1. Si stabilisca se le seguenti sequenze sono dipendenti o indipendenti

   $e_1+e_2+e_3,\ e_1+e_2+e_4,\ e_1+e_3+e_4 \in \mathbb{R}^4$ (con Proposizioni e con Procedura);

   $e_1+e_2+e_3+e_4,\ 2\,e_1+4\,e_2+3\,e_3+5\,e_4,\ 3\,e_1+7\,e_2+5\,e_3+9\,e_4 \in \mathbb{R}^4$;

   $e_1+2\,e_2+3\,e_3,\ e_1+4\,e_2+7\,e_3,\ e_1+3\,e_2+5\,e_3,\ e_1+5\,e_2+9\,e_3 \in \mathbb{R}^3$.

2. Si stabilisca se le seguenti sequenze sono basi di $\mathbb{R}^2$, sia usando la Definizione [1] che usando i Teoremi [2]

   $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix};$

   $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix};$

   $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}.$

3. Si stabilisca se la sequenza è una base di $\mathbb{R}^3$ e in caso affermativo si calcolino le coordonate di e_1 rispetto ad essa

   $e_1+e_2+e_3,\ e_1+2\,e_2+4\,e_3,\ e_1+3\,e_2+9\,e_3;$

   $e_1+e_2-2\,e_3,\ e_1-3\,e_2+2\,e_3,\ e_1+2\,e_2-3\,e_3.$

4. In $\mathcal{V}^2$ sono date una base b_1, b_2 e i vettori c_1, c_2 che hanno coordinate $(3,1)$ e $(2,1)$ rispetto ad essa. Si stabilisca se c_1, c_2 è una base di $\mathcal{V}^2$ e in caso affermativo si calcolino le coordinate di b_1 e b_2 rispetto ad essa.

[1] Definizione:
Dei vettori di uno spazio vettoriale V sono una base di V se ogni vettore di V si scrive in un unico modo come loro combinazione lineare.

[2] I Teotremi si possono riassumere così:
Dei vettori di uno spazio vettoriale V di dimensione n sono una base di V se e solo se sono n e sono indipendenti.