

7

PREFERENZE RIVELATE

Nel Capitolo 6 abbiamo visto come derivare la domanda del consumatore da informazioni relative alle sue preferenze e al suo vincolo di bilancio. In questo capitolo vogliamo seguire il procedimento inverso: impiegheremo informazioni relative alla domanda del consumatore per ricavarne informazioni sulle sue preferenze. Fino ad ora, infatti, ci siamo chiesti in che modo le preferenze rappresentassero il comportamento dei consumatori. Ma in realtà le preferenze non sono direttamente osservabili: per risalire alle preferenze degli individui è necessario osservare il loro comportamento. Nel corso di questo capitolo esamineremo questo problema.

Se intendiamo determinare le preferenze degli individui dall'osservazione del loro comportamento, dobbiamo supporre che queste rimangano invariate durante l'intero periodo di osservazione. Questa ipotesi non è ragionevole, naturalmente, nel caso di lunghi periodi di tempo, ma sembra improbabile che i gusti di un consumatore cambino radicalmente nel corso dei periodi di uno o tre mesi, presi generalmente in considerazione dagli economisti. Manterremo pertanto l'ipotesi che le preferenze del consumatore siano stabili durante il periodo in cui ne osserviamo il comportamento di scelta.

7.1 Il concetto di preferenze rivelate

In questo capitolo faremo l'ipotesi che le preferenze siano strettamente convesse: vi sarà pertanto un *unico* panier domandato in corrispondenza di ciascun bilan-

cio. Tale ipotesi non è indispensabile nella teoria delle preferenze rilevate, ma ne semplificherà l'esposizione.

Consideriamo la Figura 7.1, in cui sono rappresentati il paniere (x_1, x_2) , domandato da un consumatore, e un altro paniere arbitrario (y_1, y_2) , che si trova al di sotto della sua retta di bilancio. Supponiamo come al solito che il comportamento del consumatore sia ottimizzante: che cosa possiamo dire a proposito delle preferenze del consumatore tra questi due panieri?

Dato il bilancio, il consumatore potrebbe certamente acquistare il paniere (y_1, y_2) se lo volesse — risparmiando anche una parte del suo reddito. Ma poiché (x_1, x_2) è il paniere ottimo, deve necessariamente essere migliore di qualsiasi altro paniere che il consumatore potrebbe acquistare, di conseguenza, deve essere migliore in particolare di (y_1, y_2) .

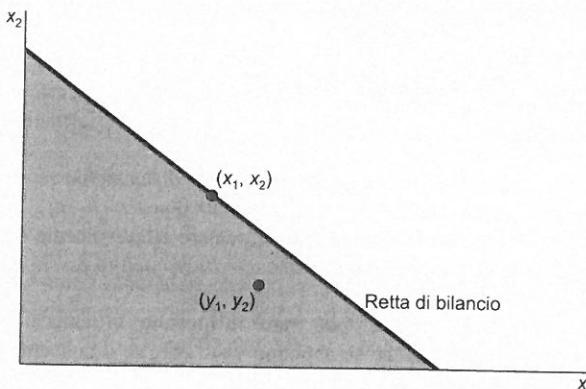


Figura 7.1 Preferenze rivelate. Il paniere (x_1, x_2) scelto dal consumatore si rivela preferito al paniere (y_1, y_2) , che avrebbe potuto essere scelto.

Lo stesso ragionamento vale per qualsiasi paniere diverso da (x_1, x_2) che si trovi sulla retta di bilancio o sotto di essa: poiché *avrebbe potuto* essere acquistato in corrispondenza del bilancio dato, ma non lo è stato, allora il paniere *acquistato* deve essere migliore. In questo caso facciamo uso dell'ipotesi che vi sia un *unico* paniere domandato per ciascun bilancio. Se le preferenze non fossero strettamente convesse, e quindi alcuni tratti delle curve di indifferenza fossero piatti, alcuni panieri che giacciono sulla retta di bilancio potrebbero essere tanto buoni quanto quello domandato. Questa complicazione può essere risolta senza eccessive difficoltà, ma per noi sarà più semplice non considerarla.

Nella Figura 7.1 tutti i panieri che si trovano nell'area ombreggiata al di sotto della retta di bilancio si rivelano peggiori del paniere domandato (x_1, x_2) , poiché avrebbero potuto essere scelti, ma sono stati rifiutati in favore di (x_1, x_2) . Traduciamo ora il ragionamento geometrico relativo alle preferenze rivelate in termini algebrici.

Supponiamo che (x_1, x_2) rappresenti il paniere acquistato ai prezzi (p_1, p_2) , se il reddito del consumatore è m . Dire che, in corrispondenza di tali prezzi e reddito, il consumatore può acquistare (y_1, y_2) , significa semplicemente che (y_1, y_2) soddisfa il vincolo di bilancio

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m.$$

Poiché (x_1, x_2) viene effettivamente acquistato dato quel bilancio, deve soddisfare il vincolo di bilancio con segno di uguaglianza

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Combinando queste due equazioni, il fatto che il consumatore possa acquistare (y_1, y_2) se soddisfa il vincolo di bilancio (p_1, p_2, m) significa che:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2.$$

Se la precedente diseguaglianza viene soddisfatta e (y_1, y_2) è effettivamente un paniere diverso da (x_1, x_2) , si dice che (x_1, x_2) si rivela direttamente preferito a (y_1, y_2) .

