.897180e-01; 3.684527e+00	5.183354e-15; -1.570796e+00	4.571476e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.897180e-01; 3.684527e+00	8.134118e-15; -1.570796e+00	4.571476e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.897180e-01; 3.684527e+00	9.919149e-15; -1.570796e+00	4.571476e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.897180e-01; 3.684527e+00	7.530435e-15; -1.570796e+00	4.571476e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.897180e-01; 3.684527e+00	9.207912e-15; -1.570796e+00	4.571476e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.897180e-01; 3.684527e+00	9.273832e-15; -1.570796e+00	4.571476e+00

4.16 $\alpha = 7.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.889691e-01; 3.695304e+00	1.149948e-14; -1.570796e+00	4.589931e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.889691e-01; 3.695304e+00	5.207119e-14; -1.570796e+00	4.589931e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.889691e-01; 3.695304e+00	1.157234e-14; -1.570796e+00	4.589931e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.889691e-01; 3.695304e+00	9.883695e-15; -1.570796e+00	4.589931e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.889691e-01; 3.695304e+00	1.030946e-14; -1.570796e+00	4.589931e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.889691e-01; 3.695304e+00	1.309890e-14; -1.570796e+00	4.589931e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.889691e-01; 3.695304e+00	9.495876e-15; -1.570796e+00	4.589931e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.889691e-01; 3.695304e+00	6.860831e-15; -1.570796e+00	4.589931e+00

4.17 $\alpha = 8.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.884326e-01; 3.705512e+00	1.038405e-14; -1.570796e+00	4.605528e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.884326e-01; 3.705512e+00	1.307114e-14; -1.570796e+00	4.605528e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.884326e-01; 3.705512e+00	1.058875e-14; -1.570796e+00	4.605528e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.884326e-01; 3.705512e+00	1.238940e-14; -1.570796e+00	4.605528e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.884326e-01; 3.705512e+00	1.027477e-14; -1.570796e+00	4.605528e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.884326e-01; 3.705512e+00	1.154458e-14; -1.570796e+00	4.605528e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.884326e-01; 3.705512e+00	1.171112e-14; -1.570796e+00	4.605528e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.884326e-01; 3.705512e+00	1.271899e-14; -1.570796e+00	4.605528e+00

4.18 $\alpha = 8.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.880513e-01; 3.715061e+00	1.741370e-14; -1.570796e+00	4.618744e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.880513e-01; 3.715061e+00	1.277060e-14; -1.570796e+00	4.618744e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.880513e-01; 3.715061e+00	1.332615e-14; -1.570796e+00	4.618744e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.880513e-01; 3.715061e+00	1.241921e-14; -1.570796e+00	4.618744e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.880513e-01; 3.715061e+00	1.223479e-14; -1.570796e+00	4.618744e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.880513e-01; 3.715061e+00	1.393785e-14; -1.570796e+00	4.618744e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.880513e-01; 3.715061e+00	1.208278e-14; -1.570796e+00	4.618744e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.880513e-01; 3.715061e+00	1.171134e-14; -1.570796e+00	4.618744e+00

4.19 $\alpha = 9.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.877822e-01; 3.723904e+00	1.683983e-14; -1.570796e+00	4.629976e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.877822e-01; 3.723904e+00	1.792143e-14; -1.570796e+00	4.629976e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.877822e-01; 3.723904e+00	1.799472e-14; -1.570796e+00	4.629976e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.877822e-01; 3.723904e+00	1.320732e-14; -1.570796e+00	4.629976e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.877822e-01; 3.723904e+00	1.088105e-14; -1.570796e+00	4.629976e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.877822e-01; 3.723904e+00	1.093136e-14; -1.570796e+00	4.629976e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.877822e-01; 3.723904e+00	1.312318e-14; -1.570796e+00	4.629976e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.877822e-01; 3.723904e+00	1.253468e-14; -1.570796e+00	4.629976e+00

4.20 $\alpha = 9.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.875931e-01; 3.732031e+00	1.135984e-14; -1.570796e+00	4.639551e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.875931e-01; 3.732031e+00	1.864828e-14; -1.570796e+00	4.639551e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.875931e-01; 3.732031e+00	1.473821e-14; -1.570796e+00	4.639551e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.875931e-01; 3.732031e+00	1.356727e-14; -1.570796e+00	4.639551e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.875931e-01; 3.732031e+00	1.320992e-14; -1.570796e+00	4.639551e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.875931e-01; 3.732031e+00	1.320645e-14; -1.570796e+00	4.639551e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.875931e-01; 3.732031e+00	1.677478e-14; -1.570796e+00	4.639551e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.875931e-01; 3.732031e+00	1.742877e-14; -1.570796e+00	4.639551e+00

4.21 $\alpha = 10.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.874603e-01; 3.739457e+00	1.564287e-14; -1.570796e+00	4.647738e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.874603e-01; 3.739457e+00	1.783469e-14; -1.570796e+00	4.647738e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.874603e-01; 3.739457e+00	1.477811e-14; -1.570796e+00	4.647738e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.874603e-01; 3.739457e+00	1.487092e-14; -1.570796e+00	4.647738e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.874603e-01; 3.739457e+00	1.117335e-14; -1.570796e+00	4.647738e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.874603e-01; 3.739457e+00	1.391942e-14; -1.570796e+00	4.647738e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.874603e-01; 3.739457e+00	1.219858e-14; -1.570796e+00	4.647738e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.874603e-01; 3.739457e+00	1.294537e-14; -1.570796e+00	4.647738e+00

4.22 $\alpha = 10.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.873662e-01; 3.746212e+00	1.707272e-14; -1.570796e+00	4.654762e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.873662e-01; 3.746212e+00	1.457688e-14; -1.570796e+00	4.654762e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.873662e-01; 3.746212e+00	1.430626e-14; -1.570796e+00	4.654762e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.873662e-01; 3.746212e+00	1.204939e-14; -1.570796e+00	4.654762e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.873662e-01; 3.746212e+00	1.148907e-14; -1.570796e+00	4.654762e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.873662e-01; 3.746212e+00	1.541996e-14; -1.570796e+00	4.654762e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.873662e-01; 3.746212e+00	1.359416e-14; -1.570796e+00	4.654762e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.873662e-01; 3.746212e+00	1.370865e-14; -1.570796e+00	4.654762e+00

