

1. Si stabilisca se tutti i sistemi con matrice dei coefficienti la matrice data hanno un'unica soluzione e si risolva se possibile il sistema dato.

$$(a) \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x + 3y + 5z = 7 \\ 3x + 5y + 7z = 11 \end{cases}$$

$$(b) \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + x_4 = 4 \end{cases}$$

$$(c) \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_3 = 3 \\ x_3 + x_4 = 5 \end{cases}$$

2. Si calcolino tutte le eventuali matrici di tipo  $2 \times 1$ ,  $3 \times 1$ ,  $3 \times 2$  ottenibili come prodotto di due delle seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

3. Sono date le matrici  $A, B$  di tipo  $5 \times 5$  definite da

$$A_{ij} = i \quad (i, j = 1, 2, \dots, 5).$$

$$B_{ij} = j \quad (i, j = 1, 2, \dots, 5).$$

Si calcoli l'elemento  $(AB)_{2,3}$  della matrice prodotto  $AB$ .

4. Si verifichi che

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

e si risolvano se possibile le equazioni

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$X \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}.$$