Si noti che il membro di sinistra della precedente diseguaglianza rappresenta la spesa per l'acquisto del paniere effettivamente scelto ai prezzi (p_1, p_2) . Le preferenze rivelate esprimono pertanto la relazione tra il paniere effettivamente domandato in corrispondenza di un bilancio e i panieri che avrebbero potuto essere domandati in corrispondenza dello stesso bilancio.

Il termine "preferenza rivelata" può trarre in inganno: in realtà non ha nulla a che fare con le preferenze, anche se abbiamo visto che, se il consumatore effettua scelte ottimali, i due concetti sono strettamente collegati. Resta comunque il fatto che sarebbe più opportuno dire che "X viene scelto al posto di Y" piuttosto che "X si rivela preferito a Y". Dire che X si rivela preferito a Y non significa altro che è stato scelto il paniere X quando avrebbe potuto essere scelto Y, cioè che

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2.$$

7.2 Dalle preferenze rivelate alle preferenze

Possiamo riassumere il paragrafo precedente in modo molto semplice. Una implicazione del nostro modello di comportamento del consumatore — gli individui scelgono i migliori panieri possibili — è che le scelte che i consumatori fanno sono preferite a quelle che avrebbero potuto fare. Con la terminologia del paragrafo precedente, possiamo dire che se (x_1, x_2) si rivela direttamente preferito a (y_1, y_2) , ne consegue che (x_1, x_2) in effetti è preferito a (y_1, y_2) . Formalmente:

Principio delle preferenze rivelate. Sia (x_1, x_2) il paniere scelto in corrispondenza dei prezzi (p_1, p_2) e (y_1, y_2) un altro paniere tale che $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$: allora, se è vero che il consumatore sceglie il paniere preferito tra quelli che può acquistare, deve essere $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.

A prima vista questo sembra un ragionamento circolare. Se X si rivela preferito a Y ciò non significa automaticamente che X è preferito a Y ? In effetti non è così. Se X si "rivela preferito" a Y , ciò significa che X è stato scelto anche se Y era una scelta possibile, mentre "preferenza" significa che il consumatore considera X migliore di Y . Se il consumatore sceglie i panieri migliori tra quelli che può acquistare, allora la preferenza rivelata implica la preferenza, ma ciò discende solo dal modello di comportamento del consumatore e non dalle definizioni dei termini.

Per questo motivo sarebbe più opportuno dire che un panier è "scelto al posto di un altro". In questo modo potremmo affermare il principio delle preferenze rivelate nei seguenti termini: "se un panier X è scelto al posto di un panier Y , allora X deve essere preferito a Y ". Risulta evidente da questa affermazione come il modello di comportamento del consumatore ci consenta di osservare le scelte effettuate per trarne informazioni sulle preferenze che le determinano.

Quale che sia la terminologia adottata, risulta comunque evidente che se viene scelto un panier quando ne è disponibile un altro, otteniamo informazioni relative alle preferenze tra i due panieri, e cioè che il primo è preferito al secondo.

Supponiamo ora che (y_1, y_2) sia un panier domandato in corrispondenza dei prezzi (q_1, q_2) e che (y_1, y_2) si riveli a sua volta preferito a un altro panier (z_1, z_2) , cioè:

$$q_1 y_1 + q_2 y_2 \geq q_1 z_1 + q_2 z_2.$$

Sappiamo perciò che $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ e che $(y_1, y_2) \succ (z_1, z_2)$: dall'ipotesi di transitività possiamo concludere che $(x_1, x_2) \succ (z_1, z_2)$.

Ciò è rappresentato nella Figura 7.2. Il metodo delle preferenze rivelate e l'ipotesi di transitività ci suggeriscono che (x_1, x_2) deve essere migliore di (z_1, z_2) per il consumatore che ha effettuato le scelte illustrate.

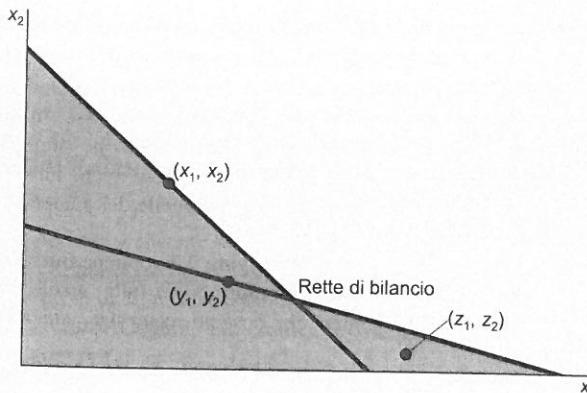


Figura
7.2

Preferenze indirettamente rivelate. Il panier (x_1, x_2) si rivela indirettamente preferito al panier (z_1, z_2) .

Risulta anche chiaro che in questo caso (x_1, x_2) si rivela indirettamente preferito a (z_1, z_2) . La "catena" delle scelte può naturalmente essere formata da più di tre scelte: se il paniero A si rivela direttamente preferito a B , B a C , e C a D ... fino ad arrivare, per esempio, a M , il paniero A si rivela ancora indirettamente preferito a M . La catena dei confronti diretti può avere qualsiasi lunghezza.

