14

SURPLUS DEL CONSUMATORE

Abbiamo visto nei precedenti capitoli come è possibile derivare la funzione di domanda di un consumatore dalle preferenze o dalla funzione di utilità. In realtà siamo generalmente interessati al problema inverso: come stimare le preferenze o la funzione di utilità dato un certo numero di osservazioni del comportamento del consumatore.

Abbiamo già affrontato questo problema in due altre occasioni. Nel Capitolo 6 abbiamo visto come stimare i parametri di una funzione di utilità a partire dall'osservazione della domanda. Nel caso della funzione di utilità Cobb-Douglas abbiamo potuto stimare una funzione di utilità in grado di descrivere le scelte osservate semplicemente calcolando la frazione media del reddito spesa per ciascun bene. Abbiamo potuto quindi impiegare questa funzione di utilità per studiare l'effetto di variazioni del consumo.

Nel Capitolo 7 abbiamo impiegato il metodo delle preferenze rivelate per risalire alle preferenze cui potevano essere ricondotte alcune scelte osservabili. Anche in questo caso, la stima delle curve di indifferenza così ottenuta può essere impiegata per valutare l'effetto di variazioni del consumo.

In questo capitolo esamineremo alcuni altri approcci al problema della determinazione della funzione di utilità a partire dall'osservazione della domanda. Per quanto alcuni di questi metodi risulteranno applicabili a un numero più limitato di casi, essi si riveleranno utili in vari esempi che saranno discussi successivamente.

Cominceremo riesaminando un caso speciale per il quale è molto facile determinare una stima dell'utilità dall'osservazione della domanda, per prendere in considerazione in seguito il problema in termini più generali.

14.1 Domanda di un bene discreto

Iniziamo riesaminando la domanda di un bene discreto nel caso di preferenze quasi-lineari, che abbiano già trattato nel Capitolo 6. Supponiamo che la funzione di utilità sia $v(x) + y$ e che il bene-x sia disponibile soltanto in unità discrete. Possiamo considerare il bene-y come la quantità di moneta che può essere spesa per tutti gli altri beni, e fissare a 1 il suo prezzo. Sia infine p il prezzo del bene-x.

Abbiamo visto nel Capitolo 6 che in questo caso il comportamento del consumatore può essere descritto per mezzo di una sequenza di prezzi di riserva $r_1 = v(1) - v(0)$, $r_2 = v(2) - v(1)$, e così via. La relazione tra domanda e prezzi di riserva è piuttosto semplice: se le unità domandate del bene discreto sono n, allora $r_n \geq p \geq r_{n+1}$.

Per verificarlo consideriamo un esempio. Supponiamo che il consumatore scelga di consumare 6 unità del bene-x al prezzo p. L'utilità derivante dal consumo di $(6, m - 6, p)$ deve essere almeno uguale a quella derivante dal consumo di un altro paniere qualsiasi $(x, m - px)$:

$$v(6) + m - 6p \geq v(x) + m - px. \tag{14.1}$$

In particolare questa disuguaglianza deve valere per $x = 5$, il che ci dà

$$v(6) + m - 6p \geq v(5) + m - 5p.$$

Con le opportune trasformazioni otteniamo $v(6) - v(5) = r_6 \geq p$.

La (14.1) deve valere anche per $x = 7$. Questo ci dà

$$v(6) + m - 6p \geq v(7) + m - 7p$$

che può essere trasformata così da ottenere

$$p \geq v(7) - v(6) = r_7.$$

La discussione di questo esempio dimostra che se le unità domandate del bene-x sono 6, il prezzo del bene-x deve essere situato tra r_6 e r_7. In generale, se le unità domandate del bene-x sono n, allora $r_n \geq p \geq r_{n+1}$, come volevamo dimostrare. La sequenza dei prezzi di riserva contiene tutte le informazioni necessarie a descrivere la domanda. La rappresentazione grafica dei prezzi di riserva è una serie di gradini, come mostra la Figura 14.1. Questa "scala" rappresenta in effetti la curva di domanda del bene discreto.

14.2 Costruzione della funzione di utilità dalla curva di domanda

Abbiamo visto come costruire la curva di domanda dati i prezzi di riserva o la funzione di utilità. Possiamo anche seguire il procedimento inverso. Data la curva di domanda possiamo costruire la funzione di utilità, almeno nello speciale caso dell'utilità quasi-lineare.

In un certo senso l'operazione è piuttosto banale. Abbiamo definito i prezzi di riserva come differenza dell'utilità:

$$
\begin{aligned}
r_1 &= v(1) - v(0) \\
r_2 &= v(2) - v(1) \\
r_3 &= v(3) - v(2) \\
&\vdots
\end{aligned}
$$

Per calcolare $v(3)$, per esempio, non dobbiamo far altro che sommare membro a membro le precedenti uguaglianze, ottenendo

$$r_1 + r_2 + r_3 = v(3) - v(0).$$

È conveniente stabilire che se non viene consumata alcuna unità del bene l'utilità che ne deriva è nulla, così che $v(0) = 0$ e pertanto $v(n)$ è uguale alla somma dei primi n prezzi di riserva.

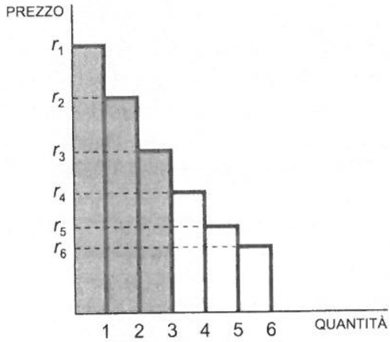
La rappresentazione grafica di questa operazione è illustrata nella Figura 14.1A. Possiamo osservare che l'utilità derivante dal consumo di n unità del bene discreto corrisponde esattamente all'area dei primi n rettangoli che formano la curva di domanda. Questo perché l'altezza di ciascun rettangolo è il prezzo di riserva associato a quel livello della domanda, mentre la base è uguale a 1. Quest'area è generalmente definita **beneficio lordo** o **surplus lordo del consumatore** associato al consumo del bene.

