Modelación Experimental

Abelino Sepulveda Estrada

Parcial 2 – Modelación Experimental | Abelino Sepulveda E.

OE, $n_a = 4$, $n_b = 2$, $n_k = 3$

i) Estructura del modelo

$$y(t) = \frac{b_1 q^{-3} + b_2 q^{-4}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + a_3 q^{-3} + a_4 q^{-4}} u(t) + e(t)$$

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + a_3 y(k-3) + a_4 y(k-4) = b_1 u(k-3) + b_2 u(k-4) + e(k) + a_1 e(k-1) + a_2 e(k-2) + a_3 e(k-3) + a_4 e(k-4)$$

• Predictor lineal

↳ hacer que la función de coste tenga menor valor, lo cual no garantiza que la solución sea insesgada.

Para hacer que la estimación sea insesgada el error de predicción debe ser un ruido blanco. Lo cual ocurre en la estructura OE (OE Method)

↳ por lo que respondiendo la pregunta (iii) → La ventaja de esta nueva representación es que las estimacionen son insesgadas.

◦ Estructura OE (Output method error)

$$y(t) = \cancel{(1-1)y(t)} + \frac{B}{A} u(t) + e(t) = \frac{B}{A} u(t) + e(t) = L_2(q^{-1}) u(t) + e(t)$$

así, la estructura base para el test de blancura

$$\hat{y}(t) = \frac{b_1 q^{-3} + b_2 q^{-4}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + a_3 q^{-3} + a_4 q^{-4}} u(t)$$

Punto 2.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + a x_2(1+x_1) \\ \dot{x}_2 = -b x_1(1+x_1) + u \end{cases}$$

→ Dado que no tenemos una forma lineal para la ecuación de estado utilizamos el filtro de kalman extendido

Así,

• Discretización: (por método de Euler)

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) + T(a x_2(k)(1+x_1(k)) - x_1(k)) \\ x_2(k+1) = x_2(k) + T(u(k) - b x_1(k)(1+x_1(k))) \end{cases}$$

→ Siendo T el tamaño de paso

• Hallar Jacobiano (para linealizar)

$$J = \begin{bmatrix} -1 + a x_2 & a(1+x_1) \\ -b - 2b x_1 & 0 \end{bmatrix}$$

• Hallar Matriz del Modelo linealizado discretizado

$$A = I + TJ = \begin{bmatrix} 1 + T(a x_2 - 1) & Ta(1+x_1) \\ 1 + T(-b(1+2x_1) & 0 \end{bmatrix}$$

Ahora, midiendo x_1 y estimando x_2, $C = [1, 0]$

Así, el filtro de kalman sería:

• Predicción:

$$x(k+1|k) = f_d(x(k|k), u(k)) = \begin{bmatrix} x_1(k|k) + T(a x_2(k|k)(1+x_1(k|k)) - x_1(k|k)) \\ x_2(k|k) + T(u(k) - b x_1(k|k)(1+x_1(k|k))) \end{bmatrix}$$

$$P(k+1|k) = A P(k|k) A^T + V M V^T$$

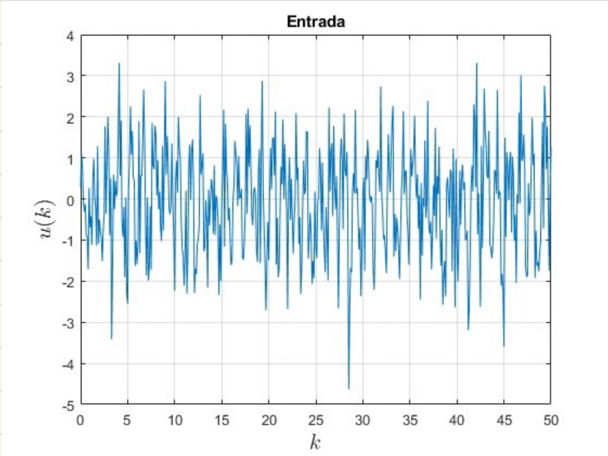
• Corrección:

$$K(k+1) = P(k+1|k)C^T[CP(k+1|k)C - N)]^{-1}$$

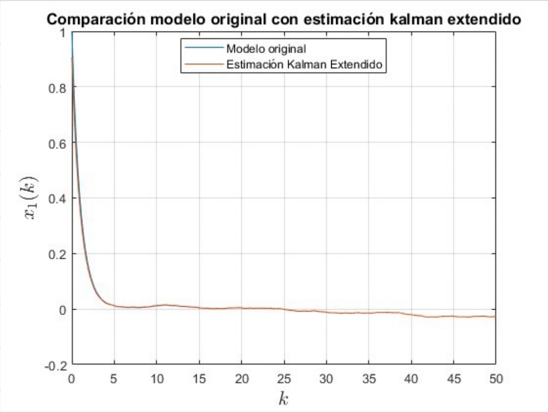
$$X(k+1|k+1) = X(k+1|k) + K(k+1)[y(k+1) - CX(k+1|k)]$$

$$P(k+1|k+1) = [I - K(k+1)C]P(k+1|k)$$

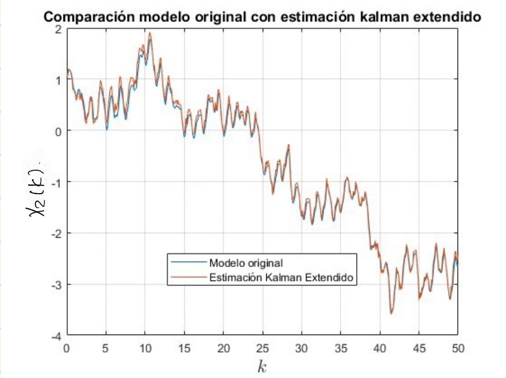
Ahora, defino los parámetros iniciales;
$x_0 = [1,1]$, $a = 0.01$, $b = 0.02$ y además, se usó una entrada $u = sen(5t) + N(0,1)$, así, la entrada:



Una vez aplicado el filtro de Kalman, podemos hacer la comparación para x_1



Además, también podemos comparar x_2, ya que conocemos el modelo



Ahora, como se observa, el filtro de kalman extendido nos da una gran aproximación, mostrando así robustez y buenos resultados.