Se un paniero si rivela direttamente o indirettamente preferito a un altro, ciò significa che il primo si rivela preferito al secondo. Il concetto delle preferenze rivelate è assai semplice ma è anche di grande efficacia: l'osservazione delle scelte del consumatore può permettere di ottenere numerose informazioni sulle preferenze che le determinano. La Figura 7.2, per esempio, fornisce informazioni a proposito dei panieri domandati in corrispondenza di diversi bilanci: possiamo concludere che, poiché (x_1, x_2) si rivela preferito, direttamente o indirettamente, a tutti i panieri dell'area ombreggiata, (x_1, x_2) è in effetti veramente preferito agli altri panieri dal consumatore che ha fatto queste scelte. In altri termini, la curva di indifferenza relativa a (x_1, x_2) , quale che sia, deve trovarsi al di sopra dell'area ombreggiata.

7.3 Individuazione delle preferenze

Dall'osservazione delle scelte del consumatore si possono pertanto ricavare informazioni sulle sue preferenze: osservando un numero sempre maggiore di scelte, le preferenze potranno essere conosciute sempre meglio.

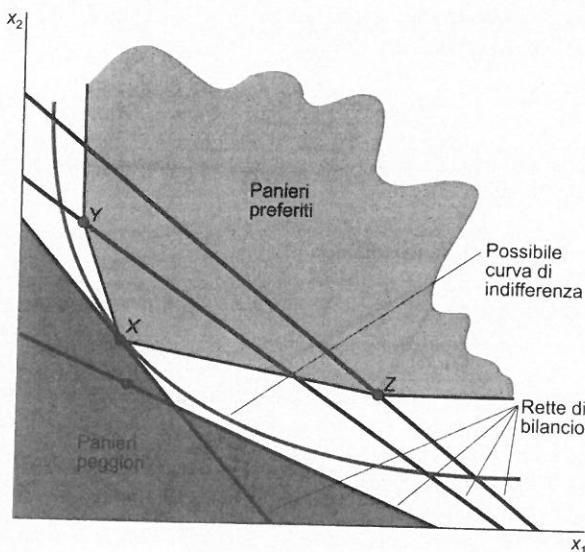
Le informazioni sulle preferenze possono rivelarsi essenziali nelle scelte di politica economica che implicano, generalmente, qualche sostituzione di alcuni beni con altri: se si impone, per esempio, una tassa sulle scarpe e si sussidiano i generi di abbigliamento, probabilmente si avranno, alla fine, più abiti e meno scarpe. Per valutare appieno la desiderabilità di tali decisioni, è importante farsi almeno un'idea delle preferenze del consumatore relativamente agli abiti e alle scarpe. Dall'esame delle scelte del consumatore possiamo ricavare tali informazioni usando il metodo delle preferenze rivelate.

Se facciamo ricorso alle consuete ipotesi sulle preferenze del consumatore, otterremo valutazioni più precise della forma delle curve di indifferenza. Supponiamo, per esempio, di considerare due panieri Y e Z che si rivelano preferiti a X , come nella Figura 7.3, e supponiamo che le preferenze siano convesse. In questo modo sappiamo che anche tutte le medie ponderate di Y e Z sono preferite a X . Se assumiamo anche che le preferenze siano monotone, allora anche tutti i panieri che contengono quantità di entrambi i beni maggiori di quelle dei panieri X , Y e Z , o di qualsiasi loro media ponderata, sono preferiti a X .

L'area denominata "Panieri peggiori" in Figura 7.3 contiene tutti i panieri a cui X si rivela preferito. Vale a dire, l'area è composta da tutti i panieri che costano meno di X , e inoltre da tutti i panieri che costano meno dei panieri che costano meno di X , e così via.

Possiamo pertanto concludere che nella Figura 7.3 tutti i panieri che si trovano nell'area ombreggiata superiore sono migliori di X , e che tutti i panieri che si trovano nell'area ombreggiata inferiore sono peggiori di X , relativamente alle preferenze del consumatore che ha effettuato la scelta. L'effettiva curva di indifferenza

che passa per X deve trovarsi nella zona compresa tra le due aree ombreggiate: siamo quindi riusciti a individuare la curva di indifferenza applicando in modo opportuno l’idea delle preferenze rivelate e alcune semplici ipotesi relative alle preferenze stesse.



Individuazione della curva di indifferenza. L’area ombreggiata superiore contiene i panieri preferiti a X , mentre quella inferiore contiene quelli che si rivelano peggiori di X . La curva di indifferenza relativa ad X deve trovarsi nella zona compresa tra le due aree ombreggiate.

Figura
7.3

7.4 L’“assioma debole delle preferenze rivelate” (WARP)¹

L’argomentazione del paragrafo precedente si basa sull’ipotesi che il consumatore *abbia* delle preferenze e che egli scelga sempre il miglior paniero tra quelli che può acquistare. Se ciò non avviene, le “stime” delle curve di indifferenza che abbiamo costruito sono prive di significato. Come possiamo sapere se il consumatore massimizza la sua utilità? Oppure, che cosa ci può far ritenere che il comportamento del consumatore *non sia* massimizzante?

Esaminiamo la situazione rappresentata nella Figura 7.4. Le scelte indicate possono essere quelle di un consumatore che massimizza l’utilità? La teoria delle

¹ WARP dalle iniziali dell’espressione in lingua inglese *Weak Axiom of Revealed Preference*.

preferenze rivelate ci consente di trarre due conclusioni: (1) (x_1, x_2) è preferito a (y_1, y_2) ; e (2) (y_1, y_2) è preferito a (x_1, x_2) . Naturalmente ciò è assurdo. Nella Figura 7.4 il consumatore apparentemente ha scelto (x_1, x_2) quando avrebbe potuto scegliere (y_1, y_2) , rivelando che (x_1, x_2) è preferito a (y_1, y_2) , ma ha scelto (y_1, y_2) quando avrebbe potuto scegliere (x_1, x_2) , rivelando esattamente il contrario!

