Тема:
Трассировка лучей

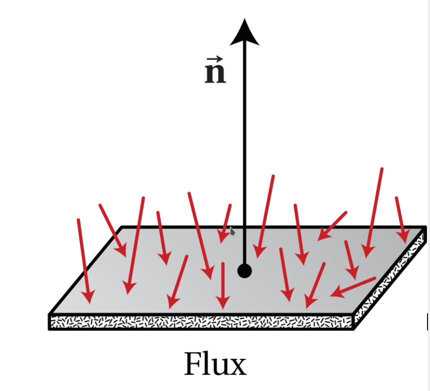
Михайлин Д.А.

02.05.2019

Основные понятия.

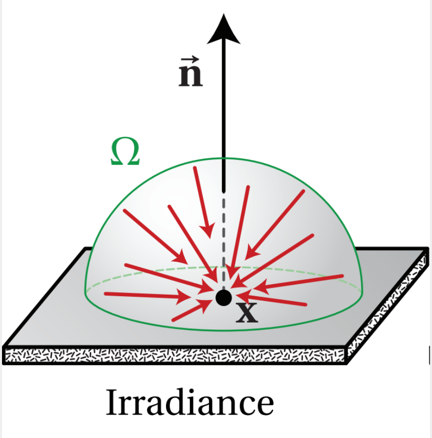
Поток

Поток излучения обозначается - Ф(Flux).



Интенсивность излучения

Интенсивность излучения обозначается - E(Irradiance).
$E = \frac{d\Phi(x)}{dS(x)}$



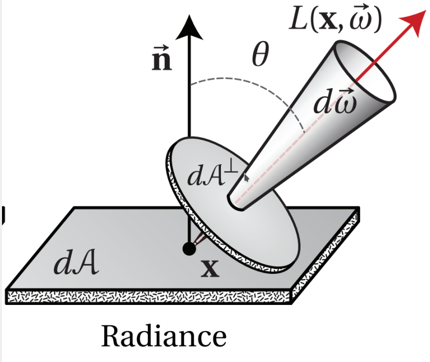
Светимость

Светимость обозначается - L(Radiance).

$L(x, \omega) = \frac{d^2\Phi(x)}{d\omega(x) dA^{\perp}(x)}$

Можно переписать это уравнение в виде:

$L(x, \omega) = \frac{d^2\Phi(x)}{d\omega(x) dA(x)(\omega, n)} = \frac{d^2\Phi(x)}{d\omega^{\perp}(x) dA(x)}$



Связь между этими величинами:

$L(x, \omega) = \frac{d^2\Phi(x)}{d\omega(x)dA^{\perp}(x)}$;
$L(x, \omega)d\omega(x)dA^{\perp}(x) = d^2\Phi(x)$;
$\Phi(x) = \int_A \int_\Omega L(x, \omega)d\omega(x)dA^{\perp}(x) = \int_A \int_\Omega L(x, \omega)(\omega, n)d\omega(x)dA(x)$

Получили выражение для потока через светимость.

Также можем выразить интенсивность излучения через светимость.

$E(x) = \int_\Omega L(x, \omega)(\omega, n)d\omega = \int_\Omega L(x, \omega)d\omega^{\perp}$

BRDF

Введем обозначения:

$L(x \to \omega)$ - функция которая описывает поток, исходящий из точки x в направлении ω.

Bidirectional reflectance distribution function. Эта функция описывает насколько "ярко"выглядит поверхность с направления ω.

$f_r(x, \omega_1 \to \omega) = \frac{dL(x \to \omega)}{dE(x \leftarrow \omega_1)} = \frac{dL(x \to \omega)}{L(x \leftarrow \omega_1)(n, \omega_1) d\omega_1}$

Основное уравнение рендеринга.

Основное уравнение рендеринга выглядит следующим образом:
$L(x \to \omega) = L_e(x \to \omega) + L_r(x \to \omega)$
total outgoing = emmitted + reflected
$L(x \to \omega) = L_e(x \to \omega) + \int_\Omega f_r(x, w \to w')L(x \leftarrow \omega')(n, \omega')d\omega'$

Методы Монте-Карло

Рассмотрим интеграл вида $I = \int_a^b \phi(x)dx$. Введем случайную величину X, которая равномерно распределена.

$E[\phi(x)] = \int_a^b \phi(x)f(x)dx = \frac{1}{b-a}\int_a^b \phi(x)dx$. Отсюда:

$\int_a^b \phi(x)dx = (b-a)E[\phi(x)]$. Заменим математическое ожидание его оценкой - выборочным средней.

$$I^* = (b-a)\frac{\sum\limits_{i=1}^{N} \phi(x_i)}{N}$$

Для вычисления интеграла введем функцию f(x) - плотность распределения случайной величины X.

$\int_a^b f(x)dx = 1$

Представим интеграл в виде:

$\int_a^b \frac{\phi(x)f(x)}{f(x)}dx$

Т.е. интеграл представлен в виде математического ожидания функции $\frac{\phi(x)}{f(x)}$; Для оценки интеграла будем использовать выборочное среднее.

$I_2^* = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\phi(x_i)}{f(x_i)}$