# 18

# TECNOLOGIA

In questo capitolo cominceremo a studiare il comportamento dell'impresa, esaminando in primo luogo i vincoli ai quali è sottoposto. Infatti, quando un'impresa compie delle scelte, essa tiene conto di molti vincoli: questi possono essere imposti dai clienti, o dai concorrenti, oppure possono essere vincoli naturali. In questo capitolo prenderemo in considerazione i vincoli naturali, che si traducono nel fatto che solo alcuni modi di trasformare input in output sono effettivamente realizzabili. In altri termini, sono possibili solo alcuni tipi di scelta relativi alla tecnologia. Studieremo ora il modo in cui gli economisti descrivono i vincoli tecnologici.

Se si è compresa la teoria del consumo, la teoria della produzione risulterà assai semplice poiché impiegheremo gli stessi strumenti. Di fatto, la teoria della produzione è più semplice della teoria del consumo perché l'output di un processo di produzione è generalmente osservabile, mentre l'"output" del consumo (utilità) non è osservabile direttamente.

## 18.1 Input e output

Gli input alla produzione sono detti **fattori produttivi**. I fattori produttivi vengono di solito classificati in categorie abbastanza ampie quali: terra, lavoro, capitale e materie prime. Mentre il significato dei termini lavoro, terra e materie prime è abbastanza chiaro, può darsi che il concetto di capitale risulti completamente nuovo.

**Beni capitali** sono quegli input che sono essi stessi beni prodotti: si tratta fondamentalmente di macchinari di qualche tipo, per esempio trattori, edifici, computer, ecc.

A volte si usa il termine capitale per indicare il denaro impiegato per finanziare un'impresa. Useremo sempre il termine **capitale finanziario** in questo senso, e il termine beni capitali o **capitale fisico** per indicare i fattori produttivi a loro volta prodotti.

Normalmente gli input e gli output saranno misurati in termini di *flussi*: una certa quantità di lavoro e un certo numero di ore-macchina per settimana produrranno una certa quantità di output per settimana.

Non dovremo ricorrere spesso, comunque, a queste classificazioni: possiamo sostanzialmente descrivere le tecniche senza fare alcun riferimento al *tipo* di input e di output: sarà sufficiente considerare la loro quantità.

## 18.2 Descrizione dei vincoli tecnologici

I vincoli naturali si presentano all'impresa come **vincoli tecnologici**: solo alcune combinazioni di input consentono di produrre una data quantità di output, quindi l'impresa deve limitarsi a prendere in considerazione piani di produzione tecnicamente realizzabili. Il modo più semplice per descrivere i piani di produzione realizzabili è quello di elencarli, vale a dire, possono essere elencate tutte le combinazioni di input e output tecnicamente realizzabili. L'insieme di tutte le combinazioni di input e output tecnicamente realizzabili è detto **insieme di produzione**.

Supponiamo, per esempio, di avere un solo input, che indichiamo con $x$, e un solo output, $y$. L'insieme di produzione può in questo caso avere la forma rappresentata nella Figura 18.1. Dire che un punto $(x, y)$ si trova all'interno dell'insieme di produzione significa affermare che è tecnicamente possibile produrre una quantità $y$ di output impiegando una quantità $x$ di input. L'insieme di produzione rappresenta le scelte tecniche *possibili* per l'impresa.

Finché gli input dell'impresa hanno un costo, ha senso prendere in considerazione soltanto il *massimo livello di output* che può essere prodotto impiegando un dato livello di input. Questo coinciderà con la frontiera dell'insieme di produzione rappresentato nella Figura 18.1. La funzione corrispondente alla frontiera di questo insieme è nota come **funzione di produzione** e misura il massimo livello di output che può ottenersi impiegando un dato livello di input.

La nozione di funzione di produzione può essere estesa anche al caso in cui vi siano più input. Se, per esempio, consideriamo il caso di due input, la funzione di produzione $f(x_1, x_2)$ determina la quantità massima di output $y$ che può essere prodotta impiegando $x_1$ unità del fattore 1 e $x_2$ unità del fattore 2.