4.23 $\alpha = 11.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.872983e-01; 3.752334e+00	1.528031e-14; -1.570796e+00	4.660810e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.872983e-01; 3.752334e+00	1.371299e-14; -1.570796e+00	4.660810e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.872983e-01; 3.752334e+00	1.529419e-14; -1.570796e+00	4.660810e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.872983e-01; 3.752334e+00	1.127484e-14; -1.570796e+00	4.660810e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.872983e-01; 3.752334e+00	1.660064e-14; -1.570796e+00	4.660810e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.872983e-01; 3.752334e+00	1.538700e-14; -1.570796e+00	4.660810e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.872983e-01; 3.752334e+00	1.936559e-14; -1.570796e+00	4.660810e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.872983e-01; 3.752334e+00	1.407641e-14; -1.570796e+00	4.660810e+00

4.24 $\alpha = 11.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.872473e-01; 3.757869e+00	1.608089e-14; -1.570796e+00	4.666034e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.872473e-01; 3.757869e+00	1.985911e-14; -1.570796e+00	4.666034e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.872473e-01; 3.757869e+00	1.291675e-14; -1.570796e+00	4.666034e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.872473e-01; 3.757869e+00	9.740472e-15; -1.570796e+00	4.666034e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.872473e-01; 3.757869e+00	1.188372e-14; -1.570796e+00	4.666034e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.872473e-01; 3.757869e+00	1.246702e-14; -1.570796e+00	4.666034e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.872473e-01; 3.757869e+00	1.269818e-14; -1.570796e+00	4.666034e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.872473e-01; 3.757869e+00	1.200082e-14; -1.570796e+00	4.666034e+00

4.25 $\alpha = 12.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.872070e-01; 3.762866e+00	1.029385e-14; -1.570796e+00	4.670564e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.872070e-01; 3.762866e+00	1.303558e-14; -1.570796e+00	4.670564e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.872070e-01; 3.762866e+00	1.249695e-14; -1.570796e+00	4.670564e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.872070e-01; 3.762866e+00	1.441208e-14; -1.570796e+00	4.670564e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.872070e-01; 3.762866e+00	1.191321e-14; -1.570796e+00	4.670564e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.872070e-01; 3.762866e+00	1.430366e-14; -1.570796e+00	4.670564e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.872070e-01; 3.762866e+00	1.568624e-14; -1.570796e+00	4.670564e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.872070e-01; 3.762866e+00	1.407988e-14; -1.570796e+00	4.670564e+00

4.26 $\alpha = 12.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.871730e-01; 3.767371e+00	1.476423e-14; -1.570796e+00	4.674505e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.871730e-01; 3.767371e+00	2.322188e-14; -1.570796e+00	4.674505e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.871730e-01; 3.767371e+00	1.075442e-14; -1.570796e+00	4.674505e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.871730e-01; 3.767371e+00	1.063906e-14; -1.570796e+00	4.674505e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.871730e-01; 3.767371e+00	1.220985e-14; -1.570796e+00	4.674505e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.871730e-01; 3.767371e+00	1.378845e-14; -1.570796e+00	4.674505e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.871730e-01; 3.767371e+00	1.033462e-14; -1.570796e+00	4.674505e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.871730e-01; 3.767371e+00	1.241455e-14; -1.570796e+00	4.674505e+00

4.27 $\alpha = 13.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.871421e-01; 3.771432e+00	1.274241e-14; -1.570796e+00	4.677947e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.871421e-01; 3.771432e+00	1.597767e-14; -1.570796e+00	4.677947e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.871421e-01; 3.771432e+00	1.235557e-14; -1.570796e+00	4.677947e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.871421e-01; 3.771432e+00	1.513199e-14; -1.570796e+00	4.677947e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.871421e-01; 3.771432e+00	1.101202e-14; -1.570796e+00	4.677947e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.871421e-01; 3.771432e+00	1.235557e-14; -1.570796e+00	4.677947e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.871421e-01; 3.771432e+00	1.175969e-14; -1.570796e+00	4.677947e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.871421e-01; 3.771432e+00	1.811572e-14; -1.570796e+00	4.677947e+00

4.28 $\alpha = 13.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.871125e-01; 3.775091e+00	9.734401e-15; -1.570796e+00	4.680965e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.871125e-01; 3.775091e+00	9.257352e-15; -1.570796e+00	4.680965e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.871125e-01; 3.775091e+00	1.531978e-14; -1.570796e+00	4.680965e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.871125e-01; 3.775091e+00	1.149341e-14; -1.570796e+00	4.680965e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.871125e-01; 3.775091e+00	1.074184e-14; -1.570796e+00	4.680965e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.871125e-01; 3.775091e+00	9.874046e-15; -1.570796e+00	4.680965e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.871125e-01; 3.775091e+00	1.393764e-14; -1.570796e+00	4.680965e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.871125e-01; 3.775091e+00	1.566369e-14; -1.570796e+00	4.680965e+00

4.29 $\alpha = 14.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.870829e-01; 3.778391e+00	1.182214e-14; -1.570796e+00	4.683619e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.870829e-01; 3.778391e+00	4.887583e-15; -1.570796e+00	4.683619e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.870829e-01; 3.778391e+00	1.255810e-14; -1.570796e+00	4.683619e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.870829e-01; 3.778391e+00	1.406709e-14; -1.570796e+00	4.683619e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.870829e-01; 3.778391e+00	1.114809e-14; -1.570796e+00	4.683619e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.870829e-01; 3.778391e+00	1.388820e-14; -1.570796e+00	4.683619e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.870829e-01; 3.778391e+00	1.160713e-14; -1.570796e+00	4.683619e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.870829e-01; 3.778391e+00	1.459813e-14; -1.570796e+00	4.683619e+00

4.30 $\alpha = 14.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.870526e-01; 3.781367e+00	9.371844e-15; -1.570796e+00	4.685963e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.870526e-01; 3.781367e+00	1.484923e-15; -1.570796e+00	4.685963e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.870526e-01; 3.781367e+00	1.108922e-14; -1.570796e+00	4.685963e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.870526e-01; 3.781367e+00	1.523347e-14; -1.570796e+00	4.685963e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.870526e-01; 3.781367e+00	1.981141e-14; -1.570796e+00	4.685963e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.870526e-01; 3.781367e+00	1.392202e-14; -1.570796e+00	4.685963e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.870526e-01; 3.781367e+00	1.240967e-14; -1.570796e+00	4.685963e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.870526e-01; 3.781367e+00	1.455260e-14; -1.570796e+00	4.685963e+00

