TEORI BAHASA DAN AUTOMATA

Asep Muhidin, S.Kom, M.Kom
asep.muhidin@gmail.com

www.facebook.com/asep.muhidin

www.github.com/asepmuhidin

www.twitter.com/asepmuhidin

asepmuhidin.blogspot.co.id

Alamat : Perum BCM Blok A.18 No.18
Cikarang - Selatan, Bekasi

Telp : 081316806705

Apa itu Teori Bahasa dan Automata ?

Bahasa

Alami/ Natural

- Sebagai alat komunikasi
- Tata aturannya lebih luas
- contoh : bahasa indonesia, daerah, bahasa inggris, dll

Formal

- Sebagai bagian dari kajian logika ilmiah
- Tata aturannya lebih ketat
- contoh : bahasa pemograman, compiler, dll

Bahasa yang dibahas dalam mata kuliah ini adalah bahasa FORMAL

Teori Himpunan

- **Set/Himpunan**: sekumpulan objek/elemen/member yang memiliki definisi yang jelas
- Contoh: A = {0,1}; B = {a, b, c}
- **Infinite set**: himpunan dengan jumlah anggota yang tak terbatas
- Contoh:
  - N = natural numbers = {1,2,3,…}
  - Z = integers = {…,-2,-1,0,1,2,…}
- **Empty set** (himpunan kosong) dinotasikan dengan φ atau {}

- **Union** dari himpunan A dan B dinotasikan dengan **A ∪ B** adalah kumpulan dari semua elemen yang ada di A atau di B

  Contoh: A = {0,1}; B = {a, b, c}
  C = **A ∪ B ->** {0,1,a, b, c}

- **Intersection** dari himpunan A dan B dinotasikan dengan **A ∩ B** adalah kumpulan elemen yang menjadi anggota A dan juga B sekaligus

  Contoh: A = {0,1,b}; B = {a, b, c}
  C = **A ∩ B ->** { b }

- **Complement** A dinotasikan **Ā** adalah semua objek yang berada di dalam pembicaraan yang bukan menjadi anggota himpunan A

  Contoh: A = {b}; B = {a, b, c}
  Ā = { a,c }

- Kita menggunakan tanda minus (–) untuk menyatakan **subtraction**
- Sebagai contoh,

  {a, b, c} – {a, c} = {b}

  {a, b} – {d, e} = {a, b}
- A – B juga bisa kita sebut sebagai **komplemen B relatif terhadap A**
- Lihat bahwa A - $\bar{A}$ adalah A

- A adalah subset dari B dinotasikan dengan $A \subseteq B$, terjadi jika semua elemen A menjadi anggota himpunan B
  contoh : $\{1,2,3\} \subseteq \{1,2,3,4,5,6\}$
- Dalam hal ini, B dikatakan superset dari A

TEOREMA 1. Untuk sembarang himpunan A berlaku hal-hal sebagai berikut:

(a) A adalah himpunan bagian dari A itu sendiri (yaitu, $A \subseteq A$).

(b) Himpunan kosong merupakan himp. bagian dari A ($\emptyset \subseteq A$).

(c) Jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq C$, maka $A \subseteq C$

- $\emptyset \subseteq A$ dan $A \subseteq A$, maka $\emptyset$ dan A disebut himpunan bagian tak sebenarnya (improper subset) dari himpunan A.

  Contoh: $A = \{1, 2, 3\}$, maka $\{1, 2, 3\}$ dan $\emptyset$ adalah improper subset dari A.

- $A \subseteq B$ berbeda dengan $A \subset B$
  $A \subset B$: A adalah himpunan bagian dari B tetapi $A \neq B$. A adalah himpunan bagian sebenarnya (proper subset) dari B.
  Contoh: {1} dan {2, 3} adalah proper subset dari {1, 2, 3}
  $A \subseteq B$: digunakan untuk menyatakan bahwa A adalah himpunan bagian (subset) dari B yang memungkinkan $A = B$.

Latihan
Misalkan A = {1, 2, 3} dan B = {1, 2, 3, 4, 5}.
Tentukan semua kemungkinan himpunan C sedemikian sehingga $A \subset C$ dan $C \subset B$, yaitu A adalah proper subset dari C dan C adalah proper subset dari B.

