1. E' dato il sistema

$$\begin{cases} 3\,x + \ \ 7\,y = p \\ 5\,x + 11\,y = q \end{cases} \qquad (x, y \text{ incognite, } p, q \text{ parametri})$$

   Si risolva il sistema invertendo la matrice dei coefficienti.

2. Sono date la matrici

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}.$$

   a) Si stabilisca se la matrice è invertibile, in due modi diversi;

   b) Si calcoli l'eventuale inversa e si effettui una verifica.

3. Si provi che per ogni a, b vettori in uno spazio vettoriale V ed ogni $r \in \mathbb{R}$ con $r \neq 0$, la sequenza a, b è linearmente indipendente se e solo se la sequenza ra, b lo è.

4. Si stabilisca se $\left\{ \begin{bmatrix} x \\ x^2 \end{bmatrix} ; x \in \mathbb{R} \right\}$ è un sottospazio di $\mathbb{R}^2$, usando la definizione.

5. In $\mathbb{R}^3$ sono dati i vettori

$$\underline{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \ b = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \ c = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \ d = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

   e i sottospazi

$$\operatorname{span}\{\underline{0}\}, \ \operatorname{span}\{\underline{0}, a\}, \ \operatorname{span}\{a, b\}, \ \operatorname{span}\{a, b, c, d\}.$$

   Si determini una base del sottospazio e per ciascun generatore si scriva la coordinata rispetto alla base.