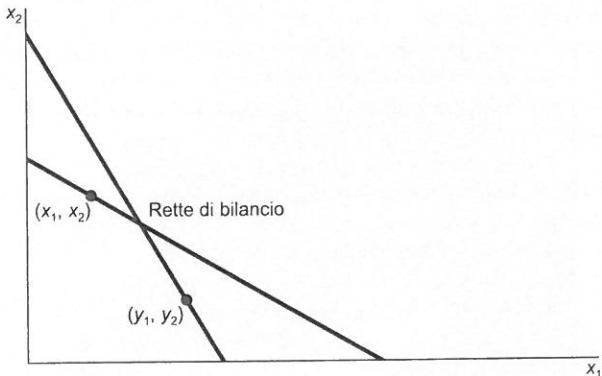


Figura 7.4 La condizione WARP violata. Un consumatore che scelga sia (x_1, x_2) che (y_1, y_2) viola l'assioma debole delle preferenze rivelate.

In questo caso è evidente che non si tratta di un consumatore che massimizza; o il consumatore sceglie il miglior paniere tra quelli che può acquistare, oppure deve essersi modificato qualche altro elemento del problema, che noi non abbiamo preso in considerazione. Forse sono cambiati i gusti del consumatore o qualche altro aspetto del suo ambiente. In ogni caso una tale violazione non è compatibile con il modello di scelta del consumatore in un ambiente che non subisca modificazioni.

La teoria del consumatore esclude tali scelte: se i consumatori scelgono i beni migliori tra quelli che possono acquistare, allora quelli che i consumatori potrebbero acquistare ma non scelgono devono essere peggiori di quelli scelti. Ciò ha condotto gli economisti a formulare l'assioma fondamentale della teoria del consumatore:

Assioma debole delle preferenze rivelate (WARP). Se (x_1, x_2) si rivela direttamente preferito a (y_1, y_2) e i due panieri non sono identici, non può essere che (y_1, y_2) si riveli direttamente preferito a (x_1, x_2) .

In altre parole, se un paniere (x_1, x_2) viene acquistato ai prezzi (p_1, p_2) e un paniere diverso (y_1, y_2) viene acquistato ai prezzi (q_1, q_2) , allora se

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq p_1 y_1 + p_2 y_2$$

non può essere che

$$q_1 y_1 + q_2 y_2 \geq q_1 x_1 + q_2 x_2.$$

In parole povere, ciò significa che se il paniere-y può essere acquistato quando viene acquistato il paniere-x, allora quando viene acquistato il paniere-y, il paniere-x non deve essere disponibile.

Nella Figura 7.4 il consumatore ha violato il WARP e quindi ne deduciamo che il suo comportamento non è stato massimizzante.

Non c'è alcun insieme di curve di indifferenza tracciabili nella Figura 7.4 che possa far sì che entrambi i panieri siano ottimi. D'altra parte, il consumatore rappresentato nella Figura 7.5 soddisfa il WARP. In questo caso esistono curve di indifferenza per le quali il suo comportamento è ottimale.

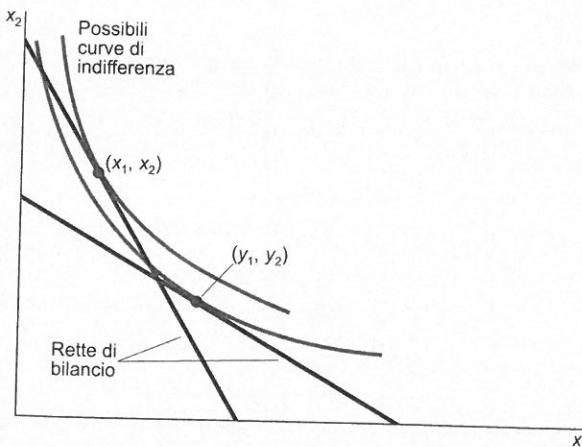


Figura
7.5

La condizione WARP soddisfatta. Scelte del consumatore che soddisfano l'assioma debole delle preferenze rivelate e alcune curve di indifferenza possibili.

7.5 Verifica del WARP

È importante rendersi conto che il WARP è una condizione che deve essere soddisfatta da un consumatore che scelga sempre i beni migliori tra quelli che può acquistare. L'assioma debole delle preferenze rivelate è una conseguenza logica di tale modello, e può pertanto essere impiegato per verificare se il comportamento di un determinato consumatore (o di un soggetto economico che intendiamo trattare come un consumatore) sia coerente con il nostro modello.

Vediamo ora come questa verifica possa essere effettuata in pratica. Consideriamo un certo numero di scelte di panieri di beni a prezzi diversi: indichiamo con (p_1^t, p_2^t) la t -esima osservazione dei prezzi e con (x_1^t, x_2^t) la t -esima osservazione delle scelte: utilizziamo ad esempio i dati della Tabella 7.1.

Osservazione	p_1	p_2	x_1	x_2
1	1	2	1	2
2	2	1	2	1
3	1	1	2	2

Tabella 7.1 Alcuni dati riguardanti i consumi

Dati questi valori possiamo calcolare quanto costa al consumatore ciascun paniero di beni in corrispondenza di ciascun insieme di prezzi, come si è fatto nella Tabella 7.2. Per esempio, il numero nella riga 3 e nella prima colonna rappresenta quanto il consumatore dovrebbe spendere in corrispondenza del terzo insieme di prezzi per acquistare il primo paniero di beni.