4.31 $\alpha = 15.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.870213e-01; 3.784056e+00	8.327540e-15; -1.570796e+00	4.688041e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.870213e-01; 3.784056e+00	5.922346e-15; -1.570796e+00	4.688041e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.870213e-01; 3.784056e+00	8.274631e-15; -1.570796e+00	4.688041e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.870213e-01; 3.784056e+00	1.172760e-14; -1.570796e+00	4.688041e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.870213e-01; 3.784056e+00	1.229399e-14; -1.570796e+00	4.688041e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.870213e-01; 3.784056e+00	1.031640e-14; -1.570796e+00	4.688041e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.870213e-01; 3.784056e+00	1.121239e-14; -1.570796e+00	4.688041e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.870213e-01; 3.784056e+00	1.190888e-14; -1.570796e+00	4.688041e+00

4.32 $\alpha = 15.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.869889e-01; 3.786487e+00	1.339835e-14; -1.570796e+00	4.689888e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.869889e-01; 3.786487e+00	7.386564e-15; -1.570796e+00	4.689888e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.869889e-01; 3.786487e+00	2.562571e-14; -1.570796e+00	4.689888e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.869889e-01; 3.786487e+00	1.420955e-14; -1.570796e+00	4.689888e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.869889e-01; 3.786487e+00	1.356575e-14; -1.570796e+00	4.689888e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.869889e-01; 3.786487e+00	1.221852e-14; -1.570796e+00	4.689888e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.869889e-01; 3.786487e+00	1.308708e-14; -1.570796e+00	4.689888e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.869889e-01; 3.786487e+00	1.781604e-14; -1.570796e+00	4.689888e+00

4.33 $\alpha = 16.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.869554e-01; 3.788689e+00	1.152637e-14; -1.570796e+00	4.691537e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.869554e-01; 3.788689e+00	1.684330e-14; -1.570796e+00	4.691537e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.869554e-01; 3.788689e+00	1.582501e-14; -1.570796e+00	4.691537e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.869554e-01; 3.788689e+00	1.713473e-14; -1.570796e+00	4.691537e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.869554e-01; 3.788689e+00	2.198762e-15; -1.570796e+00	4.691537e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.869554e-01; 3.788689e+00	1.258889e-14; -1.570796e+00	4.691537e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.869554e-01; 3.788689e+00	1.168423e-14; -1.570796e+00	4.691537e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.869554e-01; 3.788689e+00	1.041962e-14; -1.570796e+00	4.691537e+00

4.34 $\alpha = 16.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.869210e-01; 3.790687e+00	1.287121e-14; -1.570796e+00	4.693013e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.869210e-01; 3.790687e+00	1.286948e-14; -1.570796e+00	4.693013e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.869210e-01; 3.790687e+00	9.852362e-15; -1.570796e+00	4.693013e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.869210e-01; 3.790687e+00	7.933758e-15; -1.570796e+00	4.693013e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.869210e-01; 3.790687e+00	9.455544e-15; -1.570796e+00	4.693013e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.869210e-01; 3.790687e+00	1.260819e-14; -1.570796e+00	4.693013e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.869210e-01; 3.790687e+00	1.306811e-14; -1.570796e+00	4.693013e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.869210e-01; 3.790687e+00	9.934761e-15; -1.570796e+00	4.693013e+00

4.35 $\alpha = 17.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.868859e-01; 3.792502e+00	8.605963e-15; -1.570796e+00	4.694339e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.868859e-01; 3.792502e+00	1.214220e-14; -1.570796e+00	4.694339e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.868859e-01; 3.792502e+00	4.056477e-14; -1.570796e+00	4.694339e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.868859e-01; 3.792502e+00	1.407468e-14; -1.570796e+00	4.694339e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.868859e-01; 3.792502e+00	1.080646e-14; -1.570796e+00	4.694339e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.868859e-01; 3.792502e+00	8.645862e-15; -1.570796e+00	4.694339e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.868859e-01; 3.792502e+00	1.624048e-14; -1.570796e+00	4.694339e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.868859e-01; 3.792502e+00	1.022706e-14; -1.570796e+00	4.694339e+00

4.36 $\alpha = 17.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.868502e-01; 3.794155e+00	8.011387e-15; -1.570796e+00	4.695534e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.868502e-01; 3.794155e+00	4.134930e-15; -1.570796e+00	4.695534e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.868502e-01; 3.794155e+00	1.384158e-14; -1.570796e+00	4.695534e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.868502e-01; 3.794155e+00	1.181726e-14; -1.570796e+00	4.695534e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.868502e-01; 3.794155e+00	1.521309e-14; -1.570796e+00	4.695534e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.868502e-01; 3.794155e+00	1.487460e-14; -1.570796e+00	4.695534e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.868502e-01; 3.794155e+00	1.065500e-14; -1.570796e+00	4.695534e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.868502e-01; 3.794155e+00	6.254437e-15; -1.570796e+00	4.695534e+00

4.37 $\alpha = 18.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.868141e-01; 3.795662e+00	7.727326e-15; -1.570796e+00	4.696615e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.868141e-01; 3.795662e+00	7.764189e-15; -1.570796e+00	4.696615e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.868141e-01; 3.795662e+00	1.334870e-14; -1.570796e+00	4.696615e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.868141e-01; 3.795662e+00	4.616533e-15; -1.570796e+00	4.696615e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.868141e-01; 3.795662e+00	7.136219e-15; -1.570796e+00	4.696615e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.868141e-01; 3.795662e+00	7.323135e-15; -1.570796e+00	4.696615e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.868141e-01; 3.795662e+00	1.147433e-14; -1.570796e+00	4.696615e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.868141e-01; 3.795662e+00	1.331791e-14; -1.570796e+00	4.696615e+00

4.38 $\alpha = 18.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.867780e-01; 3.797040e+00	9.136789e-15; -1.570796e+00	4.697594e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.867780e-01; 3.797040e+00	1.159402e-14; -1.570796e+00	4.697594e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.867780e-01; 3.797040e+00	-9.778175e-15; -1.570796e+00	4.697594e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.867780e-01; 3.797040e+00	1.065207e-14; -1.570796e+00	4.697594e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.867780e-01; 3.797040e+00	1.000578e-14; -1.570796e+00	4.697594e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.867780e-01; 3.797040e+00	5.070597e-15; -1.570796e+00	4.697594e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.867780e-01; 3.797040e+00	1.063819e-14; -1.570796e+00	4.697594e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.867780e-01; 3.797040e+00	1.158362e-14; -1.570796e+00	4.697594e+00

