

## Esercizi

Per le equazioni di ricorrenza indicate di seguito, utilizzare il Master Theorem per ottenere una esplicita espressione per  $T(n)$ , indicando anche il caso di riferimento. Sono riportate le soluzioni.

Esempio:

$$T(n) = T(2n/3) + 1 :$$

$$a = 1, b = 3/2, f(n) = n^0 = \Theta(n^{\log b^a}) = \Theta(n^0),$$

$$\text{caso 2 del MT, } T(n) = \Theta(\log n)$$

$$T(n) = 3T(n/4) + n \log n ,$$

$$T(n) = T(n - 10) + n^2 ;$$

$$T(n) = T(n - 2) + T(n - 1) + 1 ;$$

$$T(n) = 7T(n/2) + n^2 ;$$

$$T(n) = 6T(n/3) + n^2 \log n;$$

$$T(n) = \Theta(n \log n)$$

$$T(n) = \Theta(n^3)$$

$$T(n) = \Theta(2^n)$$

$$T(n) = \Theta(n^{\log_2 7})$$

$$T(n) = \Theta(n^2 \log n)$$

## Esercizi

$$T(n) = T(n/2) + 2^n ,$$

$$T(n) = \Theta(2^n)$$

$$T(n) = 16T(n/4) + n ;$$

$$T(n) = \Theta(n^2)$$

$$T(n) = 2T(n/4) + n^{0.51} ;$$

$$T(n) = \Theta(n^{0.51})$$

# Esempio

## sottovettore di valore massimo

- Consideriamo un vettore  $V[]$  di  $n$  elementi (positivi o negativi che siano)
- Vogliamo individuare il sottovettore di  $V$  la cui somma di elementi sia massima

3	-5	10	2	-3	1	4	-8	7	-6	-1
---	----	----	---	----	---	---	----	---	----	----

- Domanda: quanti sono i sottovettori di  $V$ ?

Totale:  
 $n(n-1)/2$   
 $\rightarrow n^2$

- 1 sottovettore di lunghezza  $n$
- 2 sottovettori di lunghezza  $n-1$
- 3 sottovettori di lunghezza  $n-2$
- ...
- $k$  sottovettori di lunghezza  $n-k+1$
- ...
- $n$  sottovettori di lunghezza 1

$$\frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow n^2$$

# Soluzione $\rightarrow n^3$

```
real SommaMax1( real V[1..n] )  
    real smax  $\leftarrow$  V[1];  
    for integer i  $\leftarrow$  1 to n do  
        for integer j  $\leftarrow$  i to n do  
            real s  $\leftarrow$  0;  
            for integer k  $\leftarrow$  i to j do  
                s  $\leftarrow$  s + V[k];  
            endfor  
            if (s > smax) then  
                smax  $\leftarrow$  s;  
            endif  
        endfor  
    endfor  
    return smax;
```

# L'efficienza conta!

- Confrontiamo i due algoritmi su due piattaforme hardware **molto** diverse
- Algoritmo  $O(n^3)$ 
  - CPU: Intel i7 @ 3.6GHz
  - Ubuntu Linux 16.04
  - OpenJDK 11.0.6
- Algoritmo  $O(n)$ 
  - Commodore 64 (anno 1982)
  - CPU: MOS 6502 @ 1MHz
  - Linguaggio: BASIC



# Tempi di esecuzione

Sottovettore di somma massima