		Panieri		
		1	2	3
Prezzi	1	5	4*	6
	2	4*	5	6
	3	3*	3*	4

Tabella 7.2 Costo di ciascun paniero in corrispondenza di ciascun insieme di prezzi

I valori sulla diagonale della Tabella 7.2 indicano quanto spende il consumatore in corrispondenza di ciascuna scelta. I valori di ciascuna riga rappresentano quanto spenderebbe per acquistare ciascun diverso paniero. Così, per sapere se il paniero 3, per esempio, si rivela preferito al paniero 1, è sufficiente osservare se il valore alla riga 3 e alla colonna 1 (che rappresenta quanto il consumatore deve spendere in corrispondenza del terzo insieme di prezzi per acquistare il primo paniero) è inferiore al valore della riga 3 e della colonna 3 (che rappresenta quanto spende effettivamente il consumatore in corrispondenza del terzo insieme di prezzi per acquistare il terzo paniero). In questo caso specifico il paniero 1 può essere acquistato quando è acquistato il paniero 3, il che significa che il paniero 3 si rivela preferito al paniero 1: contrassegniamo allora il valore corrispondente in tabella con un asterisco.

Formalmente, indichiamo con un asterisco il numero nella riga s e nella colonna t se è inferiore a quello della riga s e della colonna s .

In questa tabella, una violazione del WARP è rappresentata da due osservazioni t e s tali che vi sia un asterisco nella riga t e nella colonna s e che vi sia anche un asterisco nella riga s e nella colonna t . Ciò significherebbe che il paniere acquistato in corrispondenza di s si rivela preferito a quello acquistato in corrispondenza di t e viceversa.

Possiamo ora impiegare un computer per verificare se tali coppie di osservazioni rientrano tra le scelte prese in esame. Se è così, le scelte non sono coerenti con la teoria del consumatore: può darsi che la teoria non valga per questo particolare consumatore oppure che vi siano state delle variazioni ambientali che non abbiamo controllato. Così l'assioma debole delle preferenze rivelate ci fornisce una condizione facilmente verificabile per sapere se le scelte osservate sono coerenti con la teoria del consumatore.

Nella Tabella 7.2 osserviamo che vi è un asterisco nella riga 1 e nella colonna 2 e un altro nella riga 2 e nella colonna 1: ciò significa che il paniere 2 avrebbe potuto essere scelto quando il consumatore sceglieva il paniere 1 e viceversa. Questa è una violazione dell'assioma debole delle preferenze rivelate. Possiamo pertanto concludere che i dati riportati nelle Tabelle 7.1 e 7.2 non possono riferirsi a un consumatore con preferenze stabili che scelga sempre i migliori tra i beni che può acquistare.

7.6 L’“assioma forte delle preferenze rivelate” (SARP)²

L'assioma debole delle preferenze rivelate ci fornisce una condizione osservabile che deve essere soddisfatta da tutti i consumatori ottimizzanti. Esiste tuttavia una condizione più forte che può rivelarsi utile.

Abbiamo già osservato che se un paniere di beni X si rivela preferito a un paniere Y e se Y si rivela a sua volta preferito a un paniere Z , allora X deve essere preferito a Z . Se le preferenze del consumatore sono coerenti, non osserveremo mai una serie di scelte nelle quali Z si riveli preferito a X .

L'assioma debole delle preferenze rivelate richiede che se X si rivela *direttamente* preferito a Y , non deve mai accadere che Y si riveli *direttamente* preferito a X . L'assioma forte delle preferenze rivelate (SARP) richiede che questa stessa condizione si verifichi nel caso delle preferenze rivelate *indirettamente*. In modo più formale:

Assioma forte delle preferenze rivelate (SARP). Se (x_1, x_2) si rivela preferito a (y_1, y_2) (direttamente o indirettamente) e (y_1, y_2) è diverso da (x_1, x_2) , allora (y_1, y_2) non può rivelarsi direttamente o indirettamente preferito a (x_1, x_2) .

È evidente che se il comportamento del consumatore è ottimizzante, deve soddisfare il SARP poiché, se il consumatore ottimizza e (x_1, x_2) si rivela preferito a (y_1, y_2) , direttamente o indirettamente, allora deve essere $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$. Se (x_1, x_2) si rivelasse preferito a (y_1, y_2) e (y_1, y_2) si rivelasse preferito a (x_1, x_2) ,

² SARP dalle iniziali dell'espressione in lingua inglese *Strong Axiom of Revealed Preference*.

ciò significherebbe che $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ e $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$, che è una contraddizione. Potremmo concluderne che o il consumatore non ottimizza oppure si è modificato qualche altro aspetto del suo ambiente, per esempio i suoi gusti, gli altri prezzi, ecc.