Si noti che l'utilità in questione è quella derivante dal consumo del bene 1. L'utilità finale per il consumatore deriva dal consumo *sia* del bene 1 *che* del bene 2. Se il consumatore sceglie n unità del bene discreto, gli resteranno $m - pn$ dollari per acquistare altri beni. La sua utilità totale sarà quindi

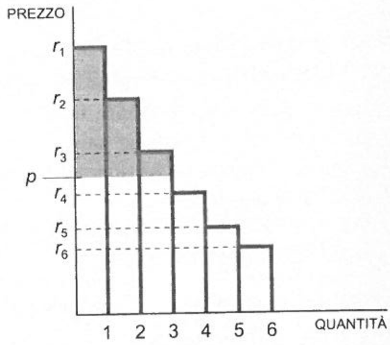
$$v(n) + m - pn.$$

Anche questa utilità può essere rappresentata da una superficie: è sufficiente sottrarre all'area rappresentata nella Figura 14.1A la somma spesa per il bene discreto, e aggiungere m.

L'espressione $v(n) - pn$ è definita **surplus del consumatore** o **surplus netto del consumatore**. Essa rappresenta il beneficio netto derivante dal consumo di n unità del bene discreto: la differenza tra l'utilità $v(n)$ e la riduzione della somma disponibile per il consumo dell'altro bene. Il surplus del consumatore è rappresentato nella Figura 14.1B.



A Surplus lordo



B Surplus netto

Figura 14.1 **Prezzi di riserva e surplus del consumatore.** Nel quadro A il beneficio lordo è rappresentato dalla superficie al di sotto della curva di domanda. Esso corrisponde all'utilità derivante dal consumo del bene-x. Nel quadro B è rappresentato il surplus del consumatore, che corrisponde all'utilità derivante dal consumo di entrambi i beni, se il bene 1 è acquistato al prezzo costante p.

14.3 Altre interpretazioni del surplus del consumatore

Vi sono altre interpretazioni possibili del surplus del consumatore. Supponiamo che il prezzo del bene discreto sia p. In questo caso il consumatore assegna un valore pari a r_1 al consumo della prima unità del bene, ma per acquistarla deve pagare solo il prezzo p. In questo modo gli resta un "surplus" uguale a $r_1 - p$. Il valore assegnato alla seconda unità è r_2, ma, di nuovo, egli deve pagare solo il prezzo p, e ottiene in questo modo un surplus di $r_2 - p$. Sommando il surplus derivante dalle n unità scelte otteniamo il surplus totale del consumatore:

$$CS = r_1 - p + r_2 - p + \cdots r_n - p = r_1 + \cdots + r_n - np.$$

Poiché la somma dei prezzi di riserva è uguale all'utilità derivante dal consumo del bene 1, la precedente espressione può anche essere scritta

$$CS = v(n) - pn.$$

Possiamo interpretare il surplus del consumatore anche in un altro modo. Supponiamo che un individuo consumi n unità del bene 1 e paghi per questo pn dollari. Quale quantità di moneta lo indurrà a rinunciare interamente al consumo di quel bene? Se R è la quantità di moneta richiesta, dovrà essere soddisfatta l'equazione

$$v(0) + m + R = v(n) + m - pn.$$

Poiché $v(0) = 0$ per definizione, la precedente espressione si riduce a

$$R = v(n) - pn$$

cioè al surplus del consumatore. Quindi il surplus del consumatore rappresenta la quantità di moneta che il consumatore potrebbe chiedere per rinunciare al consumo del bene in questione.

14.4 Dal surplus del consumatore al surplus dei consumatori

Abbiamo considerato finora il caso di un singolo consumatore. Nel caso in cui i consumatori siano più di uno, dovremo sommare il surplus di ciascuno per ottenere una misura aggregata del **surplus dei consumatori**. Si tratta di due concetti distinti: il surplus del consumatore rappresenta il surplus di un singolo consumatore, mentre il surplus dei consumatori è la somma dei surplus per un certo numero di consumatori.

Il surplus dei consumatori è una misura adeguata dei vantaggi aggregati derivanti dallo scambio, così come il surplus del consumatore misura i vantaggi derivanti dallo scambio per un singolo individuo.

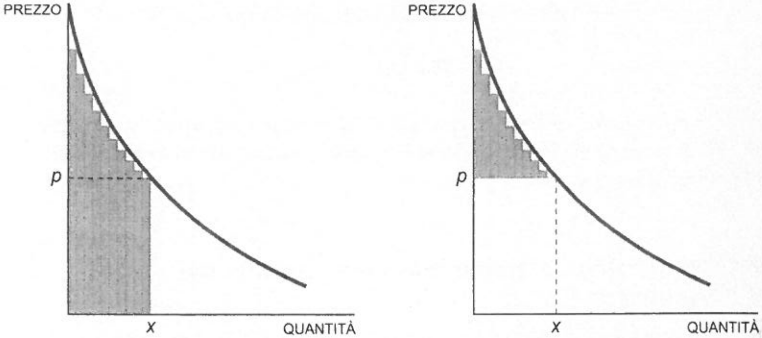
14.5 Approssimazione a una curva di domanda continua

Abbiamo visto che la superficie al di sotto della curva di domanda rappresenta l'utilità derivante dal consumo nel caso di un bene discreto. Possiamo generalizzare questa rappresentazione al caso di un bene disponibile in quantità continue approssimando una curva di domanda continua per mezzo di una curva di domanda scalettata. La superficie al di sotto della curva di domanda continua è quindi approssimativamente uguale a quella al di sotto della curva di domanda scalettata. Si veda la Figura 14.2 per un esempio. Nell'Appendice a questo capitolo mostreremo come è possibile calcolare esattamente quest'area impiegando il calcolo differenziale.

