1. In $\mathbb{R}^3$ sono dati i vettori $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

   a) Si determini la proiezione ortogonale di u sulla retta generata da v e si verifichi il risultato usando la definizione.

   b) Si determini la proiezione ortogonale di v sulla retta generata da u e si verifichi il risultato usando il teorema di Pitagora.

2. In $\mathbb{R}^2$ sono date
   la base $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$, la base $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$, il vettore $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.
   Si calcolino le coordinate del vettore rispetto a ciascuna base e si verifichi quanto trovato.

3. In $\mathbb{R}^3$ sono date
   la sequenza $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ e il vettore $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.
   Si verifichi che la sequenza è una base di $\mathbb{R}^3$ e si calcolino le coordinate del vettore rispetto ad essa.

4. In $\mathbb{R}^3$ sono dati i vettori
   $$a = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \ b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$
   Si determini se possibile un vettore c tale che a, b, c sia una base di $\mathbb{R}^3$.