4.39 $\alpha = 19.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.867420e-01; 3.798302e+00	9.809861e-15; -1.570796e+00	4.698486e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.867420e-01; 3.798302e+00	9.791647e-15; -1.570796e+00	4.698486e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.867420e-01; 3.798302e+00	1.806237e-14; -1.570796e+00	4.698486e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.867420e-01; 3.798302e+00	1.320038e-14; -1.570796e+00	4.698486e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.867420e-01; 3.798302e+00	8.820635e-15; -1.570796e+00	4.698486e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.867420e-01; 3.798302e+00	1.924947e-15; -1.570796e+00	4.698486e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.867420e-01; 3.798302e+00	1.423080e-14; -1.570796e+00	4.698486e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.867420e-01; 3.798302e+00	1.259496e-14; -1.570796e+00	4.698486e+00

4.40 $\alpha = 19.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.867062e-01; 3.799460e+00	9.503683e-15; -1.570796e+00	4.699298e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.867062e-01; 3.799460e+00	6.938894e-15; -1.570796e+00	4.699298e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.867062e-01; 3.799460e+00	3.210973e-15; -1.570796e+00	4.699298e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.867062e-01; 3.799460e+00	4.098284e-15; -1.570796e+00	4.699298e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.867062e-01; 3.799460e+00	1.029824e-14; -1.570796e+00	4.699298e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.867062e-01; 3.799460e+00	1.859971e-14; -1.570796e+00	4.699298e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.867062e-01; 3.799460e+00	5.341214e-15; -1.570796e+00	4.699298e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.867062e-01; 3.799460e+00	8.217385e-15; -1.570796e+00	4.699298e+00

4.41 $\alpha = 20.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.866708e-01; 3.800525e+00	1.030361e-14; -1.570796e+00	4.700041e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.866708e-01; 3.800525e+00	8.688363e-15; -1.570796e+00	4.700041e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.866708e-01; 3.800525e+00	8.343586e-15; -1.570796e+00	4.700041e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.866708e-01; 3.800525e+00	8.970255e-15; -1.570796e+00	4.700041e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.866708e-01; 3.800525e+00	9.190131e-15; -1.570796e+00	4.700041e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.866708e-01; 3.800525e+00	-3.198440e-14; -1.570796e+00	4.700041e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.866708e-01; 3.800525e+00	1.001759e-14; -1.570796e+00	4.700041e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.866708e-01; 3.800525e+00	8.429889e-15; -1.570796e+00	4.700041e+00

4.42 $\alpha = 20.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.866359e-01; 3.801507e+00	7.324870e-15; -1.570796e+00	4.700722e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.866359e-01; 3.801507e+00	1.403825e-14; -1.570796e+00	4.700722e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.866359e-01; 3.801507e+00	1.115210e-14; -1.570796e+00	4.700722e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.866359e-01; 3.801507e+00	9.028368e-15; -1.570796e+00	4.700722e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.866359e-01; 3.801507e+00	9.128115e-15; -1.570796e+00	4.700722e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.866359e-01; 3.801507e+00	9.128982e-15; -1.570796e+00	4.700722e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.866359e-01; 3.801507e+00	5.923213e-15; -1.570796e+00	4.700722e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.866359e-01; 3.801507e+00	8.506217e-15; -1.570796e+00	4.700722e+00

4.43 $\alpha = 21.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.866017e-01; 3.802413e+00	1.144224e-14; -1.570796e+00	4.701347e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.866017e-01; 3.802413e+00	9.033573e-15; -1.570796e+00	4.701347e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.866017e-01; 3.802413e+00	7.324870e-15; -1.570796e+00	4.701347e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.866017e-01; 3.802413e+00	1.181347e-14; -1.570796e+00	4.701347e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.866017e-01; 3.802413e+00	1.010737e-14; -1.570796e+00	4.701347e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.866017e-01; 3.802413e+00	9.365084e-15; -1.570796e+00	4.701347e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.866017e-01; 3.802413e+00	1.117075e-14; -1.570796e+00	4.701347e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.866017e-01; 3.802413e+00	2.786275e-14; -1.570796e+00	4.701347e+00

4.44 $\alpha = 21.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.865681e-01; 3.803251e+00	1.069598e-14; -1.570796e+00	4.701924e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.865681e-01; 3.803251e+00	1.354038e-14; -1.570796e+00	4.701924e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.865681e-01; 3.803251e+00	1.548479e-14; -1.570796e+00	4.701924e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.865681e-01; 3.803251e+00	1.200693e-14; -1.570796e+00	4.701924e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.865681e-01; 3.803251e+00	-1.691854e-14; -1.570796e+00	4.701924e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.865681e-01; 3.803251e+00	1.253251e-14; -1.570796e+00	4.701924e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.865681e-01; 3.803251e+00	2.190956e-15; -1.570796e+00	4.701924e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.865681e-01; 3.803251e+00	1.352811e-14; -1.570796e+00	4.701924e+00

4.45 $\alpha = 22.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.865353e-01; 3.804029e+00	7.868706e-15; -1.570796e+00	4.702456e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.865353e-01; 3.804029e+00	9.031404e-15; -1.570796e+00	4.702456e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.865353e-01; 3.804029e+00	4.014584e-15; -1.570796e+00	4.702456e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.865353e-01; 3.804029e+00	-3.286650e-15; -1.570796e+00	4.702456e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.865353e-01; 3.804029e+00	9.089951e-15; -1.570796e+00	4.702456e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.865353e-01; 3.804029e+00	1.311277e-14; -1.570796e+00	4.702456e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.865353e-01; 3.804029e+00	1.292889e-14; -1.570796e+00	4.702456e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.865353e-01; 3.804029e+00	1.196179e-14; -1.570796e+00	4.702456e+00

4.46 $\alpha = 22.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.865034e-01; 3.804750e+00	9.991140e-15; -1.570796e+00	4.702948e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.865034e-01; 3.804750e+00	1.284129e-14; -1.570796e+00	4.702948e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.865034e-01; 3.804750e+00	7.527833e-15; -1.570796e+00	4.702948e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.865034e-01; 3.804750e+00	4.399259e-15; -1.570796e+00	4.702948e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.865034e-01; 3.804750e+00	9.860168e-15; -1.570796e+00	4.702948e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.865034e-01; 3.804750e+00	3.942159e-15; -1.570796e+00	4.702948e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.865034e-01; 3.804750e+00	3.599524e-15; -1.570796e+00	4.702948e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.865034e-01; 3.804750e+00	5.549380e-15; -1.570796e+00	4.702948e+00