14.6 Utilità quasi-lineare

È importante sottolineare il ruolo dell'utilità quasi-lineare nella discussione di questo argomento. In generale il prezzo al quale un consumatore è disposto ad acquistare il bene 1 dipende dalla quantità di moneta di cui dispone per acquistare gli altri beni. Ciò significa che in generale il prezzo di riserva del bene 1 dipende dalla quantità consumata del bene 2.

Ma nello speciale caso dell'utilità quasi-lineare i prezzi di riserva sono indipendenti dalla quantità di moneta disponibile per gli altri beni. In termini economici possiamo dire che nel caso dell'utilità quasi-lineare non si verifica alcun "effetto di reddito", poiché una variazione del reddito non modifica la domanda. Questo



A Approssimazione al surplus lordo

B Approssimazione al surplus netto

Figura 14.2 **Approssimazione a una curva di domanda continua.** Il surplus del consumatore associato a una curva di domanda continua può essere approssimato da quello associato a una curva di domanda discreta.

ci consente di determinare l'utilità in un modo così semplice. La superficie al di sotto della curva di domanda misura *esattamente* l'utilità soltanto nel caso di una funzione di utilità quasi-lineare.

Tuttavia, questa può essere spesso un buona approssimazione. Se la domanda di un bene non è molto sensibile alle variazioni del reddito, l'effetto di reddito non sarà molto significativo, e la variazione del surplus del consumatore rappresenterà approssimativamente la variazione dell'utilità[1].

14.7 Interpretazione della variazione del surplus del consumatore

In genere siamo più interessati alla variazione del surplus del consumatore in conseguenza di diverse politiche che al suo valore assoluto. Supponiamo, per esempio, che il prezzo di un bene vari da p' a p''. Come varierà il surplus del consumatore?

Abbiamo rappresentato nella Figura 14.3 la variazione del surplus associata ad una variazione del prezzo. La variazione del surplus è uguale alla differenza tra due aree approssimativamente triangolari, ed è pertanto una superficie trapezoidale, che può essere suddivisa nel rettangolo R e nell'area approssimativamente triangolare T.

Il rettangolo rappresenta la perdita di surplus dovuta al fatto che il consumatore paga un prezzo più elevato per le unità del bene che continua a consumare. Dopo l'aumento del prezzo il consumatore continua a consumare infatti x'' unità del bene,

[1] La variazione del surplus del consumatore è ovviamente solo una delle possibili rappresentazioni della variazione dell'utilità. Ad esempio si potrebbe usare la radice quadrata del surplus del consumatore, ma il surplus del consumatore è la misura convenzionale.

ciascuna delle quali ora costa $p'' - p'$ in più. Questo significa che per consumare x'' unità del bene egli deve ora spendere la somma addizionale $(p'' - p')x''$.

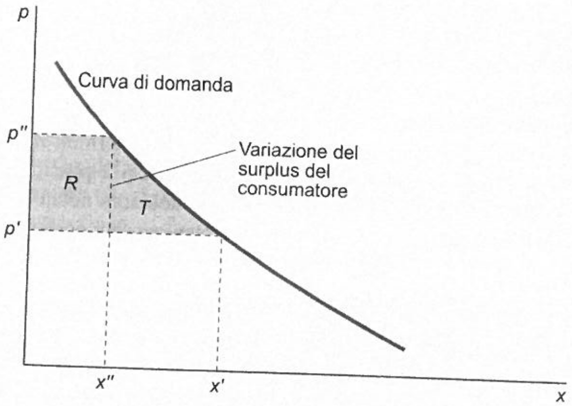


Figura 14.3 **Variazione del surplus del consumatore.** La variazione del surplus del consumatore corrisponde alla differenza tra due superfici approssimativamente triangolari, ed è pertanto un'area trapezoidale.

Ma questa perdita non rappresenta l'intera riduzione del benessere del consumatore. A causa dell'aumento del prezzo egli ora consuma una quantità minore del bene. Il triangolo T misura il valore di questa *riduzione* del consumo del bene-x. La perdita totale per il consumatore corrisponde alla somma di questi due effetti: R misura la perdita dovuta al maggior prezzo delle unità che egli continua a consumare, e T misura la perdita derivante dalla riduzione del consumo.

ESEMPIO: Variazione del surplus del consumatore

Domanda: Consideriamo la curva di domanda lineare $D(p) = 20 - 2p$. Se il prezzo varia da 2 a 3 quale sarà la variazione del surplus del consumatore?

Risposta: Per $p = 2$, $D(2) = 16$, e per $p = 3$, $D(3) = 14$. Dobbiamo pertanto calcolare l'area di un trapezio di altezza unitaria e basi 14 e 16. Questa equivale alla somma dell'area di un rettangolo di altezza unitaria e base 14 e di quella di un triangolo di altezza 1 e base 2. L'area complessiva è quindi 15.

14.8 Variazione compensativa e variazione equivalente

La teoria del surplus del consumatore può essere applicata rigorosamente solo nel caso di utilità quasi-lineare. Ma anche nel caso che l'utilità non sia quasi-lineare il surplus del consumatore può approssimare ragionevolmente il benessere del consumatore. In genere le inesattezze nella misurazione della curva di domanda sono superiori agli errori derivanti dall'impiego del surplus del consumatore.

In molti casi però una simile approssimazione può non essere sufficiente. In questo paragrafo descriveremo un modo per misurare le "variazioni dell'utilità" senza ricorrere al surplus del consumatore. In realtà dovremo esaminare separatamente due ordini di problemi. Il primo riguarda il modo in cui possiamo stimare la funzione di utilità data l'osservazione di un certo numero di scelte del consumatore. Il secondo, il modo in cui è possibile misurare l'utilità in termini monetari.

Abbiamo già esaminato nel Capitolo 6 il modo in cui è possibile stimare una funzione di utilità Cobb-Douglas. In quell'esempio abbiamo notato che le frazioni del reddito spese per acquistare i due beni erano relativamente costanti, e che quindi era possibile impiegare tali frazioni come stima dei parametri della funzione Cobb-Douglas. Se la curva di domanda non avesse presentato questa particolare caratteristica, avremmo dovuto scegliere una funzione di utilità più complessa, ma il principio sarebbe rimasto il medesimo: se disponiamo di un numero sufficiente di osservazioni del comportamento del consumatore, e il comportamento osservato è coerente con la massimizzazione di qualche funzione, quest'ultima potrà in generale essere stimata.