L'insieme di tutte le possibili combinazioni degli input 1 e 2 esattamente sufficienti a produrre una data quantità di output è detto **isoquanto**. Gli isoquanti sono simili alle curve di indifferenza. Come si ricorderà, una curva di indifferenza rappresenta i diversi panieri di consumo che consentono di ottenere un certo livello di utilità. La differenza essenziale tra isoquanti e curve di indifferenza consiste nel fatto

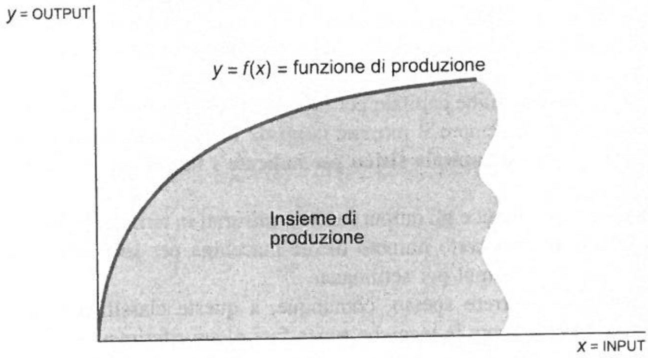


**Figura 18.1** **Insieme di produzione.** Una possibile forma di un insieme di produzione.

che gli isoquanti sono contrassegnati in base alla quantità di output prodotto, e non in base a un livello di utilità. Questo significa che i livelli di produzione corrispondenti agli isoquanti sono assegnati dalla tecnologia, e non risentono dell'arbitrarietà che invece caratterizza l'assegnazione dell'utilità alle curve di indifferenza.

## 18.3 Esempi di tecnologia

Poiché sono già note molte curve di indifferenza, non sarà difficile comprendere gli isoquanti. In questo paragrafo considereremo appunto gli isoquanti relativi ad alcuni esempi di tecnologie.

### Proporzioni fisse

Supponiamo di produrre buche, e che il solo modo di produrle sia impiegare un uomo ed un badile. Un uomo in più senza un badile non scaverebbe nessuna buca, e neppure un badile senza un uomo. Il numero totale di buche che possono essere prodotte corrisponderà pertanto al minimo tra il numero degli uomini e quello dei badili a disposizione. La funzione di produzione sarà $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$. Gli isoquanti vengono rappresentati come nella Figura 18.2, e corrispondono esattamente al caso dei perfetti complementi nella teoria del consumatore.

### Perfetti sostituti

Supponiamo ora di produrre compiti a casa e che gli input siano matite rosse e matite blu. La quantità di compiti a casa prodotti dipende unicamente dal numero

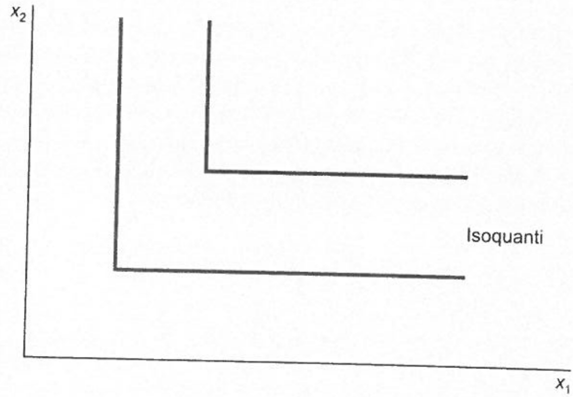


**Figura 18.2** **Proporzioni fisse.** Isoquanti nel caso di proporzioni fisse.

totale delle matite, e quindi la funzione di produzione sarà $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Gli isoquanti rappresentati in Figura 18.3 hanno la stessa forma delle curve di indifferenza relative ai perfetti sostituti nella teoria del consumatore.

### Cobb-Douglas

Se la funzione di produzione ha la forma $f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$, diremo che è una **funzione di produzione Cobb-Douglas**. Questa è l'equivalente della funzione di utilità Cobb-Douglas esaminata in precedenza. I valori numerici della funzione di utilità non sono di per sé rilevanti, e quindi nella funzione di utilità Cobb-Douglas abbiamo posto $A = 1$ e generalmente poniamo $a + b = 1$. Al contrario, nella funzione di produzione la quantità dell'output è rilevante, e quindi i parametri possono assumere valori arbitrari. In questo caso il parametro $A$ misura la scala della produzione: la quantità di output che può essere prodotta impiegando una unità di ciascun input. I parametri $a$ e $b$ rappresentano la variazione del livello dell'output al variare delle quantità di input impiegate. Il loro significato verrà esaminato in seguito con maggior dettaglio. In alcuni esempi, si porrà comunque $A = 1$ in modo da semplificare i calcoli. Gli isoquanti relativi a una funzione di produzione Cobb-Douglas hanno la stessa forma regolare delle curve d'indifferenza Cobb-Douglas.