Con una certa approssimazione possiamo dire che poiché le sottostanti preferenze del consumatore devono essere transitive, devono essere transitive anche le preferenze *rivelate* del consumatore. Il SARP è pertanto un'implicazione *necessaria* del comportamento ottimizzante: se un consumatore sceglie sempre i beni migliori tra quelli che può acquistare, il suo comportamento deve soddisfare il SARP. Ciò che è ancora più significativo è che qualsiasi comportamento che soddisfi l'assioma forte si può considerare derivato da un comportamento ottimizzante, nel senso che se le scelte osservate soddisfano il SARP, esisteranno certamente delle preferenze che *avrebbero potuto* produrle. Da questo punto di vista il SARP rappresenta una condizione *sufficiente* del comportamento ottimizzante: se le scelte osservate soddisfano il SARP, è sempre possibile che vi siano delle preferenze per le quali il comportamento osservato è ottimizzante. Anche se ciò non viene dimostrato in questa sede, intendiamo sottolinearne l'importanza.

Il SARP esprime *tutte* le restrizioni sul comportamento del consumatore imposte dal modello di ottimizzazione poiché, se le scelte osservate soddisfano il SARP, possiamo "costruire" le preferenze che avrebbero potuto generarle. Il SARP è pertanto una condizione necessaria e sufficiente perché le scelte osservate siano coerenti con il modello di scelta del consumatore.

Ciò non significa che le preferenze costruite generino effettivamente le scelte osservate. Come per qualsiasi ipotesi scientifica, possiamo soltanto rilevare che il comportamento osservato non è incoerente con l'ipotesi. Non possiamo dimostrare che il modello sia corretto, ma soltanto determinarne le implicazioni e verificare se le scelte osservate sono coerenti con queste.

Opzionale

7.7 Verifica del SARP

Supponiamo di disporre di una tabella come la 7.2 in cui vi sia un asterisco nella riga t e nella colonna s se la scelta osservata t si rivela direttamente preferita alla scelta osservata s . Impieghiamo questa tabella per verificare il SARP.

In primo luogo trasformiamo la Tabella 7.2 nella Tabella 7.3, identica nella struttura alla 7.2, a parte i valori. Gli asterischi indicano le preferenze rivelate direttamente, mentre spiegheremo tra poco il significato di quello tra parentesi.

Osserviamo ora i valori della tabella per verificare se esistano sequenze di osservazioni in base alle quali un panier si riveli indirettamente preferito a un altro. Il panier 1, per esempio, si rivela direttamente preferito al panier 2, poiché vi è un asterisco nella riga 1 e nella colonna 2; e il panier 2 si rivela direttamente preferito al panier 3, poiché vi è un asterisco nella riga 2 e nella colonna 3. Il panier 1 si rivela pertanto *indirettamente* preferito al panier 3: ciò viene indicato con un asterisco tra parentesi nella riga 1 e nella colonna 3.

Per un gran numero di osservazioni, si dovranno cercare sequenze di lunghezza arbitraria per verificare se un'osservazione si riveli indirettamente preferita a un'al-

		Panieri		
		1	2	3
Prezzi	1	20	10*	22(*)
	2	21	20	15*
	3	12	15	10

Tabella**7.3 Verifica del SARP**

tra. Sebbene possa non essere molto facile farlo, esistono semplici programmi con i quali un computer può calcolare la relazione di preferenza rivelata indiretta partendo dalla tabella che descrive la relazione di preferenza rivelata diretta. Il computer può mettere un asterisco nella posizione st della tabella se l'osservazione s si rivela preferita all'osservazione t per qualsiasi sequenza di altre osservazioni.

Eseguito questo calcolo, possiamo facilmente verificare il SARP: è sufficiente vedere se vi è un asterisco nella posizione ts e un asterisco nella posizione st . Se ciò avviene, abbiamo trovato una situazione in cui l'osservazione t si rivela preferita all'osservazione s , direttamente oppure indirettamente, e, contemporaneamente, l'osservazione s si rivela preferita all'osservazione t . Ciò costituisce una violazione dell'assioma forte delle preferenze rivelate.

D'altro lato, se non troviamo tali violazioni, ne deduciamo che le nostre osservazioni sono coerenti con la teoria economica del consumatore: le scelte da noi osservate avrebbero potuto essere effettuate da un consumatore che massimizza le cui preferenze godono delle consuete proprietà. Possiamo così verificare operativamente se il comportamento di un consumatore è compatibile con la teoria economica.

Ciò è di grande importanza, poiché ci permette di costruire modelli di comportamento di soggetti economici qualsiasi come se fossero consumatori. Un esempio può essere una famiglia costituita da diversi membri: possiamo chiederci se le sue scelte di consumo massimizzino "l'utilità della famiglia". Se abbiamo dei dati sulle scelte di consumo della famiglia, è possibile impiegare l'assioma forte delle preferenze rivelate.

Un'altra unità economica il cui comportamento potrebbe essere ritenuto simile a quello di un consumatore è un'organizzazione che non abbia scopo di lucro, quale per esempio un ospedale oppure un'università. Possiamo chiederci se le università massimizzino una funzione di utilità nel compiere le loro scelte economiche: se abbiamo un elenco delle scelte economiche di un'università in corrispondenza di prezzi diversi, possiamo, in linea di principio, rispondere a questa domanda.

7.8 Numeri indici

Supponiamo di esaminare i panieri scelti da un consumatore in due periodi diversi e di voler confrontare le variazioni del consumo da un periodo all'altro. Indichiamo

con b il periodo scelto come base e con t l'altro periodo. Vogliamo sapere come confrontare il consumo "medio" dell'anno t con quello del periodo base.

Nel periodo t , i prezzi sono (p_1^t, p_2^t) e il consumatore sceglie (x_1^t, x_2^t) ; nel periodo base b , i prezzi sono (p_1^b, p_2^b) e la scelta del consumatore è (x_1^b, x_2^b) . Possiamo chiederci come si è modificato il consumo "medio" del consumatore.