4.47 $\alpha = 23.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.864723e-01; 3.805422e+00	9.381385e-15; -1.570796e+00	4.703404e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.864723e-01; 3.805422e+00	7.889848e-15; -1.570796e+00	4.703404e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.864723e-01; 3.805422e+00	5.197232e-15; -1.570796e+00	4.703404e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.864723e-01; 3.805422e+00	9.734401e-15; -1.570796e+00	4.703404e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.864723e-01; 3.805422e+00	-1.626108e-14; -1.570796e+00	4.703404e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.864723e-01; 3.805422e+00	1.025959e-14; -1.570796e+00	4.703404e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.864723e-01; 3.805422e+00	1.829851e-14; -1.570796e+00	4.703404e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.864723e-01; 3.805422e+00	9.877515e-15; -1.570796e+00	4.703404e+00

4.48 $\alpha = 23.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.864421e-01; 3.806048e+00	9.976395e-15; -1.570796e+00	4.703827e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.864421e-01; 3.806048e+00	7.654034e-15; -1.570796e+00	4.703827e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.864421e-01; 3.806048e+00	8.257284e-15; -1.570796e+00	4.703827e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.864421e-01; 3.806048e+00	1.402958e-15; -1.570796e+00	4.703827e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.864421e-01; 3.806048e+00	3.577867e-16; -1.570796e+00	4.703827e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.864421e-01; 3.806048e+00	8.729562e-15; -1.570796e+00	4.703827e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.864421e-01; 3.806048e+00	2.089301e-14; -1.570796e+00	4.703827e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.864421e-01; 3.806048e+00	1.464844e-14; -1.570796e+00	4.703827e+00

4.49 $\alpha = 24.000000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.864128e-01; 3.806632e+00	8.176619e-15; -1.570796e+00	4.704221e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.864128e-01; 3.806632e+00	1.040964e-14; -1.570796e+00	4.704221e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.864128e-01; 3.806632e+00	9.091252e-15; -1.570796e+00	4.704221e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.864128e-01; 3.806632e+00	1.374985e-14; -1.570796e+00	4.704221e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.864128e-01; 3.806632e+00	8.639790e-15; -1.570796e+00	4.704221e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.864128e-01; 3.806632e+00	7.898630e-15; -1.570796e+00	4.704221e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.864128e-01; 3.806632e+00	1.482755e-14; -1.570796e+00	4.704221e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.864128e-01; 3.806632e+00	2.385765e-14; -1.570796e+00	4.704221e+00

4.50 $\alpha = 24.500000$

Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.863844e-01; 3.807178e+00	1.349875e-14; -1.570796e+00	4.704588e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.863844e-01; 3.807178e+00	9.998512e-15; -1.570796e+00	4.704588e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.863844e-01; 3.807178e+00	1.477681e-14; -1.570796e+00	4.704588e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.863844e-01; 3.807178e+00	1.298441e-14; -1.570796e+00	4.704588e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.863844e-01; 3.807178e+00	5.604892e-15; -1.570796e+00	4.704588e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.863844e-01; 3.807178e+00	1.307418e-14; -1.570796e+00	4.704588e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.863844e-01; 3.807178e+00	1.592303e-14; -1.570796e+00	4.704588e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.863844e-01; 3.807178e+00	6.001710e-15; -1.570796e+00	4.704588e+00

4.51 $\alpha = 25.000000$

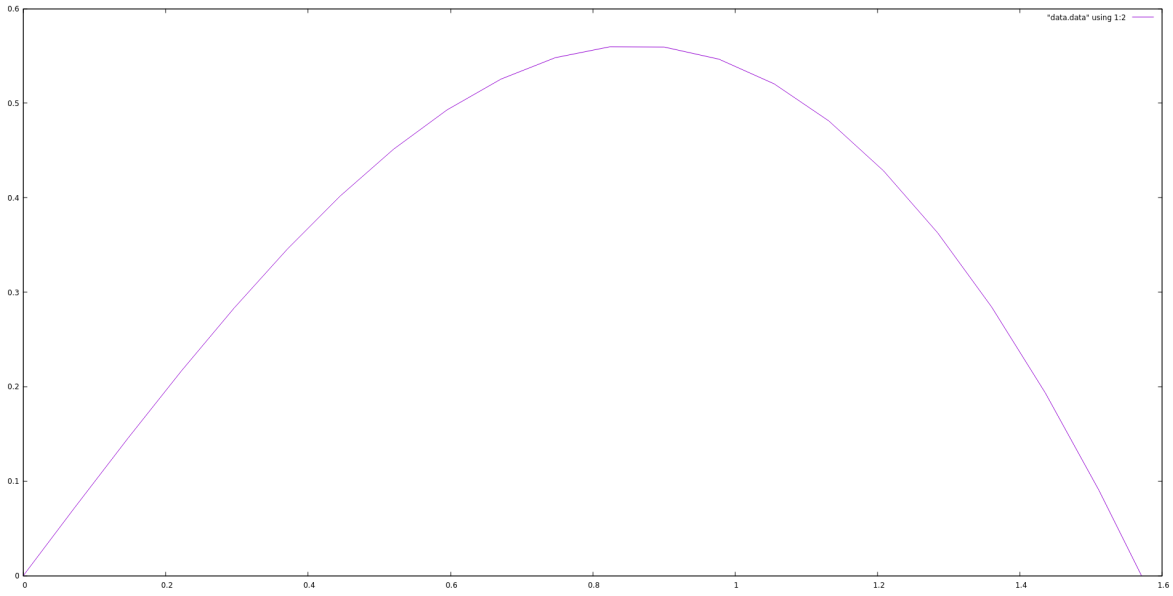
Метод Ньютона сошелся с большого количества начальных точек к результатам, указанным ниже.

Initial point $x_2(0),\ p_1(0)$	Newton method result $x_2(0),\ p_1(0)$	Right point $x_1\left(\frac{\pi}{2}\right),\ x_2\left(\frac{\pi}{2}\right)$	Functional $\int_0^{\frac{\pi}{2}} u^2 dt$
0.000000e+00; 0.000000e+00	7.863569e-01; 3.807690e+00	5.903915e-15; -1.570796e+00	4.704931e+00
1.000000e+00; -1.000000e+00	7.863569e-01; 3.807690e+00	1.247873e-14; -1.570796e+00	4.704931e+00
2.000000e+00; -2.000000e+00	7.863569e-01; 3.807690e+00	7.431989e-15; -1.570796e+00	4.704931e+00
3.000000e+00; -3.000000e+00	7.863569e-01; 3.807690e+00	-5.650103e-15; -1.570796e+00	4.704931e+00
4.000000e+00; -4.000000e+00	7.863569e-01; 3.807690e+00	1.475827e-14; -1.570796e+00	4.704931e+00
5.000000e+00; -5.000000e+00	7.863569e-01; 3.807690e+00	4.351771e-15; -1.570796e+00	4.704931e+00
6.000000e+00; -6.000000e+00	7.863569e-01; 3.807690e+00	-1.349496e-14; -1.570796e+00	4.704931e+00
7.000000e+00; -7.000000e+00	7.863569e-01; 3.807690e+00	1.152333e-14; -1.570796e+00	4.704931e+00