## 18.4 Proprietà della tecnologia

Come nella teoria del consumatore, si assume che anche la tecnologia goda di un certo numero di proprietà. In primo luogo si assume generalmente che le tecnologie siano **monotone**: aumentando la quantità impiegata di almeno uno degli input, dovrebbe essere possibile produrre una quantità di output almeno uguale a quella prodotta inizialmente. Si definisce talvolta questa proprietà come possibilità di **eliminazione senza costo** (*free disposal*): se l'impresa può eliminare un input senza costo, avere a disposizione degli input supplementari non può nuocerle.

In secondo luogo, si assumerà che la tecnologia sia **convessa**. Ciò significa che se esistono due modi per produrre $y$ unità di output, $(x_1, x_2)$ e $(z_1, z_2)$, allora la loro media ponderata produrrà *almeno* $y$ unità di output.

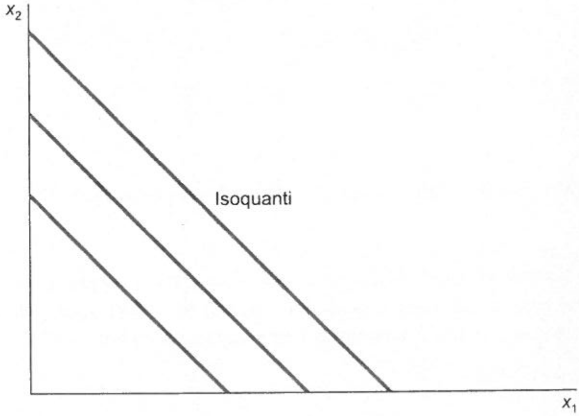


**Figura 18.3** **Perfetti sostituti.** Isoquanti nel caso di perfetti sostituti.

Per illustrare questa ipotesi, supponiamo di produrre 1 unità di output impiegando $a_1$ unità del fattore 1 e $a_2$ unità del fattore 2, e di disporre di un altro modo per produrre 1 unità di output impiegando $b_1$ unità del fattore 1 e $b_2$ unità del fattore 2. Chiamiamo questi due modi di produrre **tecniche di produzione**.

Supponiamo inoltre di poter aumentare arbitrariamente il livello dell'output, così che $(100a_1, 100a_2)$ e $(100b_1, 100b_2)$ unità di input produrranno 100 unità di output. Ma si noti ora che impiegando $25a_1 + 75b_1$ unità del fattore 1 e $25a_2 + 75b_2$ unità del fattore 2 è ancora possibile produrre 100 unità di output: 25 unità saranno prodotte impiegando la tecnica "a" e 75 impiegando la tecnica "b".

Ciò è rappresentato nella Figura 18.4. Scegliendo il livello operativo di ciascuna delle due attività produttive sarà possibile produrre una data quantità di output in molti modi. In particolare, ogni combinazione di input che si trovi sulla retta che unisce $(a_1, a_2)$ e $(b_1, b_2)$ rappresenta un modo realizzabile di produrre $y$ unità di output. In questo tipo di tecnologia, dove è possibile aumentare o diminuire facilmente la produzione, e i processi produttivi separati non interferiscono l'uno con l'altro, l'ipotesi di convessità risulta ragionevole.

25 + 75 = 100 (1 unità)

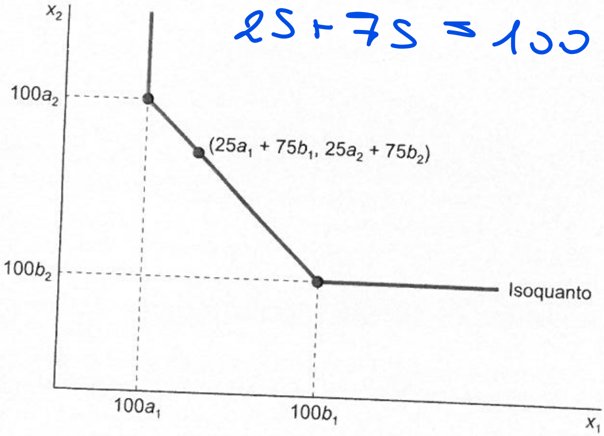


**Figura 18.4** **Convessità.** Se sono realizzabili in modo indipendente diversi piani produttivi, ne sarà realizzabile anche la media ponderata. Gli isoquanti avranno quindi una forma convessa.