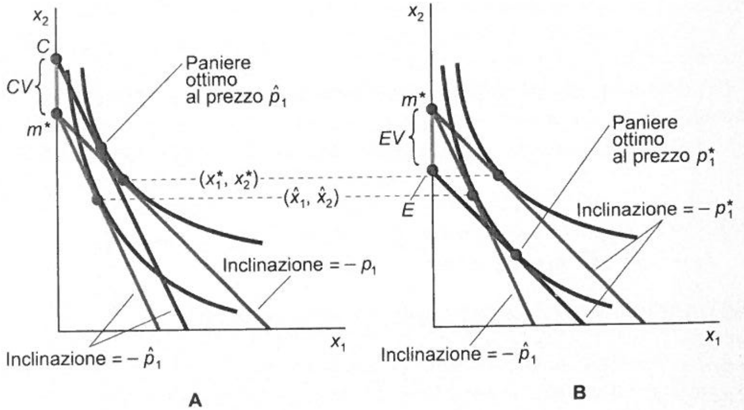


Figura 14.4 **Variazione compensativa ed equivalente.** Il quadro A rappresenta la variazione compensativa (CV) e il quadro B la variazione equivalente (EV).

Se disponiamo di una stima della funzione di utilità che descrive le scelte del consumatore, questa può essere impiegata per valutare gli effetti delle variazioni dei prezzi e dei livelli di consumo. A questo livello di generalizzazione, questo è il massimo che possiamo pensare di ottenere. Ciò che importa sono le preferenze del consumatore, e qualsiasi funzione di utilità che ci permetta di descriverle è quindi accettabile.

In alcuni casi, tuttavia, può essere opportuno usare delle misure monetarie dell'utilità. Ci potremmo chiedere, per esempio, quale quantità di moneta potrebbe compensare il consumatore della variazione del livello di consumo di un bene. Tale quantità è essenzialmente una misura della variazione dell'utilità, rappresentata in termini monetari. Come è possibile ottenerla?

Consideriamo la situazione rappresentata nella Figura 14.4: inizialmente il consumatore si trova di fronte ai prezzi $(p_1^*, 1)$ e consuma il paniere (x_1, x_2). Successivamente il prezzo del bene 1 aumenta da p_1^* a $\hat{p}_1$ e il consumatore sceglie di consumare il paniere $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$. Vogliamo conoscere il "danno" arrecato al consumatore da questa variazione.

Per determinarlo possiamo chiederci quale quantità di moneta il consumatore richiede *dopo* la variazione del prezzo perché il suo benessere resti identico a quello *iniziale*. Considerando il grafico, ci chiediamo di quanto dobbiamo spostare verso l'alto la nuova retta di bilancio perché diventi tangente alla curva di indifferenza che passa per il paniere iniziale (x_1^*, x_2^*). Chiamiamo **variazione compensativa** del reddito la variazione del reddito necessaria a riportare il consumatore sulla curva di indifferenza iniziale, poiché tale variazione è appena necessaria a compensare il consumatore della variazione del prezzo. Tale variazione misura, per esempio, quanto denaro lo stato dovrebbe cedere al consumatore se volesse compensarlo esattamente dell'aumento del prezzo di un bene.

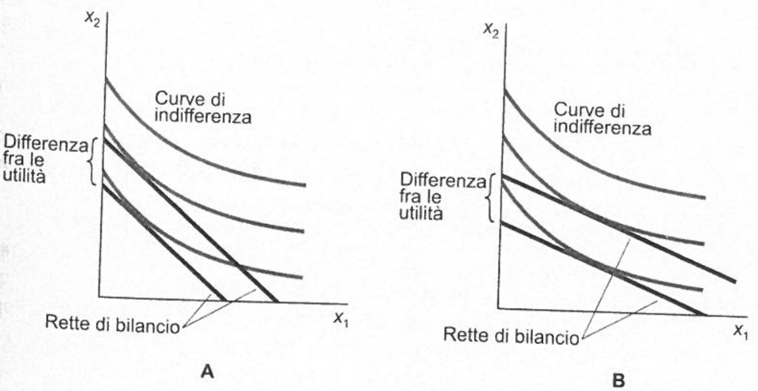


Figura 14.5 **Preferenze quasi-lineari.** Nel caso di preferenze quasi-lineari la distanza tra due curve di indifferenza non dipende dall'inclinazione delle rette di bilancio.

Un altro modo di misurare l'effetto di una variazione dei prezzi è chiedersi quale quantità di moneta deve essere sottratta al consumatore *prima* dell'aumento del prezzo perché il suo benessere resti identico a quello *successivo* all'aumento. Definiamo questa **variazione equivalente** del reddito poiché è la variazione del reddito che equivale esattamente, in termini di utilità, alla variazione del prezzo. Considerando la Figura 14.4 ci chiediamo di quanto dobbiamo spostare verso il basso la retta di bilancio iniziale perché questa diventi tangente alla curva di indifferenza che passa per il nuovo paniere di consumo. La variazione equivalente misura la somma massima che il consumatore sarebbe disposto a cedere per evitare l'aumento del prezzo.

In genere la somma che il consumatore sarebbe disposto a cedere per evitare la variazione del prezzo sarà diversa da quella che egli richiederebbe per esserne compensato. Dopo tutto, un dollaro ha un valore differente in corrispondenza di diversi insiemi di prezzi, poiché consente di acquistare quantità diverse dello stesso bene.

In termini geometrici, le variazioni compensativa ed equivalente non sono altro che due modi di misurare la "distanza" tra due curve di indifferenza. In ciascun caso questa distanza viene misurata osservando quanto divergono le loro tangenti. In genere tale misura dipende dall'inclinazione delle rette, vale a dire, dai prezzi che abbiamo scelto.