Siano w_1 e w_2 due "pesi" tali da poter costruire una media, avremo allora il seguente indice delle quantità:

$$I_q = \frac{w_1 x_1^t + w_2 x_2^t}{w_1 x_1^b + w_2 x_2^b}.$$

Se I_q è maggiore di 1, possiamo dire che il consumo "medio" è aumentato da b a t , se I_q è inferiore a 1, possiamo dire che il consumo "medio" è diminuito.

Dobbiamo però determinare quali pesi usare. Una scelta ovvia consiste nell'usare i prezzi dei beni in questione, poiché essi misurano, in un certo senso, l'importanza relativa dei due beni. Poiché in questo caso abbiamo però due insiemi di prezzi, dobbiamo decidere quale dei due usare.

Se usiamo come pesi i prezzi relativi al periodo b , otteniamo un indice detto di **Laspeyres**, mentre se usiamo i pesi relativi al periodo t , otteniamo un indice detto di **Paasche**. Entrambi gli indici rappresentano le variazioni del consumo "medio", impiegando però pesi diversi per calcolare la media.

Se prendiamo come pesi i prezzi del periodo t , l'**indice delle quantità di Paasche** è:

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}$$

e se sostituiamo i prezzi del periodo b , otteniamo l'**indice delle quantità di Laspeyres** che è:

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

La grandezza degli indici di Laspeyres e di Paasche ci fornisce interessanti informazioni sul benessere del consumatore. Consideriamo una situazione in cui l'indice delle quantità di Paasche è maggiore di 1:

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b} > 1.$$

Come possiamo confrontare la situazione del consumatore nel periodo t con quella del periodo b ?

Tale confronto può essere effettuato usando il metodo delle preferenze rivelate. Dalla diseguaglianza precedente otteniamo:

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t > p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b$$

da cui si deduce immediatamente che la situazione del consumatore è migliore in t piuttosto che in b , poiché in t egli potrebbe consumare il panier b , ma ha scelto di non farlo.

Nel caso in cui l'indice di Paasche sia minore di 1 avremo:

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t < p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b$$

che significa che quando il consumatore ha scelto il panier (x_1^t, x_2^t), non poteva acquistare il panier (x_1^b, x_2^b). Ma non conosciamo l'ordine dei panieri per il consumatore: il fatto che un bene costi più di quanto ci si può permettere, non significa che sia preferito a quello che si consuma.

L'indice di Laspeyres funziona in modo analogo. Supponiamo che l'indice di Laspeyres sia minore di 1:

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < 1.$$

da cui otteniamo

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t$$

che significa che il panier (x_1^b, x_2^b) si rivela preferito al panier (x_1^t, x_2^t). Pertanto la situazione del consumatore è migliore in b che in t .

7.9 Indici dei prezzi

Per gli indici dei prezzi valgono considerazioni analoghe alle precedenti. Un indice dei prezzi sarà in generale una media ponderata dei prezzi:

$$I_p = \frac{p_1^t w_1 + p_2^t w_2}{p_1^b w_1 + p_2^b w_2}.$$

In questo caso, per calcolare le medie, sceglieremo come pesi le quantità. Otteniamo due indici diversi: se scegliamo come pesi le quantità relative al periodo t , otteniamo l'**indice dei prezzi di Paasche**:

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}$$

mentre se sceglio le quantità relative al periodo b , otteniamo l'**indice dei prezzi di Laspeyres**:

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Supponiamo che l'indice dei prezzi di Paasche sia minore di 1: vogliamo confrontare la situazione del consumatore nei periodi t e b impiegando il metodo delle preferenze rivelate.

Le preferenze rivelate in questo caso non forniscono alcun chiarimento, poiché vi sono ora prezzi diversi al numeratore e al denominatore delle frazioni che esprimono

gli indici: il confronto in termini di preferenze rivelate non può pertanto essere effettuato.

Definiamo allora un indice della variazione della spesa totale:

$$M = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Si tratta del rapporto tra la spesa totale del periodo t e quella del periodo b .

Supponiamo ora che l'indice dei prezzi di Paasche sia maggiore di M . Ciò significa che

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} > \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Da cui otteniamo

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t.$$

Il panier scelto nel periodo b si rivela pertanto preferito a quello scelto nel periodo t ; ne consegue che, se l'indice dei prezzi di Paasche è maggiore dell'indice di spesa, la soddisfazione del consumatore deve essere maggiore nell'anno b che nell'anno t . Ciò è intuitivo: se i prezzi aumentano più del reddito da b a t , ci aspettiamo che la soddisfazione del consumatore tenda a diminuire. L'analisi in termini di preferenze rivelate conferma questa intuizione.

Un'affermazione analoga può esser fatta a proposito dell'indice dei prezzi di Laspeyres. Se questo è minore di M , la soddisfazione del consumatore deve essere maggiore nell'anno t che nell'anno b : è un'altra conferma dell'intuizione che se i prezzi aumentano in misura inferiore al reddito, la soddisfazione del consumatore è maggiore. Nel caso degli indici dei prezzi, è importante non tanto che l'indice sia maggiore o minore di 1, quanto che sia maggiore o minore dell'indice di spesa.