## 18.5 Il prodotto marginale

Supponiamo di impiegare le quantità di input $(x_1, x_2)$ per produrre una data quantità di output e di voler impiegare una quantità leggermente superiore del fattore 1, mantenendo fisso il fattore 2 al livello $x_2$. Quale sarà la quantità dell'output addizionale che può essere prodotto per ciascuna unità addizionale del fattore 1? Consideriamo la variazione dell'output in corrispondenza di una variazione unitaria del fattore 1:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x_1} = \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1}.$$

La formula precedente rappresenta il **prodotto marginale del fattore 1**, che indicheremo con $MP_1(x_1, x_2)$, analogamente, il prodotto marginale del fattore 2 sarà indicato con $MP_2(x_1, x_2)$.

Con una certa imprecisione, possiamo descrivere il concetto di prodotto marginale come la quantità di output addizionale ottenuta impiegando "una" unità addizionale del fattore 1. Fino a che "una" unità è sufficientemente piccola rispetto alla quantità totale impiegata del fattore 1, non ci saranno problemi. Ma si dovrà tenere bene a mente che il prodotto marginale è un *saggio di variazione*: la quantità addizionale di output per unità addizionale di input.

Il concetto di prodotto marginale è del tutto simile al concetto di utilità marginale che abbiamo descritto nell'ambito della teoria del consumatore, fatta eccezione per la natura ordinale dell'utilità. Qui stiamo trattando di prodotto fisico: il prodotto marginale di un fattore è un numero preciso che, in linea di principio, può essere misurato.

## 18.6 Il saggio tecnico di sostituzione

Supponiamo di impiegare le quantità $(x_1, x_2)$ di input per produrre una data quantità di output. Supponiamo di voler ridurre di poco la quantità impiegata del fattore 1, usando al suo posto la quantità addizionale del fattore 2 esattamente necessaria per produrre la medesima quantità di output, $y$. Qual è la quantità addizionale del fattore 2, $\Delta x_2$, che si deve impiegare se si vuole ridurre di $\Delta x_1$ la quantità impiegata del fattore 1? Il saggio al quale l'impresa deve sostituire un input con un altro per mantenere costante il livello dell'output è uguale all'inclinazione dell'isoquanto: esso viene definito **saggio tecnico di sostituzione** e indicato con $\text{TRS}(x_1, x_2)$.

Per esprimere analiticamente il TRS[1] possiamo ricorrere allo stesso procedimento che abbiamo usato per determinare l'inclinazione delle curve di indifferenza. Consideriamo una variazione nell'impiego dei fattori 1 e 2 che mantenga fisso il livello dell'output. Si avrà allora

$$\Delta y = MP_1(x_1, x_2)\Delta x_1 + MP_2(x_1, x_2)\Delta x_2 = 0$$

che risolta diventa

$$\text{TRS}(x_1, x_2) = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{MP_1(x_1, x_2)}{MP_2(x_1, x_2)}.$$

Si noti ancora l'analogia con il saggio marginale di sostituzione.

## 18.7 Produttività marginale decrescente

Supponiamo di disporre di una data quantità dei fattori 1 e 2 e di voler impiegare una quantità addizionale del fattore 1, mantenendo a un livello prefissato il fattore 2. Come varierà il prodotto marginale del fattore 1?

Se la tecnologia è monotona, l'output totale aumenterà all'aumentare del livello del fattore 1. Ma ci si può attendere che tale aumento avvenga ad un saggio decrescente. Consideriamo un esempio specifico: una fattoria. Un individuo che lavori su un acro di terra può produrre 100 bushel di frumento.[2] Se impieghiamo due lavoratori sullo stesso appezzamento, mantenendo invariata l'estensione del terreno, otterremo 200 bushel di frumento, e quindi, in questo caso, il prodotto marginale di un lavoratore addizionale è 100. Se impieghiamo altri lavoratori la produzione aumenta ma la quantità addizionale di frumento prodotta dall'ultimo lavoratore impiegato sarà inferiore a 100 bushel. Se si impiegano quattro o cinque lavoratori in più la quantità addizionale che ciascun lavoratore produce scenderà a 90, 80, 70 bushel o anche meno. Se, ammassati su questo acro di terra, ci fossero centinaia di lavoratori, un lavoratore in più potrebbe persino far diminuire l'output!