Le due variazioni, però, risultano identiche nel caso dell'utilità quasi-lineare. In questo caso le curve di indifferenza sono "parallele", e quindi la distanza tra di loro è la medesima, indipendentemente dal punto in cui viene misurata, come si vede nella Figura 14.5. Nel caso dell'utilità quasi-lineare la variazione compensativa, la variazione equivalente e il surplus del consumatore forniscono tutti l'identica misura del valore, in termini monetari, della variazione del prezzo.

ESEMPIO: Variazioni compensative ed equivalenti

Supponiamo che la funzione di utilità del consumatore sia $u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}$. Egli si trova di fronte inizialmente ai prezzi $(1, 1)$ e il suo reddito è 100. Il prezzo del bene 1 aumenta a 2. Vogliamo determinare la variazione compensativa e la variazione equivalente.

Sappiamo che le funzioni di domanda nel caso di una funzione di utilità Cobb-Douglas sono

$$x_1 = \frac{m}{2p_1}$$
$$x_2 = \frac{m}{2p_2}.$$

Impiegando questa formula, vediamo che la domanda del consumatore varia da $(x_1^*, x_2^*) = (50, 50)$ a $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (25, 50)$.

Al fine di calcolare la variazione compensativa, ci chiediamo quale sarà la quantità di moneta necessaria a mantenere il benessere del consumatore, in corrispondenza dei prezzi $(2, 1)$, identico a quello derivante dal consumo del paniere $(50, 50)$. Dati i prezzi $(2, 1)$ e il reddito m, li possiamo sostituire nelle funzioni di domanda, trovando così la scelta ottima, cioè il paniere $(m/4, m/2)$. Se stabiliamo che l'utilità di questo paniere deve essere identica a quella derivante dal paniere $(50, 50)$, avremo

$$\left(\frac{m}{4}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = 50^{\frac{1}{2}}50^{\frac{1}{2}}.$$

Risolvendo per m otteniamo

$$m = 100\sqrt{2} \approx 141.$$

Pertanto il consumatore richiederà una somma addizionale di circa $141 - 100 = \$41$ dopo la variazione del prezzo per mantenere il suo benessere identico a quello iniziale.

Per calcolare la variazione equivalente, ci chiediamo quale sarà la quantità di moneta necessaria a mantenere il benessere del consumatore, in corrispondenza dei prezzi $(1, 1)$, identico a quello derivante dal consumo del paniere $(25, 50)$. Indichiamo con m tale quantità; con un ragionamento analogo al precedente avremo

$$\left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = 25^{\frac{1}{2}}50^{\frac{1}{2}}.$$

Risolvendo per m otteniamo

$$m = 50\sqrt{2} \approx 70.$$

Quindi se il consumatore avesse un reddito di \$70 in corrispondenza dei prezzi iniziali, il suo benessere sarebbe identico a quello derivante da un reddito di \$100 in corrispondenza dei nuovi prezzi. La variazione equivalente del reddito è pertanto circa $100 - 70 = \$30$.

ESEMPIO: Variazione compensativa ed equivalente nel caso di preferenze quasi-lineari

Supponiamo che la funzione di utilità del consumatore sia quasi-lineare, $v(x_1) + x_2$. Sappiamo che in questo caso la domanda del bene 1 dipende solo dal suo prezzo, e quindi la possiamo scrivere $x_1(p_1)$. Supponiamo che il prezzo cambi da p_1^* a $\hat{p}_1$. Quali saranno le variazioni compensativa ed equivalente?

In corrispondenza del prezzo p_1^*, il consumatore sceglie $x_1^* = x_1(p_1^*)$ e la sua utilità è $v(x_1^*) + m - p_1^* x_1^*$. In corrispondenza del prezzo $\hat{p}_1$, il consumatore sceglie $\hat{x}_1 = x_1(\hat{p}_1)$ e la sua utilità è $v(\hat{x}_1) + m - \hat{p}_1\hat{x}_1$.

Sia C la variazione compensativa, cioè la quantità di moneta addizionale richiesta dal consumatore, in corrispondenza del nuovo prezzo, perché il suo benessere dopo la variazione del prezzo resti identico a quello iniziale. Uguagliando le due funzioni di utilità avremo

$$v(\hat{x}_1) + m + C - \hat{p}_1\hat{x}_1 = v(x_1^*) + m - p_1^* x_1^*.$$

Risolvendo per C otteniamo

$$C = v(x_1^*) - v(\hat{x}_1) + \hat{p}_1\hat{x}_1 - p_1^*x_1^*.$$

Sia E la variazione equivalente, cioè la somma che deve essere sottratta al consumatore, in corrispondenza del vecchio prezzo, perché la sua utilità sia la stessa di quella che avrebbe in corrispondenza del nuovo prezzo. Deve quindi essere soddisfatta l'equazione

$$v(x_1^*) + m - E - p_1^*x_1^* = v(\hat{x}_1) + m - \hat{p}_1\hat{x}_1.$$

Risolvendo per E, otteniamo

$$E = v(x_1^*) - v(\hat{x}_1) + \hat{p}_1\hat{x}_1 - p_1^*x_1^*.$$

Si noti che nel caso di utilità quasi-lineare le variazioni compensativa ed equivalente sono identiche. Esse sono inoltre uguali alla variazione del surplus (netto) del consumatore:

$$\Delta CS = [v(x_1^*) - p_1^*x_1^*] - [v(\hat{x}_1) - \hat{p}_1\hat{x}_1].$$

14.9 Surplus del produttore

La curva di domanda rappresenta la quantità domandata di un bene in corrispondenza di ciascun prezzo, la **curva di offerta** la quantità che viene offerta in corrispondenza di ciascun prezzo. Come l'area *al di sotto* della curva di domanda misura il surplus di cui godono coloro i quali domandano un bene, così l'area *al di sopra* della curva di offerta misura il surplus goduto dagli offerenti.