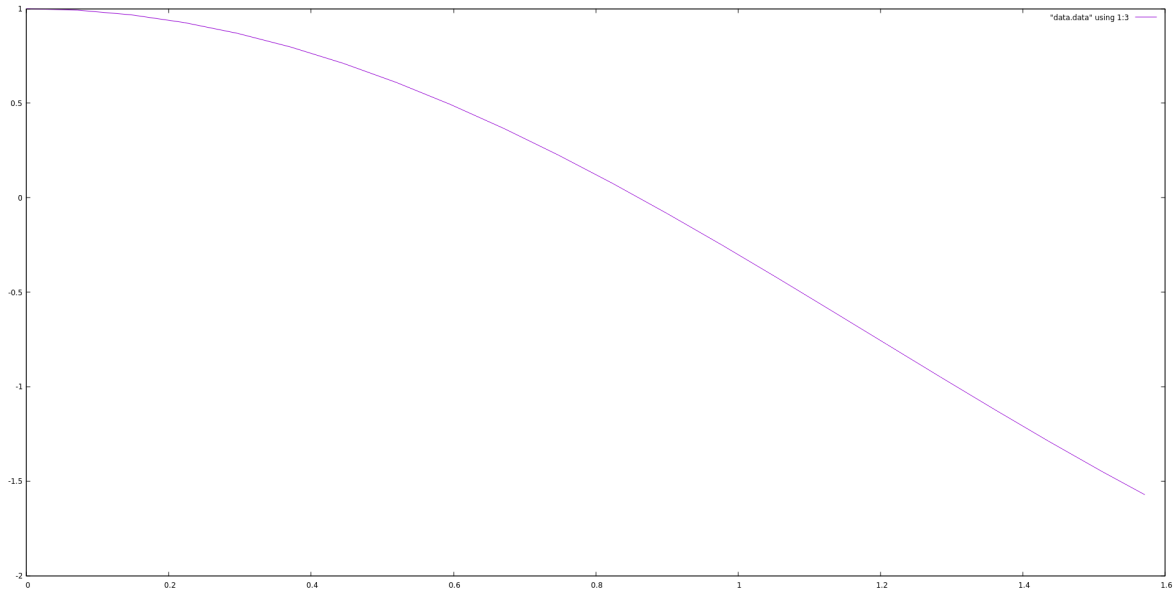
5. 5. Графики некоторых решений

Рассмотрим $\alpha = 0$ **Погрешность в решении** $u(t)$ $2.042810e-14$

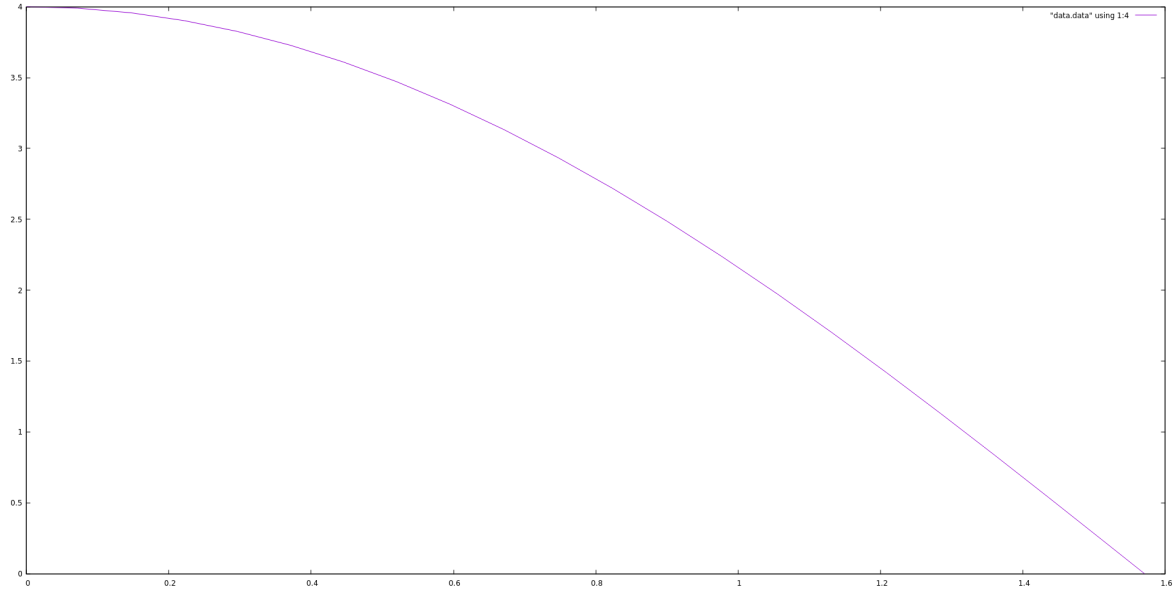
$x_1(t)$ $[0, \pi/2]$



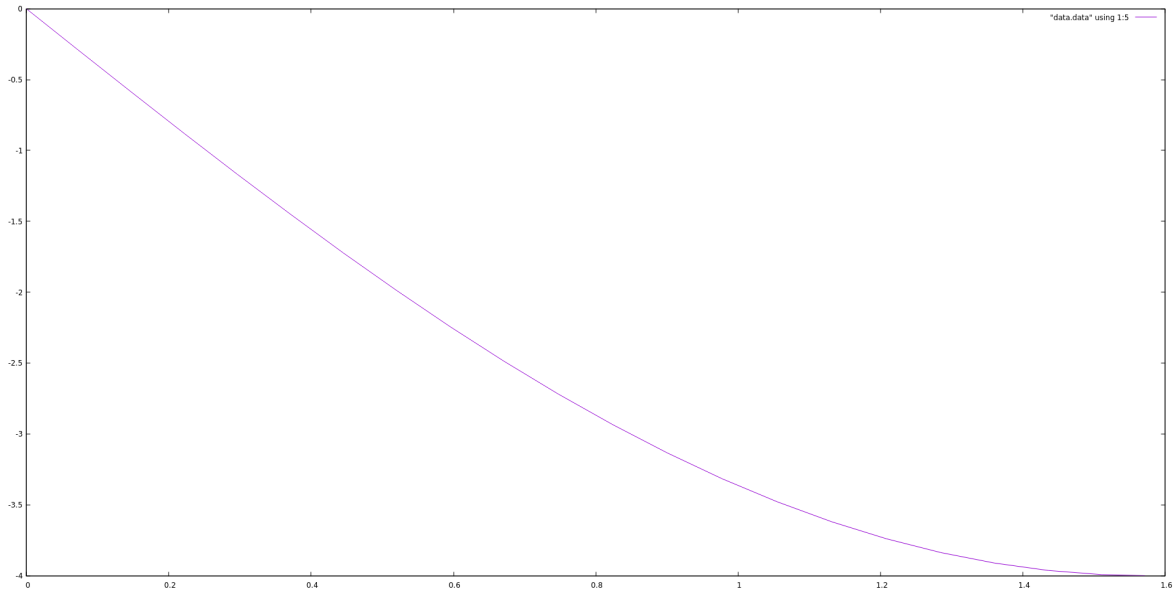