1 TRS dalle iniziali dell'espressione in lingua inglese *Technical Rate of Substitution*.

2 1 bushel = 27,216 kg; 1 acro = 4046,86 mq.

Ci possiamo aspettare, dunque, che il prodotto marginale di un fattore diminuisca quando se ne impiegano quantità via via crescenti. Questa viene definita **legge della produttività marginale decrescente**. Non si tratta di una vera e propria "legge", ma soltanto di una caratteristica comune alla maggior parte dei processi produttivi.

È importante sottolineare che la legge della produttività marginale decrescente è valida solo quando *tutti gli altri* input siano mantenuti fissi. Nell'esempio precedente, infatti, variava solo l'input "lavoro", mentre gli input "terra" e "materie prime" erano mantenuti fissi.

## 18.8 Saggio tecnico di sostituzione decrescente

Un'altra assunzione riguardante la tecnologia, in stretta relazione con la precedente, è quella del **saggio tecnico di sostituzione decrescente**. Questa ipotesi afferma che, se si impiega una quantità maggiore del fattore 1, e si varia l'impiego del fattore 2, in modo da rimanere sullo stesso isoquanto, il saggio tecnico di sostituzione diminuisce. In parole povere, l'ipotesi che il TRS sia decrescente significa che l'inclinazione dell'isoquanto deve diminuire in valore assoluto man mano che ci si sposta lungo l'isoquanto nella direzione che corrisponde all'incremento di $x_1$, e aumentare in valore assoluto man mano che ci si sposta nella direzione che corrisponde all'incremento di $x_2$. Questo significa che gli isoquanti hanno la stessa forma convessa delle curve di indifferenza regolari.

bruh

Le ipotesi di saggio tecnico di sostituzione decrescente e produttività marginale decrescente sono strettamente connesse, ma non coincidono esattamente. L'ipotesi di produttività marginale decrescente concerne la variazione del prodotto marginale che dipende dall'aumento della quantità impiegata di un fattore, *se si mantiene l'altro a un livello prefissato*. L'ipotesi di TRS decrescente, invece, riguarda il modo in cui il *rapporto* dei prodotti marginali (l'inclinazione dell'isoquanto) varia, se si aumenta la quantità impiegata di un fattore e *si fa variare la quantità impiegata dell'altro in modo da rimanere sullo stesso isoquanto*.

## 18.9 Lungo e breve periodo

Ritorniamo ora alla nozione di tecnologia come elenco dei piani di produzione realizzabili: possiamo voler distinguere tra i piani di produzione realizzabili *subito* e quelli realizzabili solo *successivamente*.

Nel **breve periodo**, alcuni fattori produttivi sono fissi a livelli predeterminati. L'agricoltore descritto in precedenza potrebbe prendere in considerazione solo quei piani di produzione che richiedono una quantità fissa di terra, se questo è tutto quello di cui può disporre. Se disponesse di una quantità maggiore di terra, potrebbe produrre una quantità maggiore di frumento, ma, nel breve periodo, l'agricoltore è condizionato dall'estensione del terreno di cui dispone.

D'altro lato, nel lungo periodo l'agricoltore è libero di acquistare altro terreno, oppure di vendere parte di quello che possiede: può, cioè, far variare la quantità impiegata dell'input "terra" in modo da massimizzare il profitto.

Gli economisti distinguono tra lungo e breve periodo nel modo seguente: nel breve periodo alcuni dei fattori produttivi sono fissi: un'estensione fissa di terreno, la scala fissa di un impianto, un numero fisso di macchine e così via. Nel **lungo periodo**, *tutti* i fattori produttivi possono variare.

Questa distinzione non fa riferimento a uno specifico periodo di tempo, ma semplicemente al fatto che nel breve periodo un certo numero di fattori sono impiegati a livelli prefissati, mentre nel lungo periodo la quantità impiegata di questi fattori può variare.

Supponiamo che, nel breve periodo, il fattore 2 sia fisso a un livello $\overline{x}_2$. In questo caso, scriveremo la funzione di produzione di breve periodo come $f(x_1, \overline{x}_2)$. Possiamo rappresentare graficamente la relazione funzionale tra l'output e $x_1$ in un grafico come quello della Figura 18.5.