Per analogia col surplus del consumatore, l'area al di sopra della curva di offerta è definita **surplus del produttore**. In realtà i termini "surplus del consumatore" e "surplus del produttore" sono in qualche modo fuorvianti: sarebbe preferibile usare "surplus del domandante" e "surplus dell'offerente" ma, inchinandoci alla tradizione, faremo anche noi ricorso alla terminologia in uso.

Consideriamo ora la curva di offerta di un bene: come abbiamo visto, questa rappresenta la quantità offerta in corrispondenza di ciascun prezzo. Il bene può essere offerto da un individuo che ne dispone o da un'impresa che lo produce: seguiremo questa seconda interpretazione, in modo da aderire alla terminologia in uso. Rappresentiamo la curva di offerta del produttore nella Figura 14.6. Vogliamo conoscere il surplus che deriva al produttore dalla vendita di x^* unità del suo prodotto al prezzo p^*.

È conveniente proseguire l'analisi considerando la curva di offerta *inversa* del produttore, $p_s(x)$, che descrive il prezzo al quale il produttore è disposto a offrire x unità del bene.

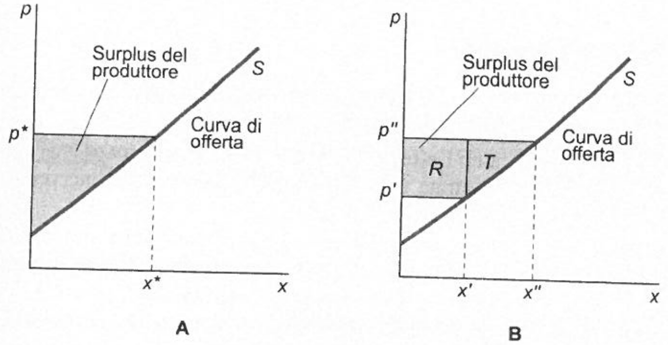


Figura 14.6 **Surplus del produttore.** Il surplus netto del produttore è rappresentato dall'area triangolare a sinistra della curva di offerta nel quadro A, mentre la variazione del surplus del produttore corrisponde all'area trapezoidale del quadro B.

Consideriamo la funzione di offerta inversa di un bene discreto. In questo caso il produttore è disposto a vendere la prima unità del bene al prezzo $p_s(1)$, ma ne ricava in effetti il prezzo p^*. Egualmente, egli è disposto a vendere la seconda unità al prezzo $p_s(2)$, ma ne ricava ancora p^*. Possiamo continuare sino all'ultima unità: egli sarà disposto a venderla esattamente al prezzo $p_s(x^*) = p^*$.

La differenza tra la somma minima alla quale il produttore sarebbe disposto a vendere le x^* unità del bene e quella che effettivamente ottiene è il **surplus netto del produttore**, rappresentato dall'area triangolare della Figura 14.6A.

Come nel caso del surplus del consumatore, ci possiamo chiedere come il surplus del produttore vari al variare del prezzo da p' a p''. Tale variazione generalmente corrisponde alla differenza tra due superfici approssimativamente triangolari, e avrà pertanto la forma del trapezoide rappresentato nella Figura 14.6B. Analogamente al caso del surplus del consumatore, il trapezoide può essere suddiviso nel rettangolo R e nella superficie approssimativamente triangolare T. Il rettangolo misura il beneficio associato alla vendita al prezzo più elevato p'' delle unità prima vendute al prezzo p'. La superficie triangolare corrisponde al beneficio derivante dalla vendita di ulteriori unità al prezzo p''. Come si vede, il risultato è del tutto simile alla variazione del surplus del consumatore considerata in precedenza.

Per quanto ci si riferisca comunemente a una variazione di questo tipo come a un aumento del surplus del produttore, in un senso più profondo essa rappresenta in realtà un aumento del surplus del consumatore percepito dal proprietario dell'impresa che mette in vendita il bene (egli è infatti a sua volta un consumatore). Il surplus del consumatore è strettamente collegato al concetto di profitto, ma si dovrà attendere di aver esaminato in modo più approfondito il comportamento dell'impresa per comprendere tale relazione.

14.10 Analisi costi-benefici

Possiamo impiegare il concetto di surplus del consumatore per calcolare i benefici e i costi associati a varie scelte di politica economica.

Ad esempio, analizziamo l'effetto dell'imposizione di un prezzo massimo. Consideriamo la situazione illustrata nella Figura 14.7. Senza alcun intervento regolativo, il prezzo sarebbe p_0 e la quantità venduta q_0.

Le autorità pubbliche ritengono che questo prezzo sia troppo alto e impongono un prezzo massimo pari a p_c. Ciò riduce a q_c la quantità che i venditori sono disposti a offrire, il che, a sua volta, riduce il surplus del produttore all'area PS.

Ora che la quantità a disposizione dei consumatori è solo q_c, ci chiediamo a chi essa andrà.

Un'ipotesi è che la quantità prodotta vada ai consumatori disposti a pagare di più. Indichiamo con p_e il **prezzo effettivo**, ossia il prezzo che indurrebbe i consumatori a domandare q_e. Se tutti coloro che sono disposti a pagare più di p_e ottengono il bene, il surplus del produttore corrisponderà appunto all'area CS.

Si noti che la perdita di surplus del consumatore e del produttore corrisponde all'area trapezioidale al centro del grafico. Essa è la differenza fra la somma dei due surplus nel mercato concorrenziale e nel mercato con un prezzo massimo imposto.

Nella maggior parte dei casi è eccessivamente ottimistico supporre che i consumatori con la maggiore disponibilità a pagare si aggiudichino l'intera quantità del bene. Perciò, ci aspetteremo che quest'area trapezioidale sia il limite inferiore della perdita complessiva di surplus nel caso dell'imposizione di un prezzo massimo.