ESEMPIO: L'indicizzazione

Le pensioni erogate dal sistema di sicurezza sociale costituiscono, per molti anziani, l'unica fonte di reddito: per questo motivo si è cercato di farle variare in modo da mantenerne costante il potere d'acquisto in presenza di variazioni dei prezzi. Poiché l'ammontare delle pensioni dipende dalle variazioni di qualche indice dei prezzi o del costo della vita, questo procedimento è detto **indicizzazione**.

Esaminiamo una proposta di indicizzazione. Nell'anno b , l'anno base, gli economisti misurano il panier di consumo medio dei cittadini anziani e in ogni anno successivo il sistema di sicurezza sociale adegua le pensioni in modo che il "potere d'acquisto" del cittadino anziano medio rimanga costante, nel senso che chi gode della pensione media sia in grado di acquistare il panier di consumo che era disponibile nell'anno b , come si vede nella Figura 7.6.

Un effetto interessante dell'indicizzazione è che la situazione del cittadino anziano medio sarà migliore di quella dell'anno base b . Supponiamo di scegliere l'anno b come anno base dell'indice dei prezzi: il panier (x_1^b, x_2^b) rappresenta pertanto il

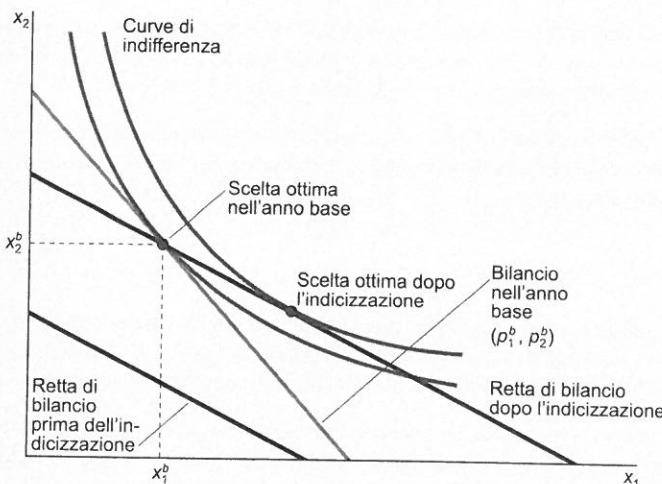


Figura 7.6 Sicurezza Sociale. La variazione dei prezzi aumenterà la soddisfazione del consumatore rispetto all'anno base.

paniere ottimo in corrispondenza dei prezzi (p_1^b, p_2^b) . Ciò significa che la retta di bilancio in corrispondenza dei prezzi (p_1^b, p_2^b) deve essere tangente alla curva di indifferenza passante per (x_1^b, x_2^b) .

Supponiamo ora che i prezzi varino, più precisamente che aumentino in modo che la retta di bilancio, in assenza di sicurezza sociale, si sposti verso sinistra inclinandosi. Lo spostamento verso sinistra è dovuto all'aumento dei prezzi e l'inclinazione alla variazione dei prezzi relativi. Il programma di indicizzazione farebbe aumentare pertanto le pensioni in modo che si possa acquistare il panier di partenza (x_1^b, x_2^b) ai nuovi prezzi. Ma allora la retta di bilancio intersecherebbe la curva di indifferenza e vi sarebbe sulla retta di bilancio un altro panier strettamente preferito a (x_1^b, x_2^b) . Il consumatore potrebbe pertanto scegliere un panier migliore di quello che sceglieva nell'anno base.

Sommario

1. Se viene scelto un panier quando si potrebbe sceglierne un altro, si dice che il primo si rivela preferito al secondo.
2. Se assumiamo che il consumatore scelga sempre il panier preferito tra quelli che può acquistare, ciò significa che i panieri scelti devono essere *preferiti* a quelli che potevano essere acquistati ma non sono stati scelti.

3. Osservando le scelte del consumatore possiamo "riconoscere" o stimare le preferenze che hanno determinato quelle scelte. Quante più scelte osserviamo, tanto più precisamente possiamo determinare le preferenze che le hanno generate.
4. L'assioma debole e l'assioma forte delle preferenze rivelate sono condizioni necessarie che le scelte del consumatore devono soddisfare per essere coerenti col modello di scelta ottimizzante.

Domande

1. Se i prezzi sono $(p_1, p_2) = (1, 2)$, un consumatore domanda $(x_1, x_2) = (1, 2)$ e se i prezzi sono $(q_1, q_2) = (2, 1)$, un consumatore domanda $(y_1, y_2) = (2, 1)$. Questo comportamento è compatibile con il modello di comportamento ottimizzante?
2. Se i prezzi sono $(p_1, p_2) = (2, 1)$, un consumatore domanda $(x_1, x_2) = (1, 2)$ e se i prezzi sono $(q_1, q_2) = (1, 2)$, un consumatore domanda $(y_1, y_2) = (2, 1)$. Questo comportamento è coerente con il modello di comportamento ottimizzante?
3. Nell'esercizio precedente, il consumatore preferisce il paniere-x o il paniere-y?
4. Abbiamo visto che l'adeguamento delle pensioni alle variazioni dei prezzi consente a coloro i quali ricevono le pensioni di essere almeno altrettanto soddisfatti che nell'anno base. Quale tipo di variazione dei prezzi non modificherebbe la loro soddisfazione, quali che fossero le preferenze?
5. Nella situazione della domanda precedente, quale tipo di preferenze lascerebbe invariata la soddisfazione del consumatore rispetto all'anno base, per tutte le variazioni di prezzo?