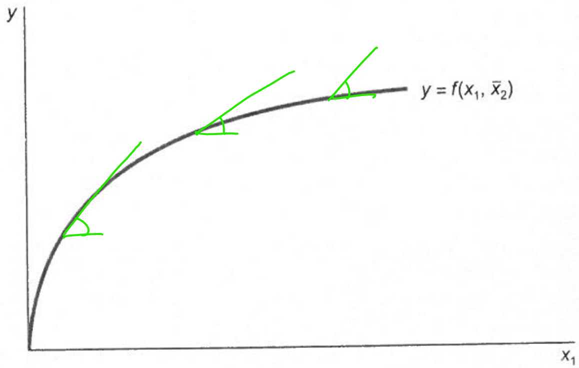


**Figura 18.5** **Funzione di produzione.** Una possibile forma di una funzione di produzione di breve periodo.

Si noti che, nella rappresentazione grafica, la funzione di produzione di breve periodo diventa sempre più piatta all'aumentare di $x_1$: questa è una conseguenza dell'ipotesi di produttività marginale decrescente. Naturalmente può accadere che, inizialmente, il rendimento marginale sia crescente, cioè che il prodotto marginale del fattore 1 aumenti quando se ne aumenta l'impiego. Nel caso dell'agricoltore che impiega una quantità maggiore di lavoratori, per esempio, è possibile che i primi lavoratori impiegati siano in grado di dividere il lavoro in modo efficiente, riuscendo così ad aumentare sempre più la produzione. Ma, data la quantità fissa di terra, è inevitabile che alla fine il prodotto marginale del lavoro diminuisca.

## 18.10 Rendimenti di scala

Consideriamo ora il caso in cui, invece di aumentare l'impiego di uno degli input, mantenendo l'altro fisso, aumentiamo la quantità impiegata di *tutti* gli input della funzione di produzione. In altri termini, moltiplichiamo la quantità di tutti gli input per una qualche costante.

Se, per esempio, raddoppiamo la quantità impiegata sia del bene 1 che del bene 2, quanto output sarà prodotto? Possiamo attenderci ragionevolmente che l'output raddoppi. È questo un caso di **rendimenti di scala costanti**. Nei termini della funzione di produzione, questo significa che raddoppiando la quantità di ciascun input, si produce una quantità doppia di output. Il caso di due input può essere espresso analiticamente nel modo seguente:

$$2f(x_1, x_2) = f(2x_1, 2x_2).$$

In generale, se si moltiplica per $t$ la quantità impiegata di tutti gli input, nel caso di rendimenti di scala costanti risulterà moltiplicata per $t$ anche la quantità prodotta:

$$\boxed{tf(x_1, x_2) = f(tx_1, tx_2).}$$

Questo risultato è plausibile perché, normalmente, l'impresa è in grado di *replicare* esattamente ciò che faceva prima. Se l'impresa dispone di una quantità doppia di ciascun input può, per esempio, costruire due impianti uguali, l'uno accanto all'altro, che produrranno una quantità doppia di output. Se la quantità degli input fosse tripla, costruirebbe tre impianti, e così via.

Si noti che è perfettamente possibile che una tecnologia presenti, allo stesso tempo, rendimenti costanti di scala e produttività marginale dei fattori decrescente. I **rendimenti di scala** descrivono ciò che accade quando si aumentano *tutti* gli input, mentre la produttività marginale decrescente rappresenta ciò che accade quando si aumenta *un solo* input e si mantengono gli altri fissi.

Il caso di rendimenti di scala costanti è quello più "naturale", ma vi sono anche altre possibilità. Per esempio, può accadere che, moltiplicando per $t$ la quantità impiegata di entrambi gli input, la quantità di output risulti pari a *più* di $t$ volte la quantità iniziale. È questo il caso di **rendimenti di scala crescenti**. Formalmente, rendimenti di scala crescenti sono rappresentati in questo modo:

$$\boxed{f(tx_1, tx_2) > tf(x_1, x_2)}$$ crescenti

per $t > 1$.

Un oleodotto può rappresentare un esempio significativo di una tecnologia che presenta rendimenti di scala crescenti. Se si raddoppia il diametro della tubatura, si utilizzerà una quantità doppia di materiali, ma la sezione del condotto aumenterà di quattro volte. Quindi l'oleodotto sarà in grado di trasportare una quantità più che doppia di petrolio.

(Ovviamente c'è un limite. Se si continua a raddoppiare il diametro della tubatura, questa alla fine cederà sotto il suo stesso peso. I rendimenti di scala crescenti sussistono solo per certi livelli di output.)