Razionamento

Possiamo impiegare lo stesso grafico per descrivere le perdite sociali dovute al razionamento. Anziché fissare un prezzo massimo p_c, supponiamo che le autorità emettano buoni-razione che consentono l'acquisto solo di q_c unità del bene. Per acquistare una unità del bene, un consumatore dovrà pagare p_c al venditore e spendere un buono-razione.

Se i buoni-razione sono commerciabili, allora si venderanno a un prezzo pari a $p_e - p_c$. Questo renderebbe il prezzo totale di acquisto uguale a p_e, che è il prezzo di equilibrio di mercato per il bene in questione.

14.11 Calcolo dei guadagni e delle perdite

Se disponiamo di stime della domanda e dell'offerta di mercato di un bene, non è difficile, in linea di principio, calcolare la perdita di surplus del consumatore dovuta a una scelta di politica economica. Supponiamo per esempio che si decida di aumentare la tassa che grava su un bene. Questo si tradurrà, per i consumatori, in una variazione del prezzo e di conseguenza in una variazione della quantità consumata. È possibile calcolare il surplus associato alle diverse proposte di tassazione e individuare in questo modo quella che determina la minore perdita.

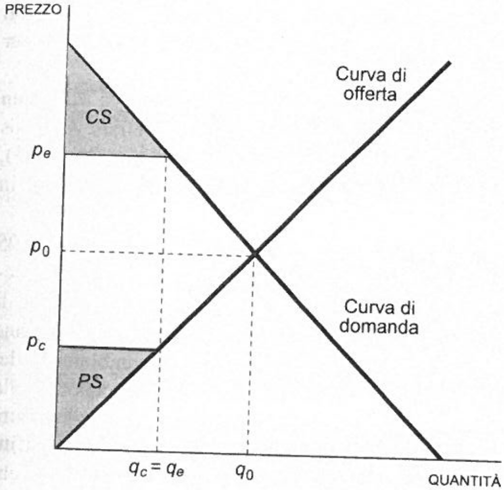


Figura 14.7 **Imposizione di un prezzo massimo** . Il prezzo massimo p_c riduce la quantità offerta a q_e, il surplus del consumatore a CS e il surplus del produttore a PS. Il prezzo effettivo del bene, p_e, è il prezzo di equilibrio del mercato. Il grafico illustra anche ciò che succede nel caso di razionamento, in cui il prezzo di un buono-razione sarebbe $p_e - p_c$.

Questo calcolo offre spesso un utile criterio per valutare le diverse proposte di tassazione, ma presenta due difetti. In primo luogo, come abbiamo visto in precedenza, il surplus del consumatore è una misura valida solo nel caso di un particolare tipo di preferenze, quelle associate a una funzione di utilità quasi-lineare. Si ricorderà che una funzione di questo tipo rappresenta con ragionevole approssimazione il caso di beni la cui domanda sia poco sensibile a variazioni del reddito. Nel caso di beni il cui consumo sia strettamente connesso al reddito, invece, il surplus del consumatore può risultare inappropriato.

In secondo luogo, per calcolare la perdita di surplus si devono considerare indistintamente tutti i consumatori e tutti i produttori, ottenendo così una stima del "costo" di una politica per un mitico "consumatore rappresentativo". In molti casi è desiderabile conoscere non solo il costo medio sostenuto dalla popolazione, ma anche quali gruppi sosterranno il costo maggiore: il successo o il fallimento di una politica dipendono spesso più dalla *distribuzione* dei costi e dei benefici che dal loro valore medio.

Se il surplus del consumatore può essere calcolato con facilità, abbiamo visto che non è molto più difficile calcolare l'effettiva variazione compensativa o equivalente associata a una variazione del prezzo. Se sono note stime delle funzioni di domanda di ciascun nucleo familiare — o quanto meno di un campione rappresentativo di essi — è possibile calcolare l'effetto delle diverse scelte di politica economica su ciascuna famiglia impiegando la variazione compensativa o equivalente. Avremo in questo modo una misura dei "costi" e dei "benefici" che ne deriverebbero per ciascun nucleo familiare.

Un interessante esempio di questo approccio è offerto da Mervyn King, un economista della London School of Economics, nel suo studio "Welfare Analysis of Tax Reforms Using Household Data", *Journal of Public Economics*, 21 (1983), 183–214, che analizza gli effetti della riforma della tassazione delle abitazioni in Gran Bretagna.

In primo luogo King ha preso in esame i dati sulla spesa in abitazioni di 5895 nuclei familiari, ricavandone una stima della specifica funzione di domanda. Successivamente, per mezzo di questa funzione di domanda ha calcolato una funzione di utilità per ciascun nucleo familiare. Ha impiegato infine questa stima della funzione di utilità per calcolare i costi e i benefici conseguenti a determinati cambiamenti del sistema di tassazione. La misura impiegata era simile alla nostra descizione della variazione equivalente. La riforma in esame proponeva fondamentalmente di abolire le agevolazioni per le abitazioni occupate dai proprietari e di aumentare gli affitti delle abitazioni di proprietà pubblica. Le entrate che ne sarebbero derivate sarebbero state restituite ai nuclei familiari sotto forma di trasferimenti proporzionali al reddito di ciascuna famiglia.

King trovò che 4888 delle 5895 famiglie avrebbero ricavato un beneficio da questa riforma. Cosa ancora più importante, egli poté identificare le famiglie che avrebbero subito svantaggi significativi da tali proposte, dimostrando, per esempio, che il 94 per cento delle famiglie a più alto reddito avrebbero ricavato dei benefici, contro il 58 per cento delle famiglie a reddito più basso. Informazioni di questo genere possono consentire di progettare riforme fiscali in grado di raggiungere determinati obiettivi distributivi.

Sommario

1. Nel caso di un bene discreto e di una funzione di utilità quasi-lineare l'utilità associata al consumo di n unità del bene è uguale alla somma dei primi n prezzi di riserva.

2. Questa somma corrisponde al beneficio lordo derivante dal consumo del bene. Sottraendo la somma spesa per acquistarlo, otteniamo il surplus del consumatore.

