

第一周作业

目录

1.11 题	1
1.6 题	1

1.11 题

设 $T=T(X)$ 是充分统计量, $S(X)=G(T(X))$, 且函数 $S=G(T)$ 是一对的 (即 $T_1 \neq T_2 \implies G(T_1) \neq G(T_2)$), 证明: S 也是充分统计量。

证明: 因为 T 是充分统计量, 由因子分解定理, 对 X 的分布族 $\{f(x, \theta), \theta \in \Theta\}$, Θ 为参数空间, 我们有

$$f(x, \theta) = g(T(x), \theta)h(X)$$

. 要证 S 是充分统计量, 根据因子分解定理, 只需要将 $f(x, \theta)$ 做类似分解即可。注意到, $S = G(T)$ 是一对的, 即存在函数 G^{-1} , 使得 $G^{-1}(S) = T$, 那么我们将此式代入上式即得

$$f(x, \theta) = g(G^{-1}(S), \theta)h(x)$$

, 从而 S 是充分统计量。

1.6 题