$x'(t)$ $[0, \pi/2]$



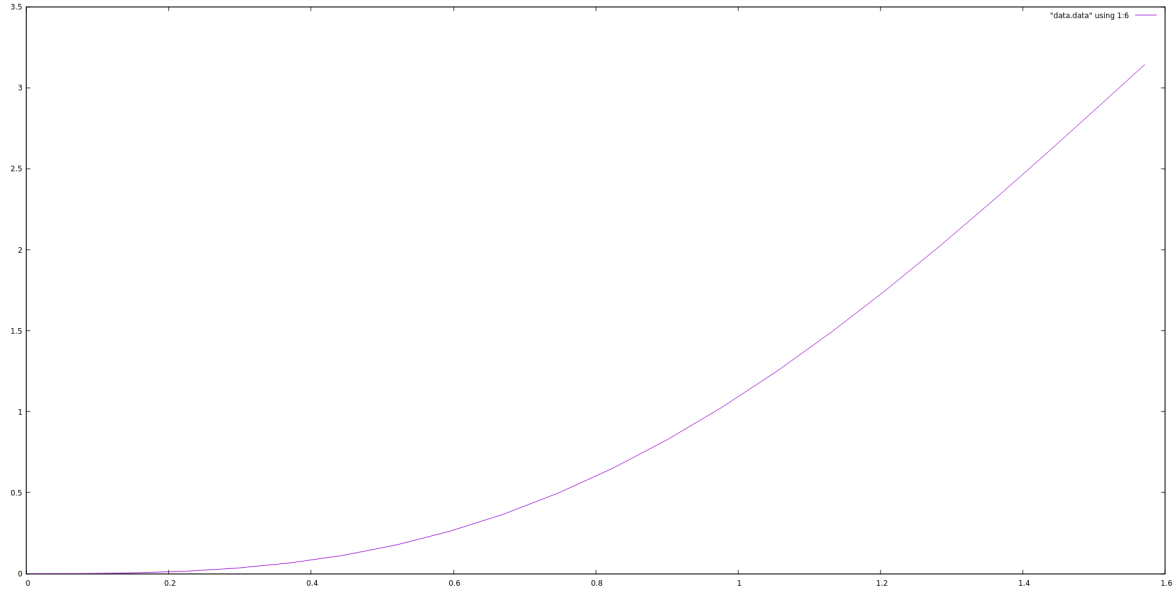
$p_1(t)$ $[0, \pi/2]$



$p_2(t)\ [0, \pi/2]$

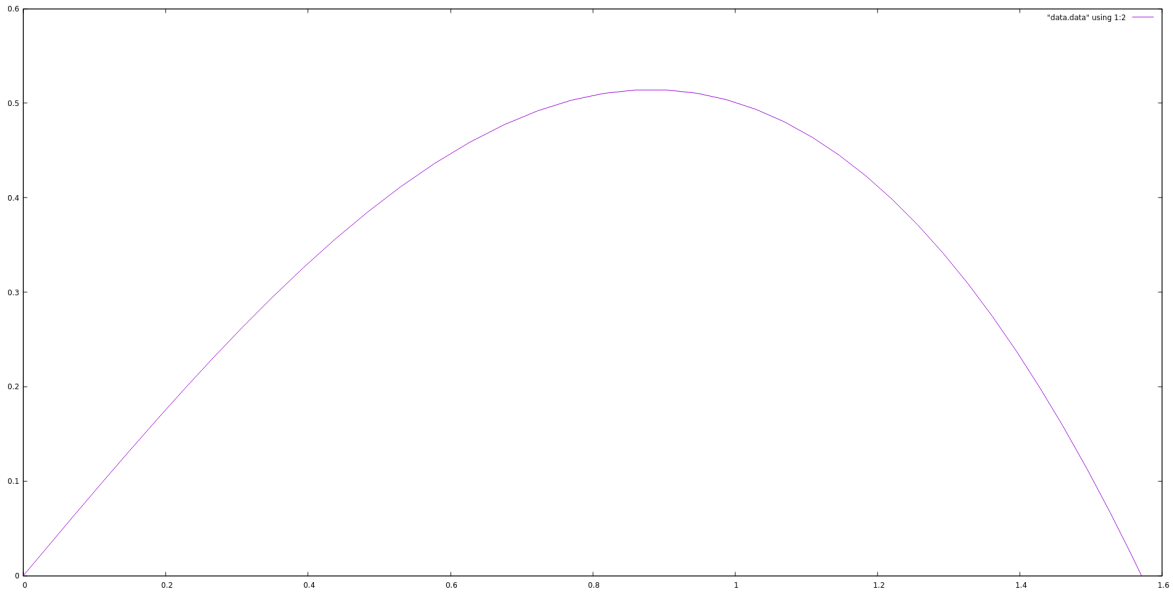


$integral(t)\ [0, \pi/2]$

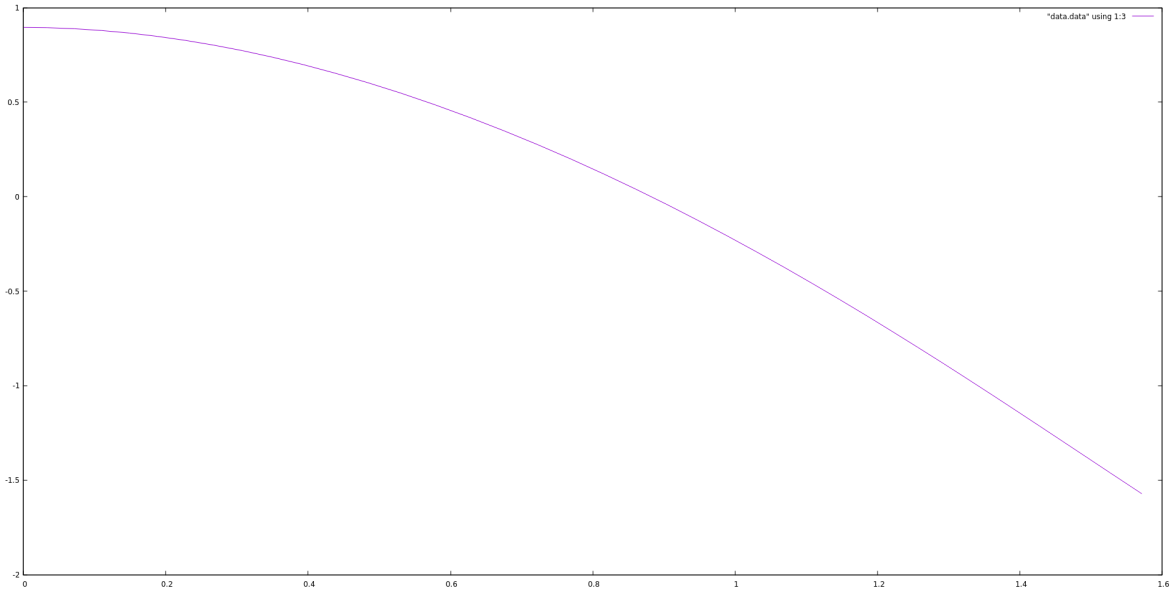