3. La variazione del surplus del consumatore associata a una variazione del prezzo ha una forma approssimativamente trapezoidale, e può essere interpretata come la variazione dell'utilità associata alla variazione del prezzo.

4. In generale, impieghiamo la variazione compensativa e la variazione equivalente per misurare l'effetto monetario di una variazione del prezzo.

5. Se la funzione di utilità è quasi-lineare, la variazione compensativa, la variazione equivalente e la variazione del surplus del consumatore sono identici. Anche nel caso in cui l'utilità non sia quasi-lineare, il surplus del consumatore può essere

una misura ragionevolmente approssimata dell'effetto della variazione del prezzo sull'utilità del consumatore.

6. Nel caso dell'offerta, possiamo misurare per mezzo del surplus del produttore il beneficio netto derivante dalla produzione di una data quantità di output.

Domande

1. Un bene può essere prodotto in un'industria concorrenziale al costo unitario di \$10. Ci sono 100 consumatori e ognuno è disposto a pagare \$12 per il consumo di una singola unità del bene (le unità addizionali non hanno per loro alcun valore). Qual è il prezzo di equilibrio e quale la quantità venduta? Il governo impone una tassa di \$1 sul bene. Qual è la perdita netta causata dalla tassa?

2. Supponiamo che la curva di domanda sia $D(p) = 10 - p$. Quale sarà il beneficio lordo associato al consumo di 6 unità di quel bene?

3. Se, nell'esempio precedente, il prezzo varia da 4 a 6, quale sarà la variazione del surplus del consumatore?

4. Supponiamo che il consumatore consumi 10 unità di un bene discreto e che il prezzo aumenti da \$5 a \$6 per unità. Il consumatore, tuttavia, continua a consumare 10 unità del bene anche dopo l'aumento del prezzo. Qual è la perdita di surplus del consumatore conseguente all'aumento del prezzo?

APPENDICE

Possiamo esaminare il surplus del consumatore più rigorosamente per mezzo del calcolo integrale. Iniziamo dal problema di massimizzazione della funzione di utilità quasi-lineare:

$$\max_{x,y} v(x) + y$$

$$\text{con il vincolo } px + y = m.$$

Esplicitando il vincolo di bilancio otteniamo

$$\max_{x} v(x) + m - px.$$

La condizione del primo ordine in questo caso è

$$v'(x) = p.$$

Ciò significa che possiamo definire la funzione di domanda inversa $p(x)$ in questo modo:

$$p(x) = v'(x). \qquad (14.2)$$

Si noti l'analogia con l'esempio del bene discreto esaminato nel testo: il prezzo al quale il consumatore è appena disposto a consumare x unità è uguale all'utilità marginale.

Poiché la curva di domanda inversa corrisponde alla derivata dell'utilità, l'utilità può essere determinata calcolando l'integrale della funzione di domanda inversa. Sviluppando il calcolo avremo:

$$v(x) = v(x) - v(0) = \int_0^x v'(t)\,dt = \int_0^x p(t)\,dt.$$

Pertanto l'utilità associata al consumo del bene-x è esattamente l'area al di sotto della curva di domanda.

ESEMPIO: Alcune funzioni di domanda

Supponiamo che la funzione di domanda sia lineare, così che $x(p) = a - bp$. In questo caso la variazione del surplus del consumatore al variare del prezzo da p a q è

$$\int_p^q (a - bt)\,dt = at - b\frac{t^2}{2}\Big]_p^q = a(q-p) - b\frac{q^2 - p^2}{2}.$$

Una funzione di domanda impiegata piuttosto comunemente, e che noi esamineremo più in dettaglio nel prossimo capitolo, ha la forma $x(p) = Ap^\epsilon$, dove $\epsilon < 0$ e A è una costante. Se il prezzo varia da p a q, la variazione del surplus del consumatore è

$$\int_p^q At^\epsilon\,dt = A\frac{t^{\epsilon+1}}{\epsilon+1}\Big]_p^q = A\frac{q^{\epsilon+1} - p^{\epsilon+1}}{\epsilon+1}$$

per $\epsilon \neq -1$.

Se $\epsilon = -1$, la funzione di domanda è $x(p) = A/p$, un'espressione molto simile a quella della funzione di domanda Cobb-Douglas, $x(p) = am/p$. La variazione del surplus del consumatore nel caso della funzione di domanda Cobb-Douglas è

$$\int_p^q \frac{am}{t}\,dt = am\ln t\Big]_p^q = am(\ln q - \ln p).$$

ESEMPIO: Variazione equivalente, surplus del consumatore e variazione compensativa

Abbiamo calcolato nel testo le variazioni compensativa ed equivalente nel caso della funzione di utilità Cobb-Douglas, mentre nell'esempio precedente abbiamo calcolato la variazione del surplus del consumatore per la stessa funzione. Vogliamo ora confrontare queste tre misure monetarie dell'effetto sull'utilità di una variazione del prezzo.

p_1	CV	CS	EV
1	0,00	0,00	0,00
2	7,18	6,93	6,70
3	11,61	10,99	10,40
4	14,87	13,86	12,94
5	17,46	16,09	14,87

Tabella 14.1 **Confronto tra CV, CS ed EV.**

Supponiamo che il prezzo del bene 1 vari da 1 a $2, 3, \ldots$ mentre il prezzo del bene 2 resta 1 e il reddito resta 100. La Tabella 14.1 mostra la variazione equivalente (EV), la variazione compensativa (CV) e la variazione del surplus del consumatore (CS) nel caso della funzione di utilità Cobb-Douglas $u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{10}} x_2^{\frac{9}{10}}$.

Si noti che la variazione del surplus del consumatore ha sempre un valore intermedio tra quello della variazione compensativa (CV) e quello della variazione equivalente (EV), e che la differenza fra i tre numeri è relativamente modesta. È possibile dimostrare che ciò è vero in un numero di casi ragionevolmente elevato. Cfr. Robert Willig, "Consumer's Surplus without Apology", *American Economic Review*, 66 (1976), 589–597.