Jawaban:

- **Power set dari A** adalah himpunan semua subsets dari A
  - Notasi power set dari A = p(A)
  - Misal, A = {0,1}
  - Power set dari A = p(A) = {φ, {0}, {1}, {0,1}}
- **Kardinalitas** dari sebuah himpunan adalah jumlah elemen/anggota dari sebuah himpunan tersebut.
  - Notasi kardinalitas dari himpunan A = |A|
- Kardinalitas dari power set himpunan A
  - Dihitung dengan cara: $|p(A)| = 2^{|A|}$
  - Contoh: jika A = {0,1} □ $|p(A)| = 2^2 = 4$

Sequence dan Tuple [1]

- Suatu **sequence** dari objek adalah daftar dari objek dalam urutan tertentu.
- Contoh: (7, 21, 57); (4, 1)

- **Tuple** adalah sequence dengan jumlah anggota terbatas
- Contoh:

  k-tuple

  3-tuple (7, 21, 57)

  2-tuple (7, 21) = **pair**

- **Cartesian product** atau **cross product** dari A dan B, dinotasikan dengan A x B, adalah semua pair terurut dalam (a, b), di mana a Є A dan b Є B
- Contoh:

  A = {1,2} and B = {a,b,c}

  A x B = {(1,a),(1,b),(1,c),(2,a),(2,b),(2,c)}

  B x A = ?

  Apakah A x B = B x A ???

Contoh :

(i) Misalkan C= { 1, 2, 3 }, dan D= { a, b},
maka C x D= { (1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b) }

(ii) Misalkan A=B= himpunan semua bilangan riil, maka A x B= himpunan semua titik di bidang datar

Catatan:

1. Jika Adan B merupakan himpunan berhingga, maka:
   $|A \times B| = |A| \cdot |B|$
2. $(a, b) \neq (b, a)$
3. $A \times B \neq B \times A$, dengan syarat A atau B tidak kosong.
4. Jika $A=\varphi$ atau $B= \varphi$, maka $A \times B= B \times A= \varphi$

Fungsi dan Relasi [1]

- Sebuah fungsi akan menerima input dan selalu menghasilkan sebuah nilai output.
- Komponen fungsi:
  - Domain: daerah asal = himpunan input yang diperbolehkan untuk suatu fungsi
  - Kodomain: daerah kawan = himpunan yang merupakan kemungkinan output sebuah fungsi
  - Range: daerah hasil = himpunan output hasil dari suatu fungsi

- Fungsi disebut juga dengan pemetaan/mapping, di mana sebuah fungsi akan memetakan *domain* ke *kodomain*, dengan hasilnya adalah *range*.

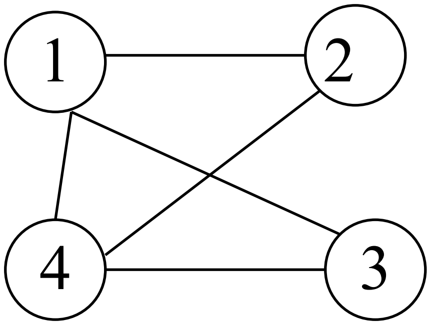
- f : A □ B artinya f adalah fungsi dengan domain A, kodomain B, sehingga f(A) merupakan range dari fungsi f.
- Contohnya, abs : Z □ Z

- Diberikan fungsi f : A $\longrightarrow$ B
- Fungsi f disebut **fungsi pada** atau **surjektif** atau **onto** <u>jika dan hanya jika</u> untuk sembarang b $\in$ B terdapat paling tidak satu a dalam domain A sehingga berlaku f(a) = b. Dengan kata lain, pada suatu fungsi surjektif, kodomain sama dengan range-nya (f(A) = B).
- Setiap anggota himpunan A mempunyai 1 kawan di B.

- Diberikan fungsi $f : A \rightarrow B$
- Fungsi f disebut **fungsi satu-satu** atau **injektif** atau **into** jika dan hanya jika untuk sembarang a_1 dan $a_2 \in A$ dengan $a_1 \neq a_2$ berlaku $f(a_1) \neq f(a_2)$. Dengan kata lain, bila $a_1 = a_2$ maka $f(a_1) = f(a_2)$.
- Setiap anggota himpunan A memiliki 1 kawan di B yang tunggal (hanya punya 1 pasangan dari A).

Graph [1]

Sebuah **graph** adalah sekumpulan point/node dengan garis-garis yang menghubungkan antar node tersebut.



Definisi

G = (V,E), V: kumpulan node, E: kumpulan garis

G = ({1,2,3,4}, {(1,2),(1,4),(1,3),(2,4),(3,4)})