Рассмотрим $\alpha = 1$

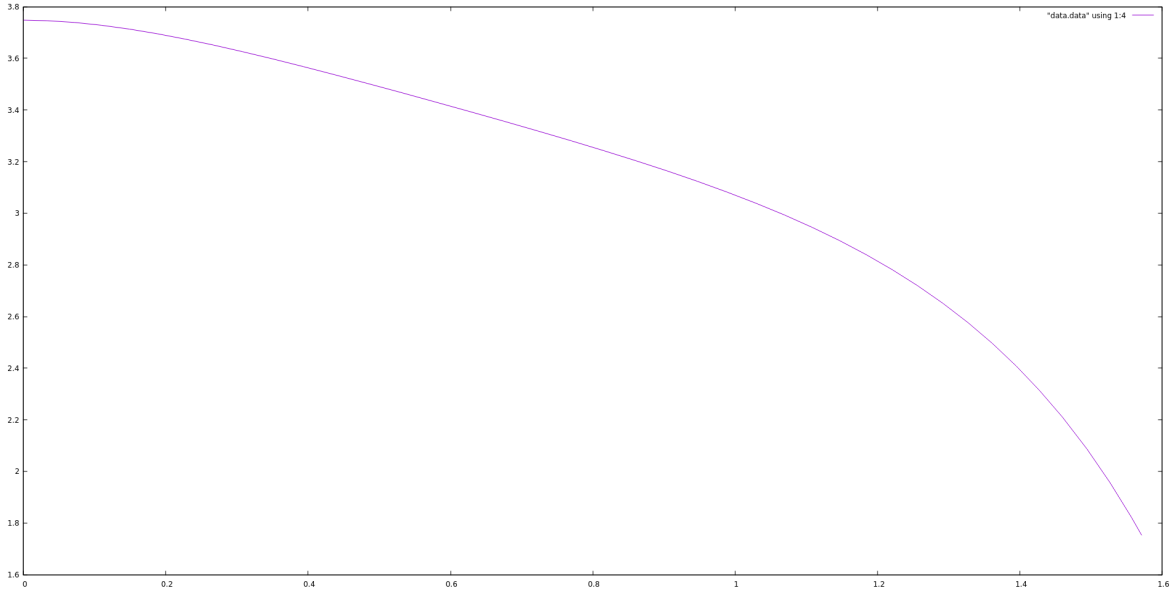
$x_1(t)$ $[0, \pi/2]$



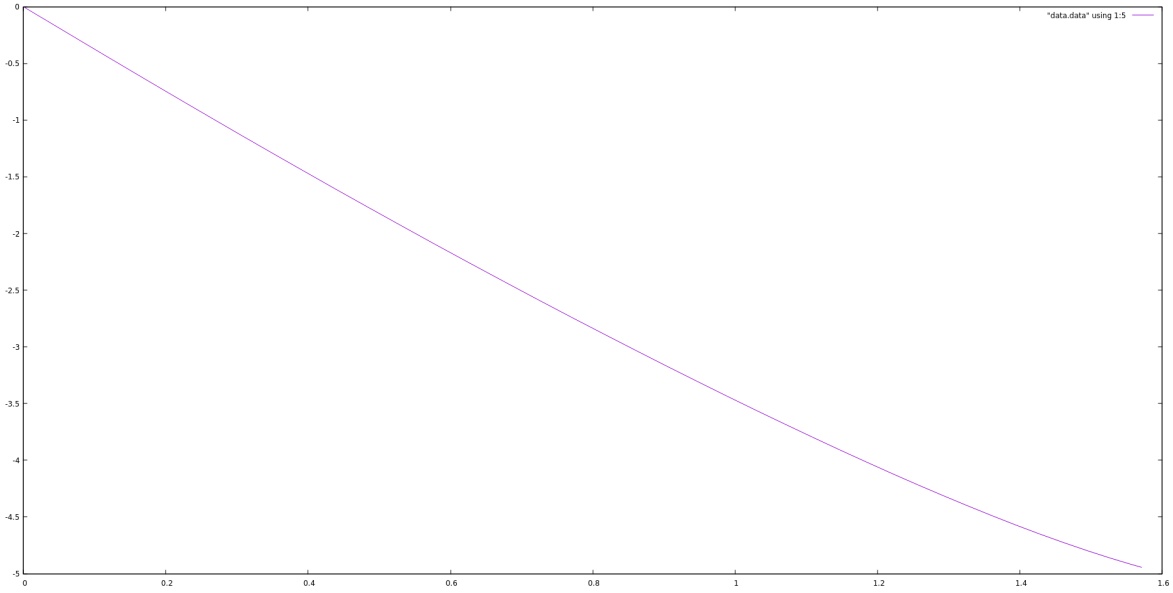
$x'(t)$ $[0, \pi/2]$



$p_1(t)$ $[0, \pi/2]$



$p_2(t)$ $[0, \pi/2]$



$integral(t)\ [0, \pi/2]$