L'altro caso da considerare è quello di **rendimenti di scala decrescenti**, dove

$$f(tx_1, tx_2) < tf(x_1, x_2)$$

per $t > 1$.

Questo è un caso un po' particolare. Se otteniamo una quantità meno che doppia di output raddoppiando la quantità impiegata di tutti gli input, qualche cosa non funziona. Dopo tutto, si tratta solo di replicare esattamente ciò che si faceva prima!

Normalmente si hanno rendimenti di scala decrescenti quando non si tiene conto di qualche input. Se si raddoppiano tutti gli input tranne uno, non sarà possibile replicare esattamente ciò che si faceva prima, e quindi non si potrà ottenere un output doppio. I rendimenti di scala decrescenti sono in realtà un fenomeno di breve periodo, quando cioè alcuni fattori sono fissi.

Naturalmente, una tecnologia può presentare rendimenti di scala diversi in corrispondenza di livelli diversi di produzione. Può accadere che a livelli di produzione bassi corrispondano rendimenti di scala crescenti — moltiplicando successivamente la quantità impiegata di tutti gli input per una piccola quantità $t$, la quantità prodotta può aumentare in misura *più che proporzionale* a $t$. Successivamente, in corrispondenza di livelli di output più elevati, è possibile che se moltiplichiamo gli input per $t$ anche l'output risulti moltiplicato esattamente per lo stesso fattore.

## Sommario

1. I vincoli tecnologici dell'impresa sono descritti dall'insieme di produzione, che rappresenta tutte le combinazioni di input e output tecnicamente realizzabili, e dalla funzione di produzione, che rappresenta il livello massimo di output associato a un determinato livello degli input.

2. Gli isoquanti rappresentano un altro modo per descrivere i vincoli tecnologici che un'impresa deve affrontare. Essi rappresentano tutte le combinazioni di input in grado di produrre un determinato livello di output.

3. In generale, si assume che gli isoquanti siano convessi e monotoni, esattamente come le curve di indifferenza regolari.

4. Il prodotto marginale misura la quantità addizionale di output per unità addizionale di input, se tutti gli altri input sono mantenuti fissi. Si assumerà tipicamente che il prodotto marginale di un input diminuisca via via che ne aumenta la quantità impiegata.

5. Il saggio tecnico di sostituzione (TRS) misura l'inclinazione di un isoquanto. Si assume generalmente che il TRS diminuisca man mano che ci si sposta lungo l'isoquanto, il che equivale a dire che gli isoquanti hanno forma convessa.

6. Nel breve periodo alcuni input sono fissi, mentre nel lungo periodo tutti gli input sono variabili.

7. I rendimenti di scala si riferiscono al modo in cui l'output varia al variare della *scala* di produzione. Se si moltiplica per $t$ la quantità impiegata di tutti gli input ed anche l'output risulta moltiplicato per $t$, si hanno rendimenti di scala costanti. Se la quantità prodotta risulta moltiplicata per un fattore maggiore di $t$, si hanno rendimenti di scala crescenti, se risulta moltiplicata per un fattore minore di $t$, si hanno rendimenti di scala decrescenti.

## Domande

1. Si consideri la funzione di produzione $f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$. Questa funzione presenta rendimenti di scala costanti, crescenti o decrescenti?

2. Si consideri la funzione di produzione $f(x_1, x_2) = 4x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{3}}$. Presenta rendimenti di scala costanti, crescenti o decrescenti?

3. La funzione di produzione Cobb-Douglas è $f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$. Il tipo di rendimenti di scala di questa funzione dipende dalla grandezza di $a + b$. Quali valori di $a + b$ saranno associati ai diversi tipi di rendimenti di scala?

4. Il saggio tecnico di sostituzione tra i fattori $x_2$ e $x_1$ è $-4$. Se si vuole produrre la stessa quantità di output utilizzando 3 unità in meno di $x_1$, quante unità in più di $x_2$ si dovranno impiegare?

5. Se la legge della produttività marginale decrescente non fosse valida, si potrebbe coltivare in un vaso da fiori una quantità di cibo sufficiente a soddisfare il fabbisogno alimentare mondiale. Vero o falso?

6. In un processo produttivo è possibile che un input abbia produttività marginale decrescente e che tuttavia i rendimenti di scala siano crescenti?